MACCHINE TERMODINAMICHE

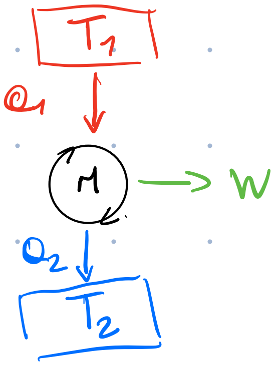
ESTRAE ENERGIA DALL'AMBIENTE SOTTO FORMA DI CALORE E COMPIE LAVORO UTILE.

→ FLUIDO DI LAVORO CHE PASSA ATTRAVERSO UNA SERIE DI TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

↳ TEMPI

MACCHINA DI CARNOT

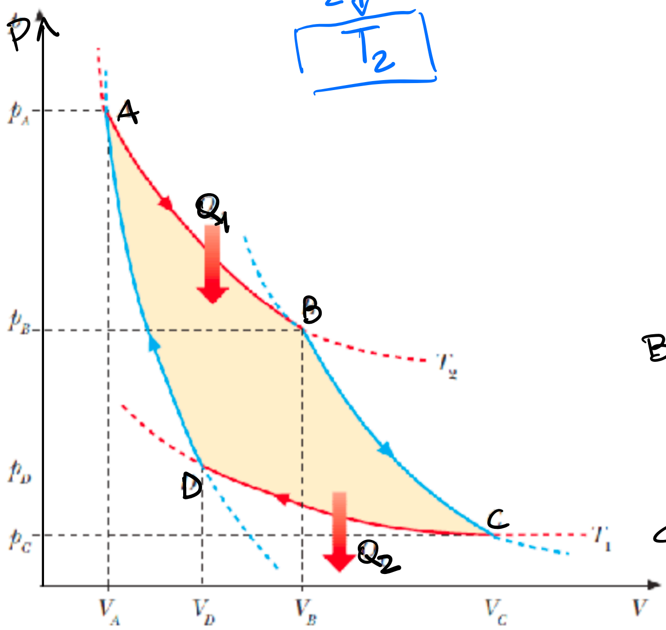
MACCHINA IDEALE → LA MIGLIORE (IN TEORIA) PER TRASFORMARE CALORE IN LAVORO



$T_1 > T_2$ $\quad$ $T_1, T_2 =$ COSTANTE

M = MOTORE TERMICO

IL MOTORE M COMPIE UN CICLO. PASSA DALL'ESSERE A CONTATTO CON LA SORGENTE T_1 A QUELLA T_2



A → B : È A CONTATTO CON T_1 ⇒ ASSORBE CALORE Q_1

→ ESPANSIONE ISOTERMA

B → C : NON È A CONTATTO CON SORGENTI DI CALORE

⇒ ESPANSIONE ADIABATICA

C → D : È A CONTATTO CON T_2 → PERDE CALORE Q_2

COMPRESSIONE ISOTERMA

D → A : NON È A CONTATTO CON SORGENTI DI CALORE

→ COMPRESSIONE ADIABATICA

TRA A → C IL SISTEMA COMPIE LAVORO (SI ESPANDE) ⇒ $W_{AC} > 0$

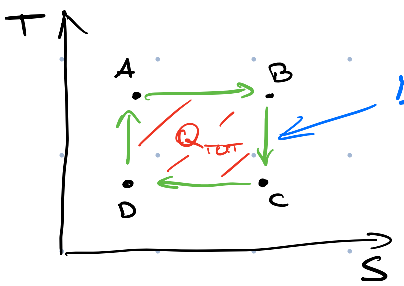
TRA C → A " SUBISCE " ⇒ $W_{CA} < 0$

$W_{TOT} = W_{AC} + W_{CA} > 0$ (AREA GIALLA)

QUANTO VALE $W_{TOT} = ?$

DAL PRIMO PRINCIPIO $\Delta U = Q_{TOT} - W_{TOT}$ MA $\Delta U = 0$ POICHÉ È UN CICLO $\Rightarrow$ $\boxed{W_{TOT} = Q_{TOT} = |Q_1| - |Q_2|}$

ENTROPIA NEL CICLO DI CARNOT



$\Delta Q = 0$ (ESPANSIONE ADIABATICA)
$\Rightarrow \Delta S = 0$ ($dQ = TdS$)

$Q_1 > Q_2$

$$\Delta S = \Delta S_{AB} + \cancelto{0}{\Delta S_{BC}} + \Delta S_{CD} + \cancelto{0}{\Delta S_{DA}} = \frac{|Q_1|}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2}$$

POICHÉ L'ENTROPIA È UNA FUNZIONE DI STATO, PER UN CICLO $\Delta S = 0$

$$\Rightarrow \frac{|Q_1|}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2} \Rightarrow \boxed{|Q_1| > |Q_2|}$$

RENDIMENTO DI UNA MACCHINA DI CARNOT

$$\eta : \text{RENDIMENTO} = \frac{\text{ENERGIA CHE OTTENIAMO}}{\text{ENERGIA ASSORBITA}} = \frac{|W|}{|Q_1|}$$

PER IL CICLO DI CARNOT $W = |Q_1| - |Q_2|$

$$\Rightarrow \eta = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{|Q_1|}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

RENDIMENTO MACCHINA DI CARNOT

DATO CHE $T_2 < T_1$ $\boxed{\eta < 1}$

PER AVERE UN RENDIMENTO $\eta = 1$ DOBBIAMO AVERE $T_2 = 0$ OPPURE $T_1 = \infty$

$\Rightarrow$ IMPOSSIBILE. PER MIGLIORARE η DOVREMMO RIDURRE AL MINIMO $|Q_2|$

ENERGIA PERSA

ESERCIZIO

MACCHINA DI CARNOT TRA $T_1 = 850K$ E $T_2 = 300K$. $W = 1200 J$ IN $0,25 s$

1) RENDIMENTO?

