Geometria 2 2025/26
Foglio di esercizi 4

Prof. Valentina Beorchia

22 marzo 2026

1. Si dica se l'applicazione $f\ \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}} \to \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$
$$f(x,y) = \left(x + 2y - 1, -\frac{3}{2}x - 3y + 16\right)$$
è un'affinità del piano.

2. Determinare l'equazione vettoriale e quella scalare dell'omotetia $\omega_{2,O}$ di centro O e rapporto 2 del piano affine $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$.

   Determinare le immagini, tramite $\omega_{2,O}$, dei punti $A = (3,-1)$, $B = (1,-4)$ e della retta r passante per tali punti.

3. Caratterizzare tutte e sole le rette $r \subset \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$ tali che
$$\omega_{c,O}(r) = r.$$
   Tale caratterizzazione dipende da $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$?

4. Siano dati i triangoli T di vertici $\{(0,0),(1,2),(1,-1)\}$ e T' di vertici $\{(2,0),(1,1),(0,-2)\}$ nel piano affine $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$. Determinare un'affinità $f : \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}} \to \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$ tale che $f(T) = T'$.

5. Siano $r\ x + y - 2i = 0$ e $s\ 2x - iy + 1 = 0$ due rette del piano affine $\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}$. Determinare un'affinità f di $\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}$ tale che $f(r) = s$ e $f(s) = r$.

6. Sia $f \in \mathrm{Aff}(\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}})$ definita nel modo seguente:
$$f(x,y) = (x + y, y + 1).$$
   Dimostrare che non esiste nessuna retta affine r in $\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}$ tale che $f(r) = r$.