

Esercizi con le matrici in R

✚ Calcolare i seguenti prodotti matriciali (a mano + R)

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

✚ Con R, date  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  svolgere

$$\mathbf{A}'(\mathbf{AB}) =$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{A}'\mathbf{A}) = \quad (\dots \text{dove } \mathbf{A}' = \text{trasposta di } \mathbf{A})$$

✚ A mano, calcolare l'inversa della matrice  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

✚ Con R, Data la matrice  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  ricavate le seguenti matrici inverse (se possibile):

$$(\mathbf{AA}')^{-1} =$$

$$(\mathbf{A}'\mathbf{A})^{-1} =$$

Calcolate il determinante di entrambi i prodotti di matrici. Cosa osservate? In quale caso la matrice ottenuta non è invertibile?

✚ Con i vettori  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  presentati a lezione per la stima dei parametri della retta di regressione, costruire con R la matrice del modello  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} \end{bmatrix}$$

e verificare l'equivalenza della formula

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

con il comando in R `lm(y~x)` .

Sapendo che i primi tre soggetti sono Maschi (0) e gli ultimi tre Femmine (1), inserire nella matrice del modello una variabile dummy "D" e stimare con la medesima formula i coefficienti del modello lineare  $\hat{y}_i = a + bx_i + \gamma D_i$ .

Verificare l'equivalenza con il comando R `lm(y~x+D)` .