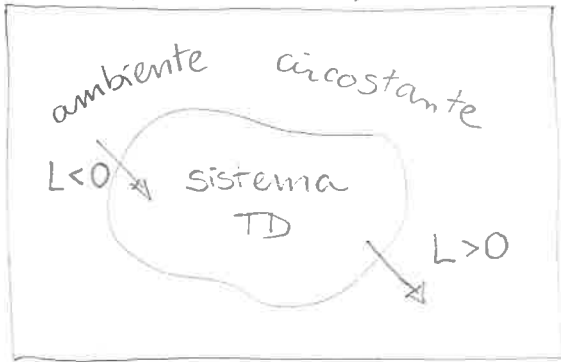


# LEZIONE 14 LAVORO TERMODINAMICO (#4)

## 1.4.1 Definizione, convenzioni, casi particolari

universo TD



→ Un sistema TD può:

- sollevare pesi
- comprimere molle
- ...
- compiere lavoro sull'ambiente circostante

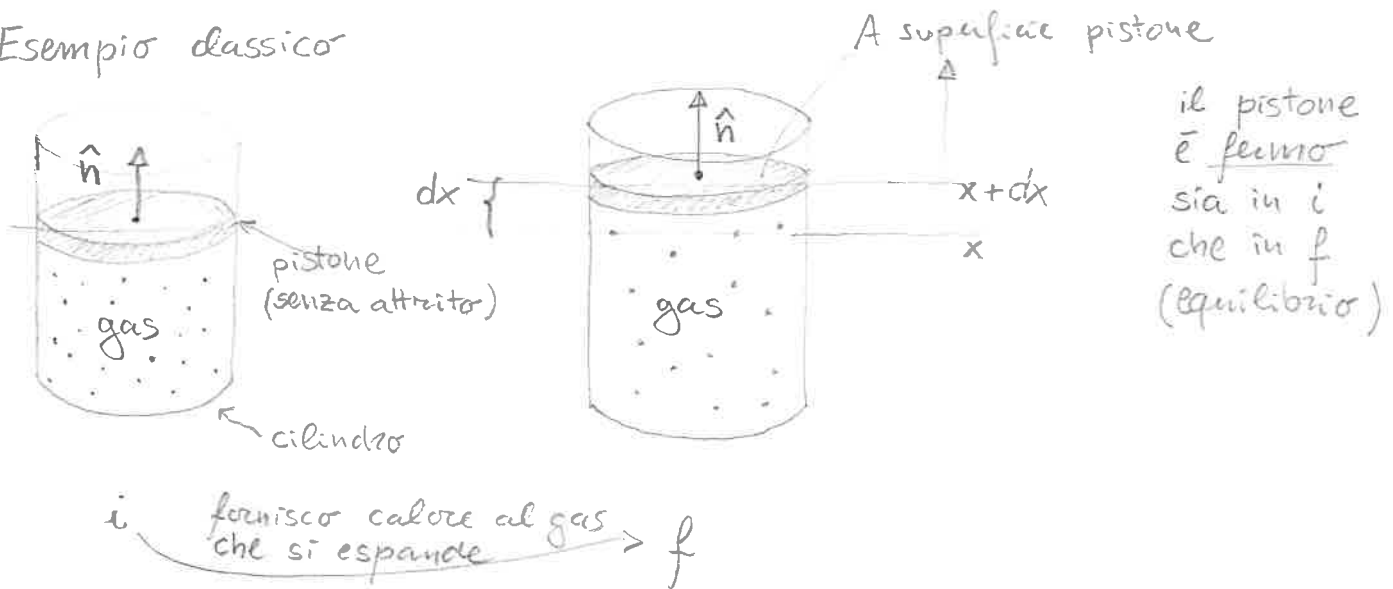
Lavoro esterno  
(non si considerano scambi energetici interni o tra le varie parti del sistema)

Al contrario, l'ambiente può fare lavoro sul sistema

Nostra convenzione sul segno (attenzione: non è universale!)

- |  |         |
|--|---------|
| + Lavoro compiuto <u>dal sistema sull'ambiente</u> | $L > 0$ |
| - Lavoro fatto <u>dall'ambiente sul sistema</u>    | $L < 0$ |

→ Esempio classico



Teorema delle forze vive:  $L_{\text{TOT}} = \Delta K = K_f - K_i = 0 - 0 = 0$

$L_{\text{TOT}}$  è il lavoro totale, che include il lavoro del gas e delle forze esterne. Per la trasformazione infinitesima  $i \rightarrow f$ :

$$\begin{aligned}
 dL_{\text{gas}} + \vec{F}^{(e)} \cdot d\vec{r} &= 0 \quad \leftarrow \text{forze esterne: } p \text{ esterna, peso pistone, etc.} \\
 dL_{\text{gas}} = -\vec{F}^{(e)} \cdot d\vec{r} &= -\vec{F}^{(e)} \cdot \hat{n} dx \\
 &= -\frac{\vec{F}^{(e)} \cdot \hat{n}}{A} A dx \\
 &= \frac{|\vec{F}^{(e)} \cdot \hat{n}|}{A} dV = p_e dV
 \end{aligned}$$

Lavoro esterno fatto dal sistema per la trasformazione:

$\rightarrow$  infinitesima  $i \rightarrow f$   $\delta L = p_e dV$  ( espansione : + )  
( compressione : - )  
 $\rightarrow$  finita  $A \rightarrow B$   $L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p_e dV$

Casi particolari:

1)  $p_e = \text{cost}$   $L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p_e dV = p_e \int_{V_A}^{V_B} dV = p_e (V_B - V_A)$