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \cong 65\%$$

2) POTENZA MEDIA

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1200 J}{0,25 s} = 4,8 KW$$

3) $|Q_1| = ?$

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_1|} \Rightarrow |Q_1| = \frac{W}{\eta} = 1855 J$$

4) $|Q_2| = ?$

$$W = |Q_1| - |Q_2| \Rightarrow |Q_2| = |Q_1| - W = 655 J$$

5) $\Delta S = ?$

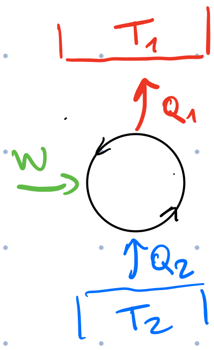
$$\Delta S = \underset{\text{ISOTERMA 1}}{\Delta S_1} + \underset{\text{ISOTERMA 2}}{\Delta S_2} \underbrace{+ 0 + 0}_{\text{DUE TRASFORMAZIONI ADIABATICHE}}$$

$$\Delta S_1 = \frac{Q_1}{T_1} = 2,18 J/K \qquad \Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2} = -2.18 J/K$$

$\Rightarrow \Delta S = 0$ CORRETTO! É UN CICLO

FRIGORIFERO

DISPOSITIVO CHE USA LAVORO PER TRASFERIRE ENERGIA DA UNA SORGENTE A BASSA T VERSO UNA SORGENTE AD ALTA T



$T_2 < T_1$

UN FRIGORIFERO IDEALE POTREBBE ESSERE UNA MACCHINA DI CARNOT CHE COMPIE IL CICLO AL CONTRARIO! $\Rightarrow$ FRIGORIFERO DI CARNOT

IN QUESTO CASO VORREMMO ESTRARRE QUANTA PIÙ ENERGIA DA T_2 CON LA MINOR QUANTITÀ DI LAVORO W

$\Rightarrow$ EFFICIENZA $K = \frac{|Q_2|}{W}$ COEFFICIENTE DI PRESTAZIONE

$|W| = |Q_1| - |Q_2|$ (PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA)

$$\Rightarrow K = \frac{|Q_2|}{|Q_1| - |Q_2|}$$

COME PER IL CICLO DI CARNOT $\Delta S = 0 \Rightarrow \frac{|Q_1|}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{T_2}{T_1 - T_2}}$$

COEFFICIENTE DI PRESTAZIONE PER UN FRIGORIFERO DI CARNOT

UN FRIGORIFERO IDEALE NON UTILIZZEREBBE LAVORO $\Rightarrow W=0$

QUESTO PERÒ SAREBBE IMPOSSIBILE PER LA SECONDA LEGGE DELLA TERMODINAMICA

$\Delta S=0$ POICHÉ È UN CICLO E LA MACCHINA ASSORBIREBBE CALORE Q DALLA SORGENTE FREDDA E CEDEREBBE TUTTO IL CALORE ALLA SORGENTE CALDA

$$\Rightarrow \quad |Q_1| = |Q_2| = |Q| \quad \Rightarrow \quad \Delta S = -\frac{|Q|}{T_2} + \frac{|Q|}{T_1}$$

DATO CHE $T_1 > T_2$ $\quad \Delta S < 0 \Rightarrow$ IMPOSSIBILE!

RENDIMENTI MACCHINE REALI

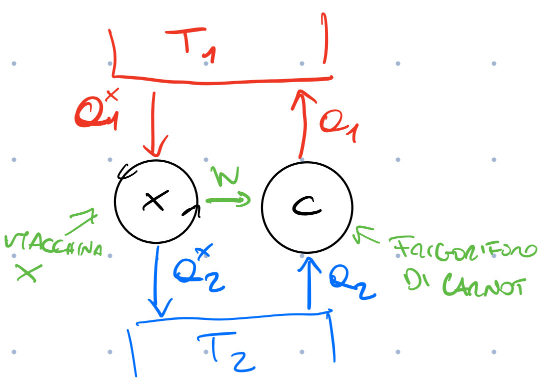
UNA MACCHINA REALE NON PUÒ AVERE UN RENDIMENTO SUPERIORE A QUELLA DI CARNOT.

