

Geometria 2 2025/26

Foglio di esercizi 1

Prof. Valentina Beorchia

1 marzo 2026

1. Si consideri la retta del piano affine $A_{\mathbb{R}}^2$:

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \end{cases}$$

- Si dimostri che il punto $(0, -2) \in r$;
- sia W la giacitura di r ; si dimostri che il vettore $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \in W$;
- si dimostri che la retta di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 3\tau \\ y = -2 + 6\tau \end{cases}$$

coincide con r .

2. Si determini un'equazione cartesiana della retta in $A_{\mathbb{R}}^2$ passante per i punti P e Q in ognuno dei casi seguenti:
- (a) $P = (1, -1), Q = (3, 2)$;
 - (b) $P = (2, 0), Q = (-1, -1)$;
 - (c) $P = (0, 0), Q = (0, 8)$.
3. Si determinino delle equazioni parametriche per la retta in $A_{\mathbb{R}}^2$ parallela al vettore v e passante per il punto $r \cap s$ in ciascuno dei casi seguenti:

$$(a) \ v = \begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad r : 3x_1 - 2x_2 = 7, \quad s : 2x_1 + 3x_2 = 0;$$

$$(b) \ v = \begin{pmatrix} 1 \\ -18 \end{pmatrix}, \quad r : x_1 - x_2 = 5, \quad s : x_1 + x_2 = 1.$$

4. Si determinino delle equazioni cartesiane e parametriche dei piani paralleli al piano coordinato xy , di equazione cartesiana

$$z = 0.$$

Analogamente, si determinino delle equazioni cartesiane e parametriche dei piani paralleli ai piani coordinati yz e xz .

5. Si determini un'equazione cartesiana del piano in $A_{\mathbb{R}}^3$ contenente il punto $Q = (-1, 0, 1)$ e parallelo al piano

$$2x_1 - x_3 = 3.$$

6. Sia $Q \in A_{\mathbb{R}}^3$ un punto e sia $W = \text{Span}(v_1, v_2)$ un piano vettoriale, con v_1, v_2 linearmente indipendenti.

Si dimostri che se Q' è un punto tale che $\overrightarrow{QQ'} \in W$ e w_1, w_2 sono un'altra base di W :

$$W = \text{Span}(w_1, w_2),$$

allora il piano affine determinato da Q, v_1, v_2 e il piano affine determinato da Q', w_1, w_2 coincidono.

Un piano affine non dipende quindi dalla scelta del punto base e dalla scelta di una base della giacitura. Ciò vale, in realtà, per tutti i sottospazi affini.

7. In ciascuno dei seguenti casi determinare equazioni parametriche e cartesiane della retta in $A_{\mathbb{R}}^3$ passante per il punto P e parallela al vettore v :

$$(a) \ P = (-10, -10, 10), \quad v = \begin{pmatrix} 10 \\ -18 \\ 3 \end{pmatrix};$$

$$(b) \ P = (-1, -1, -2), \quad v = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix};$$

$$(c) \ P = (7, 1, -1), \quad v = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}.$$