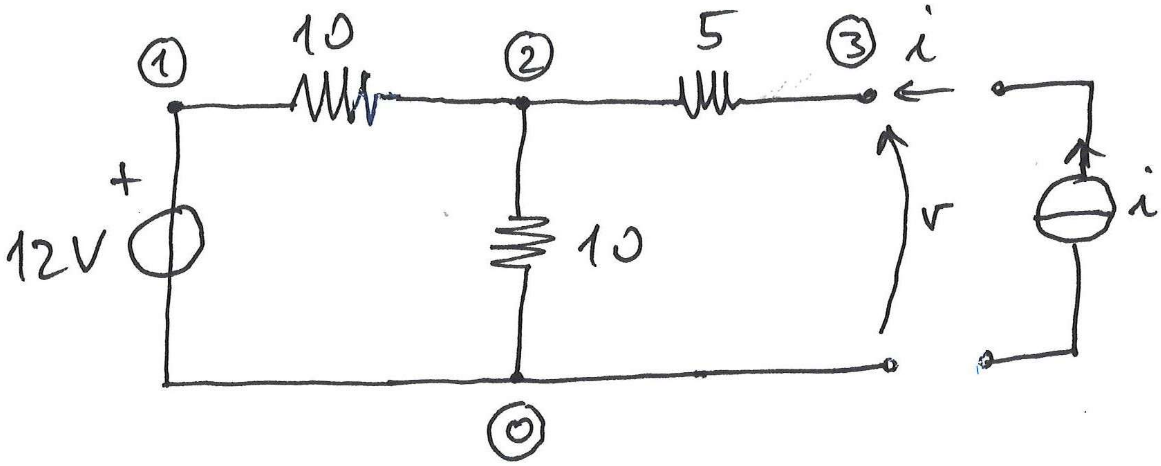
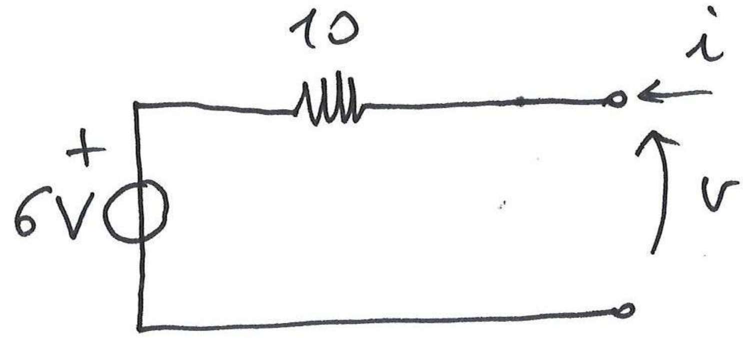
Tableau
Sovrapposizione degli Effetti
Thevenin e Norton

- Consideriamo il bipolo:

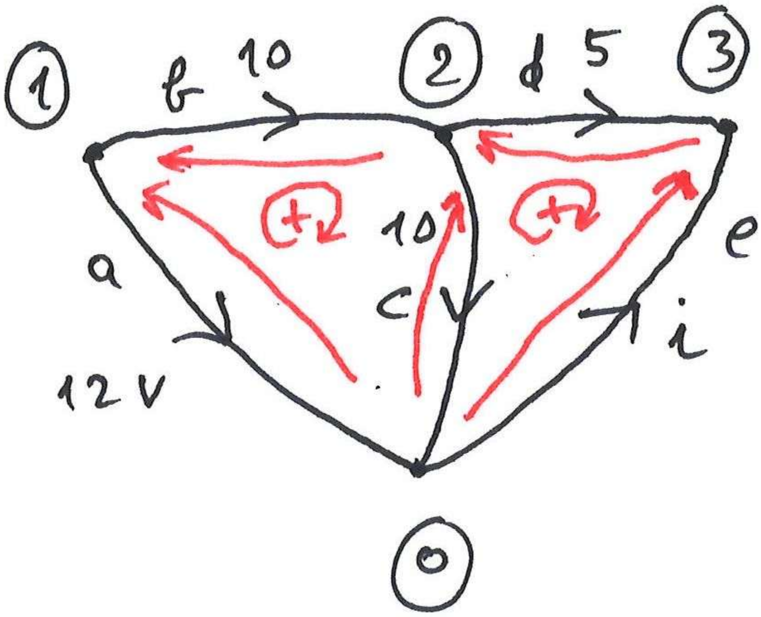


- L'equivalente di Thevenin è:



- Con equazione: $v = 10\ i + 6$
- Nota bene: la variabile indipendente è la corrente *i* entrante nel bipolo.

