

ESERCITAZIONI FED

DECIMA ESERCITAZIONE

14-05-2026

Problema 4 del 27-01-2022

Un'auto sportiva di lunghezza L sorpassa un'utilitaria di lunghezza $L/2$ proprio in corrispondenza di un autovelox. Nell'immagine registrata dall'autovelox le due auto hanno la stessa lunghezza. Sapendo che l'utilitaria procedeva a $c/2$, con c velocità della luce, determinare la velocità dell'auto sportiva.

Problema 4 del 24-09-2021

Si considerino due trasformazioni di Lorentz in sequenza: una con velocità \vec{v} lungo l'asse x , seguita da una seconda con velocità \vec{v} lungo l'asse y . Determinare:

- a) la matrice 4x4 che descrive questa sequenza di trasformazioni;
- b) se la sequenza di trasformazioni inversa, prima lungo y e poi lungo x , è equivalente alla prima.

Problema 4 del 19-09-2022

Un'asta di lunghezza a riposo \bar{L} si muove con velocità $\vec{v} = v \hat{x}$ rispetto ad un sistema di riferimento fisso S . L'asta forma un angolo $\bar{\theta}$ con l'asse \bar{x} di un sistema di riferimento \bar{S} , solidale ad essa, che si muove con velocità \vec{v} rispetto al sistema fisso S , in modo che l'asse x di S e quello \bar{x} di \bar{S} rimangano paralleli. Determinare:

- a) la lunghezza dell'asta misurata da osservatore solidale con il sistema S ;
- b) l'angolo θ che l'asta forma con l'asse x del sistema di riferimento S .

Problema 12.45 del Griffiths

Problem 12.45. A point charge q is at rest at the origin in a uniform magnetic field $B_0\hat{y}$. You walk by in the $-x$ direction, at speed v (so that from your perspective the charge moves at velocity $v\hat{x}$). Why isn't it deflected by the magnetic field?

ESERCITAZIONE 10.

PROBLEMA 4. DEL 27/01/2022

UN'AUTO SPORTIVA DI LUNGHEZZA L SORPASSA UN'UTILITARIA DI LUNGHEZZA $L/2$ IN CORRISPONDENZA DI UN AUZOVELOX
L'UTILITARIA PROCEDEVA A $c/2$, DETERMINARE LA VELOCITÀ DELL'ALTRA AUTO

L'AUTO SPORTIVA HA LUNGHEZZA PROPRIA $L_{0,s} = L$
MENTRE L'UTILITARIA HA LUNGHEZZA PROPRIA $L_{0,u} = \frac{L}{2}$

E VIAGGIA CON VELOCITÀ $v_u = \frac{c}{2}$

NEL SISTEMA DELL'AUTOVELOX, LA LUNGHEZZA DI UN OGGETTO IN MOTO CON VELOCITÀ v LUNGO LA DIREZIONE DELLA PROPRIA LUNGHEZZA È $L_{mes} = \frac{L_0}{\gamma}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$\text{QUINDI } L_s = \frac{L_{0,s}}{\gamma_s} = \frac{L}{\gamma_s} \quad \text{E} \quad L_u = \frac{L_{0,u}}{\gamma_u} = \frac{L/2}{\gamma_u}$$

ORA, L'AUTOVELOX VEDE LE AUTO DELLA STESSA LUNGHEZZA

$$\Rightarrow L_s = L_u \quad \rightarrow \quad \frac{L}{\gamma_s} = \frac{L}{2\gamma_u}$$

$$\rightarrow 2\gamma_u = \gamma_s \quad \text{MA} \quad \gamma_u = \frac{1}{\sqrt{1-v_u^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-1/4}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{DA CUI } \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{1-v_s^2/c^2}}$$

$$\rightarrow \frac{16}{3} = \frac{1}{1-v_s^2/c^2}$$

$$\frac{16}{3} \left(1 - \frac{v_s^2}{c^2}\right) = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{16}{3} - 1 = \frac{16}{3} \frac{v_s^2}{c^2}$$

$$\frac{13}{16} c^2 = v_s^2 \quad \rightarrow \quad v_s = \frac{\sqrt{13}}{4} c \approx 0.9 c$$

PROBLEMA 4. DEL 24/09/2021.