$$\eta_x < \eta_c$$

RENDIMENTO MACCHINA REALE

DIMOSTRAZIONE SUPPONIAMO $\eta_x > \eta_c$

ABBINIAMO LA MACCHINA x AD UN FRIGORIFERO DI CARNOT



SUPPONIAMO QUINDI CHE LA MACCHINA DI CARNOT USI IL LAVORO PRODOTTO DALLA MACCHINA x PER POMPARE CALORE

$$\text{SE } \eta_x > \eta_c \Rightarrow \frac{|W|}{|Q_1^x|} > \frac{|W|}{|Q_1|} \Rightarrow |Q_1| > |Q_1^x| \quad (*)$$

IL LAVORO W PRODOTTO DA X È $\underbrace{|Q_1^*|-|Q_2^*|}$ $=$ $\underbrace{|Q_1|-|Q_2|}$ PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

$\Delta U = Q - W$
0

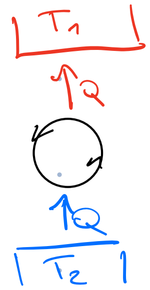
$\Rightarrow Q = W$

$|Q_1^*| - |Q_2^*| = W$

$$\Rightarrow |Q_1|-|Q_1^*| = |Q_2|-|Q_2^*| = Q > 0$$ POICHÉ DA (*) $|Q_1|>|Q_1^*|$

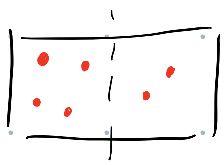
QUESTO SAREBBE EQUIVALENTE AD AVERE UN FRIGORIFERO PERFETTO

MA È IMPOSSIBILE $\Rightarrow$ η_X NON PUÒ ESSERE $>$ DI η_C



ENTROPIA E STATISTICA

CONSIDERIAMO 6 ATOMI IN UN RECIPIENTE ISOLATO E CI DOMANDIAMO



PER OGNI STATO TERMODINAMICO POSSONO ESISTERE DIVERSI MICROSTATI (DESCRITTI DA POSIZIONI E VELOCITÀ DELLE PARTICELLE)

TABELLA 13.1 Stati termodinamici per *n* piccoli

n = 2			*n* = 6			*n* = 10		
sinistra	destra	*N*	sinistra	destra	*N*	sinistra	destra	*N*
0	2	1	0	6	1	0	10	1
1	1	2	1	5	6	1	9	10
2	0	1	2	4	15	2	8	45
			3	3	20	3	7	120
			4	2	15	4	6	210
			5	1	6	5	5	252
			6	0	1	6	4	210
						7	3	120
						8	2	45
						9	1	10
						10	0	1

IL NUMERO DI MICROSTATI N CORRISPONDENTE AD UNO STESSO STATO TERMODINAMICO

DI MOLECOLE

$$N = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

DI PARTICELLE IN UN LATO DELLA SCATOLA

AD ESEMPIO $n = 6$ ATOMI DI CUI 2 A SINISTRA $\Rightarrow m = 2$

$$N = \frac{6!}{2!\,4!} = 15$$

$n! = n(n-1)(n-2)\dots(1)$

$1! = 1$

$0! = 1$

ESERCIZIO

UNA SCATOLA CONTIENE 1 MOLE DI GAS. DUE POSSIBILI CONFIGURAZIONI

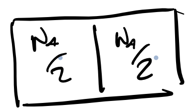
1) CIASCUNA METÀ CONTIENE METÀ DELLE MOLECOLE

2) CIASCUN TERZO DELLA SCATOLA CONTIENE UN TERZO DI MOLECOLE.

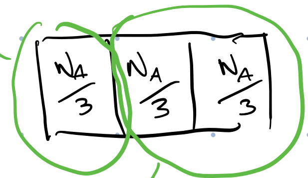
QUALE CONFIGURAZIONE HA PIÙ MICROSTATI

$n = N_A$

$$N_1 = \frac{N_A!}{\frac{N_A}{2}!\,\frac{N_A}{2}!} = \frac{N_A!}{\left(\frac{N_A}{2}!\right)^2}$$



$$N_2 = \frac{N_A!}{\frac{N_A}{3}!\,\left(\frac{2}{3}N_A\right)!} \quad \frac{\frac{2}{3}N_A}{\frac{N_A}{3}!\,\left(\frac{N_A}{3}!\right)}$$



RIMANGONO $1/3$ DI MOLECOLE DA UNA PARTE E $2/3$ DALL'ALTRA

ORA HO $\frac{2}{3}N_A$ MOLECOLE E DIVIDO LA SCATOLA IN DUE CON $1/3$ DI MOLECOLE PER PARTE

ENTROPIA E MICROSTATI

AMMETTENDO CHE TUTTI I MICROSTATI SIANO EQUIPROBABILI NE CONSEGUE CHE GLI STATI TERMODINAMICI PIÙ PROBABILI SONO QUELLI REALIZZATI DAL MAGGIOR NUMERO DI MICROSTATI

LEGGE DI BOLTZMANN $S = K_B \ln N + \text{COSTANTE}$

$\Rightarrow$ UNO STATO TERMODINAMICO CON PIÚ MICROSTATI HA UN'ENTROPIA MAGGIORE

$\Rightarrow$ LO STATO TERMODINAMICO PIÚ PROBABILE É QUELLO AD ENTROPIA MAGGIORE