2)  $p_e = 0$   $L_{AB} = 0$  (espansione libera)

3) trasformazione quasi-statica

$p_e \cong p$

$$L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV$$

$\rightarrow$  per calcolare l'integrale devo conoscere  $p = p(V)$

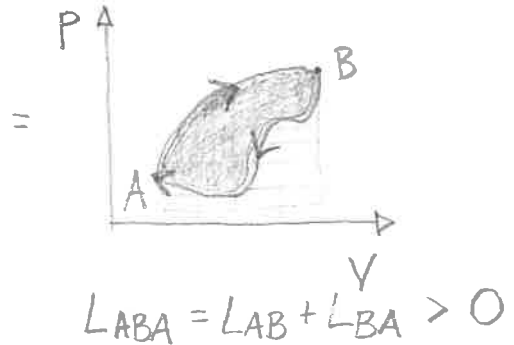
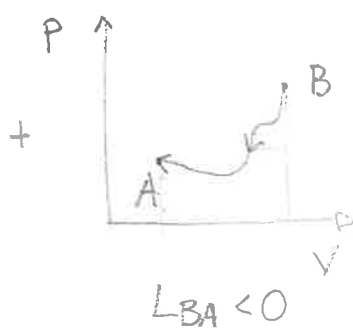
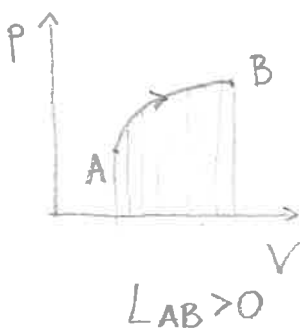
$\rightarrow$  la relazione  $p = p(V)$  dipende dalla particolare trasformazione quasi-statica (integrale di linea)

$\rightarrow$  dal confronto con la meccanica

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

$\swarrow$   $\searrow$   
 $dV$  è generalizzazione di  $d\vec{r}$   
 $p$  è generalizzazione di  $\vec{f}$

Se la trasformazione è ciclica  $A \rightarrow B \rightarrow A$ :



$\curvearrowright$   $L > 0$

ciclo termico

$\curvearrowleft$   $L < 0$

ciclo frigorifero

$L \neq 0$  in un ciclo  $\Rightarrow L$  non è funzione di stato  
 $\delta L$  e non  $dL$  perché non è differenziale esatto.

4) trasformazioni quasi-statiche di gas ideali:

isobara  $p = p_0$       $L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p_0 dV = p_0 (V_B - V_A)$

iscocora  $V = V_0$       $L_{AB} = 0$

isoterma  $T = T_0$       $L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_0}{V} dV$   
 $= nRT_0 \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}$

politropica  $pV^\alpha = c$  (cost.), con  $\alpha \in \mathbb{R}_0^+$ ,  $\alpha \neq 1$

$$L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{c}{V^\alpha} dV = \frac{cV_B^{1-\alpha} - cV_A^{1-\alpha}}{1-\alpha}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + \text{Cost}$$

$$\int x^{-\alpha} dx = \frac{x^{1-\alpha}}{1-\alpha} + \text{Cost}$$

$$= \frac{p_B V_B^\alpha V_B^{1-\alpha} - p_A V_A^\alpha V_A^{1-\alpha}}{1-\alpha} = \frac{p_B V_B - p_A V_A}{1-\alpha}$$

(gas perfetto)

$$= \frac{nR}{1-\alpha} (T_B - T_A)$$

5) trasformazione isoterma di gas reale (van der Waals)

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right) (V - nb) = nRT_0$$

$$T = T_0$$

$$p = \frac{nRT_0}{V - nb} - a \frac{n^2}{V^2}$$

$$L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} \left( \frac{nRT_0}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2} \right) dV$$

$$= nRT_0 \int_{V_A}^{V_B} \frac{1}{V-nb} d(V-nb) - an^2 \int_{V_A}^{V_B} \frac{1}{V^2} dV$$

$$= nRT_0 \ln \frac{V_B-nb}{V_A-nb} + an^2 \left( \frac{1}{V_B} - \frac{1}{V_A} \right)$$

si noti  $< 0$  per espansione isoterma!

Se  $b \rightarrow 0$  ed  $a \rightarrow 0$  ritrovo il caso gas ideale

→ Attrito e irreversibilità

Le espressioni più generali (pag. 20):

$$L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p_e dV \quad \delta L = p_e dV$$

possono tenere conto dell'attrito, basta includerlo in  $p_e$ :

pe espansione  $i \rightarrow f$  :  $p_e = p_e^* + \frac{F_a}{S}$  forza d'attrito

↑  
pressione esterna  
trascurando l'attrito

ma se considero la compressione che riconduce ad  $i$

compressione  $f \rightarrow i$  :  $p_e = p_e^* - \frac{F_a}{S}$

quindi  $i \rightarrow f \rightarrow i$ , se  $p_e^*$  non cambia:

$$\delta L_{if} = \delta L_{if} + \delta L_{fi} = \left( p_e^* + \frac{F_a}{S} \right) dV - \left( p_e^* - \frac{F_a}{S} \right) dV$$

$$= \frac{2F_a}{S} dV \neq 0$$

perché sia  $\delta L_{fi} = 0$ , allora  $p_e^{*(comp)} = p_e^{*(esp)} = \frac{2F_a}{S}$

Ma questo altera l'ambiente circostante, il che implica che la trasformazione è irreversibile.

→ 1.4.2 Teoria Cinetica dei gas

→ Approfondimenti 1.4.2