CONSIDERIAMO DUE TRASFORMAZIONI DI LORENTE IN SEQUENZA: • UNA CON VELOCITÀ \bar{v} LUNGO L'ASSE x
• SEGUITA DA UNA CON VELOCITÀ \bar{v} LUNGO y

a) DETERMINARE LA MATRICE Λ_{yx} CHE DESCRIVE QUESTA SEQUENZA DI TRASFORMAZIONI

CONSIDERIAMO PRIMA IL BOOST LUNGO L'ASSE x CON VELOCITÀ v

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_x & -\gamma_x \beta_x & 0 & 0 \\ -\gamma_x \beta_x & \gamma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

LASCIA INVARIATI x E y ,
PERCHÉ IL MOCO
RELATIVO È LUNGO x

b) DETERMINARE θ CHE L'ASTA FORMA IN S

L'ANGOLO θ CHE L'ASTA FORMA CON L'ASSE X IN S È DETERMINATO DAL RAPPORTO TRA LA COMPONENTE TRASVERSA E QUELLA LONGITUDINALE

$$\tan \theta = \frac{L_y}{L_x} = \gamma \frac{L \sin \bar{\theta}}{L \cos \bar{\theta}} = \gamma \tan \bar{\theta}$$

PROBLEMA 12.45 DEL GRAFFITHS

UNA CARICA PUNTFORME q È FERMA NELL'ORIGINE DI UN SDR S IN S È PRESENTE UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME $\vec{B} = B_0 \hat{y}$ UN OSSERVATORE SI MUOVE RISPETTO A S NELLA DIREZIONE $-x$, CON VELOCITÀ v NEL SISTEMA DELL'OSSERVATORE (S') LA CARICA SI MUOVE CON VELOCITÀ

$$\vec{u}' = v \hat{x}$$

PERCHÉ LA CARICA NON VIENE DEFLESSA ?

IN S LA CARICA È FERMA, $\vec{u} = 0 \rightarrow$ LA FORZA DI LORENTE È

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$

$$\downarrow q(\vec{u} \times \vec{B}) = 0 \rightarrow \text{IN S LA CARICA NON ACCELERA E NON VIENE DEVIATA}$$

ORA, IN S' LA CARICA SI MUOVE CON VELOCITÀ $v \hat{x}$

DATO CHE IL CAMPO MAGNETICO È UNGO y , SEMBREREBBE ESSERCI UNA FORZA MAGNETICA $q \vec{u}' \times \vec{B}$ UNGO z , MA ALLORA PERCHÉ LA CARICA NON VIENE DEVIATA ?

VEDIAMO LE TRASFORMAZIONI DEI CAMPI

$$\text{IN S ABBIAMO } \begin{cases} \vec{E} = 0 \\ \vec{B} = B_0 \hat{y} \end{cases}$$

L'OSSERVATORE S' SI MUOVE RISPETTO A S CON VELOCITÀ $\vec{v} = -v \hat{x}$

LE TRASFORMAZIONI RELATIVISTICHE DEI CAMPI PER UN BOOST CON VELOCITÀ \vec{v}

$$\text{SONO } \begin{cases} \vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel} & \vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel} \\ \vec{E}'_{\perp} = \gamma (\vec{E}_{\perp} + \vec{v} \times \vec{B}) & \vec{B}'_{\perp} = \gamma \left(\vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E} \right) \end{cases}$$

$$\text{NEL NOSTRO CASO } \vec{E} = 0 \text{ QUINDI } \begin{cases} \vec{E}'_{\perp} = \gamma (\vec{v} \times \vec{B}) \\ \downarrow -\gamma v B_0 \hat{z} \end{cases} \rightarrow \vec{E}' = -\gamma v B_0 \hat{z}$$

$$\vec{B}' = \gamma \vec{B}' = \gamma B_0 \hat{y} \text{ PERCHÉ } B \text{ È PERPENDICOLARE ALLA DIREZIONE DEL BOOST}$$

IN S' LA CARICA SI MUOVE CON $\vec{u}' = v \hat{x}$

$$\text{LA FORZA DI LORENTE È } \vec{F}' = q(\vec{E}' + \vec{u}' \times \vec{B}') \\ \downarrow q(-\gamma v B_0 \hat{z} + \gamma B_0 v \hat{z}) = 0$$

QUINDI LA CARICA NON VIENE DEVIATA PERCHÉ LA TRASFORMAZIONE RELATIVISTICA DEI CAMPI GENERA, NEL SISTEMA DELL'OSSERVATORE, UN CAMPO ELETRICO CHE COMPENSA ESATTAMENTE LA FORZA MAGNETICA