- Completiamo il bipolo con l'aggiunta di una sorgente di corrente *i* alla porta del bipolo.
- ($n = 4$, $b = 5$, $m = 2$)
- Otteniamo un circuito il cui grafo associato è:



- Si adotta la convenzione non-normale per la sorgente di corrente (ramo *e*), che rappresenta il contributo del circuito esterno al bipolo. La convenzione è invece normale per gli altri rami del bipolo.
- Questo ci permette di scrivere le equazioni del I Principio di Kirchhoff, le equazioni del II Principio di Kirchhoff alle maglie e le equazioni costitutive.

- Ci sono 10 variabili, 5 correnti e 5 tensioni, e 10 equazioni (3 IK, 2 IIK, 5 costitutive).
- Le equazioni sono (V_S: sorgente di tensione):

$$
\begin{cases}
i_a + i_b = 0 \\
-i_b + i_c + i_d = 0 \\
-i_d + i_e = 0 \\
v_a - v_b - v_c = 0 \\
v_c - v_d - v_e = 0 \\
v_a = V_s \\
v_b - 10\, i_b = 0 \\
v_c - 10\, i_c = 0 \\
v_d - 10\, i_d = 0 \\
i_e = i
\end{cases}
$$

- Possiamo scrivere queste equazioni in forma matriciale.

- L'equazione matriciale è: $\mathbf{T}\,\mathbf{x} = \mathbf{h}$

$$
\begin{array}{c}
\\ IK \\ IK \\ IK \\ IIK \\ IIK \\ c \\ c \\ c \\ c \\ c \\ \\
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccc} v_a & v_b & v_c & v_d & v_e & i_a & i_b & i_c & i_d & i_e \end{array} \\
\underbrace{\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\
1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}}_{\mathbf{T}}
\end{array}
\begin{array}{c}
\\
\underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_S \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}}
\end{array}
$$

- dove il vettore delle variabili è:

$$\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} v_a & v_b & v_c & v_d & v_e & i_a & i_b & i_c & i_d & i_e \end{bmatrix}$$

- Ci sono due sorgenti indipendenti, quindi possiamo applicare il Principio di Sovrapposizione degli Effetti (PSE).

- Ponendo:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h_i}\, i + \mathbf{h_S}\, \mathrm{V}_\mathbf{s}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_S \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}_i} i + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}_S} V_S$$

- L’equazione matriciale diventa:

$$\mathbf{T}\,\mathbf{x} = \mathbf{h} = \mathbf{h_i}\, i + \mathbf{h_S}\, \mathrm{V_s}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}} \quad \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}_i} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}_S}$$

- dove il vettore delle variabili è:

$$\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} v_a & v_b & v_c & v_d & v_e & i_a & i_b & i_c & i_d & i_e \end{bmatrix}$$

- La soluzione si trova invertendo **T** (det **T**$\neq$0):

$$\mathbf{x} = [\mathbf{T}^{-1}\ \mathbf{h_i}]\ i + [\mathbf{T}^{-1}\ \mathbf{h_S}]\ V_S$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_d \\ v_e \\ i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_d \\ i_e \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 5 \\ -5 \\ 10 \\ 0.5 \\ -0.5 \\ 0.5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{colonna 10} \\ \text{di } \mathbf{T}^{-1}}} i + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ -0.05 \\ 0.05 \\ 0.05 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{colonna 6} \\ \text{di } \mathbf{T}^{-1}}} V_S$$

- Ogni variabile del circuito è data dalla combinazione lineare delle sorgenti V_S e i. Risulta che (v_e in quinta riga):

$$v_e = r_i\, i + \alpha\, V_s = 10\, i + 0.5\, V_S$$

- Nel caso specifico dell'equivalente di Thevenin, la tensione v_e coincide con v. Ponendo $V_s = 12$ V, si ottiene:

$$v = 10\, i + 6$$

- Se volessi ottenere l'equivalente di Norton, dovrei connettere al bipolo un generatore di tensione v. Il procedimento è poi lo stesso.

- Il listato dello script per Matlab è:

- clear;
- clc;
- T = [0 0 0 0 0 1 1 0 0 0];
- T = [T; 0 0 0 0 0 0 -1 1 1 0];
- T = [T; 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 -1];
- T = [T; 1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0];
- T = [T; 0 0 1 -1 -1 0 0 0 0 0];
- T = [T; 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
- T = [T; 0 1 0 0 0 0 -10 0 0 0];
- T = [T; 0 0 1 0 0 0 0 -10 0 0];
- T = [T; 0 0 0 1 0 0 0 0 -5 0];
- T = [T; 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1]
- hs = [0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0]
- hi = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1]
- inv(T)
- q = inv(T)*hs
- m = inv(T)*hi
- R = m(5)
- Vs = q(5)*12