

# Geometria 2 2025/26

## Foglio di esercizi 2

Prof. Valentina Beorchia

5 marzo 2026

1. Due rette  $r$  ed  $s$  di  $A_{\mathbb{R}}^3$  si dicono complanari se esiste un piano  $\pi \subset A_{\mathbb{R}}^3$  che le contiene:  $r \subset \pi, s \subset \pi$ .

In ciascuno dei seguenti casi verificare se le rette  $r$  ed  $s$  sono o no complanari. Nel caso affermativo si dica se sono parallele o incidenti.

(a)

$$r : \begin{cases} x_1 = 1 + t \\ x_2 = 2t \\ x_3 = 8 - t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x_1 = 1 - \tau \\ x_2 = 3 + \tau \\ x_3 = 5\tau \end{cases}$$

(b)

$$r : \begin{cases} x_1 = 6 + 2t \\ x_2 = 3 + 2t \\ x_3 = 2t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x_1 = \tau \\ x_2 = \tau \\ x_3 = \tau \end{cases}$$

(c)

$$r : \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 1 - 2t \\ x_3 = 8 - t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x_1 = \tau \\ x_2 = -5 + \tau \\ x_3 = 2 + \tau \end{cases}$$

2. Determinare un'equazione cartesiana del piano in  $A_{\mathbb{R}}^3$  contenente la retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2y + 3z = 4 \end{cases}$$

e parallelo al vettore  $v = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

3. Nello spazio affine  $A_{\mathbb{R}}^3$ , si considerino i punti

$$P = (0, -1, 1), \quad Q = (0, 1, 1), \quad R_a = (a, 0, 0),$$

al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$ .

Per ogni  $a \in \mathbb{R}$  si determini il piano affine  $L_a$  passante per  $P, Q, R_a$ .

Si determini  $a \in \mathbb{R}$  tale che il piano  $L_a$  sia parallelo alla retta affine  $r$  di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} y = 3 \\ x + z = 0. \end{cases}$$

4. Per ogni valore del parametro  $a \in \mathbb{R}$  si determinino equazioni parametriche e cartesiane della retta  $r_a \subset A_{\mathbb{R}}^3$  passante per i punti

$$P = (1, 1, 1), \quad Q_a = (2, 0, a).$$

Per quali  $a \in \mathbb{R}$  la retta  $r_a$  è parallela al piano  $S$  di equazione cartesiana

$$2x - y + 3z = 1?$$

5. Nello spazio  $A_{\mathbb{R}}^3$  si considerino le rette

$$r_1 : \begin{cases} x + 2y = a \\ z = 0 \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + z = 0 \end{cases}$$

al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$ .

Per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  le rette  $r_1$  e  $r_2$  sono complanari?

Per ogni tale  $a$  si dica se  $r_1$  ed  $r_2$  sono incidenti oppure no.

6. Nello spazio  $A_{\mathbb{R}}^3$  si considerino i punti

$$P = (1, 1, 0), \quad P' = (1, 2, 3),$$

ed i vettori

$$v = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad v' = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sia  $r$  la retta passante per  $P$  e con giacitura  $\text{Span}(v)$  e sia  $r'$  la retta passante per  $P'$  e con giacitura  $\text{Span}(v')$ .

Si dimostri che  $r$  ed  $r'$  sono sghembe.

Si determinino due piani paralleli  $\pi$  e  $\pi'$  tali che

$$r \subset \pi, \quad r' \subset \pi'.$$