# Economia delle istituzioni e dello sviluppo

Lezione 2 – Il capitale fisico

**25 marzo 2026**
Trieste

**Nicola Comincioli**
Dipartimento di Scienze Politiche e Sociali

1

## Introduzione

- Tre fasi per comprendere le differenze di reddito:
  - Accumulazione **fattori produttivi**;
  - **Produttività**;
  - **Fondamentali.**
- I lavoratori dei paesi più poveri hanno mediamente a disposizione meno fattori di produzione rispetto a quelli più ricchi:
  - **Lavoro**: operai, impiegati, ingegneri, manager, know-how;
  - **Capitale fisico**: macchinari, software/hardware, infrastrutture;
  - **Capitale umano**: istruzione, competenze, esperienza dei lavoratori;
  - **Risorse naturali**: terreni agricoli, acqua, petrolio, minerali.
- Questo spiega **parzialmente** le differenze di ricchezza tra paesi.

2 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

2

## Introduzione

- I principali **input** della funzione di **produzione** microeconomica sono lavoro e capitale;
- Il **capitale**:
  - È necessario per svolgere qualsiasi tipo di lavoro;
  - Racchiude tutti gli strumenti fisici che ampliano le capacità dei lavoratori;
  - Questo ha un **impatto positivo** sulla produzione di **ricchezza.**
- In questa lezione costruiamo un **modello semplificato** per spiegare questo fenomeno.

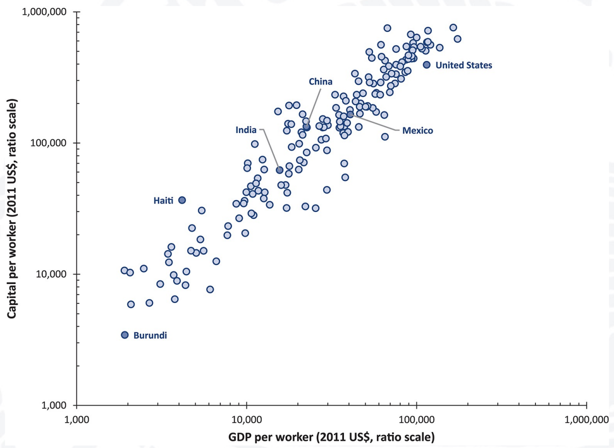



**Figura** Relazione tra PIL per lavoratore e capitale fisico per lavoratore. Fonte: Weil.





## Contenuti della lezione

- Capitolo 3: **Il capitale fisico**:
  - La **natura** del **capitale**:
  - Il **ruolo** del **capitale** nella **produzione**:
    - L'uso di una funzione di produzione per analizzare il ruolo del capitale;
    - Rendimento dei fattori e quote dei fattori.
  - Il **modello** di **Solow**:
    - La determinazione del capitale per addetto;
    - Stato stazionario;
    - Il modello di Solow come teoria delle differenze di reddito;
    - Il modello di Solow come teoria dei tassi di crescita relativi.
  - La **relazione** tra **investimento** e **risparmio**:
    - La spiegazione dei tassi di risparmio

## La natura del capitale

- Il capitale fisico presenta le seguenti **cinque caratteristiche** fondamentali;

1. Il capitale è **produttivo**:
   - Aumenta la **capacità** di **produrre** beni e servizi, cioè a **parità** di altri **fattori produttivi** (e.g., lavoro), con più capitale si produce più ricchezza;

2. Il capitale è **prodotto**:
   - È il risultato di un processo di produzione, cioè l'**investimento**;
   - Per produrlo bisogna **rinunciare** ad un **consumo** possibile di risorse;
   - Si **differenzia** dalle **risorse naturali**, che non vengono prodotte.





## La natura del capitale

3. Il capitale è un bene di **impiego limitato**:
   - Si tratta sostanzialmente un bene **rivale**, cioè un bene il cui utilizzo da parte di un soggetto o in una certa attività produttiva riduce la quantità che può essere utilizzata in altri contesti. Al contrario, un bene **non-rivale** è un bene il cui utilizzo da parte di qualcuno non riduce la quantità disponibile ad altri. È quindi importante *come* utilizzarlo;

4. Il capitale può produrre un **rendimento**:
   - Dato che il capitale è limitato e produttivo, un lavoratore può essere disposto a pagarlo;
   - La maggiore quota di ricchezza prodotta rappresenta quindi un rendimento;

5. Il capitale si **deteriora**:
   - Con il passare del tempo il **capitale perde valore** per **obsolescenza** oppure **usura**;
   - Contabilmente si parla di **ammortamento**, cioè quell'operazione in base alla quale ogni anno si registra una quota del valore del bene come costo, per riflettere il suo consumo/usura nel processo produttivo.

## Il ruolo del capitale nella produzione

- Il capitale è **produttivo**, permettendo ai lavoratori di **produrre maggiore** ricchezza;
- Cerchiamo di modellare l'impatto del capitale attraverso una funzione di **produzione** di **output** $Y$ a due variabili, cioè **capitale** $K$ e **lavoro** $L$:

$$Y = f(K, L)$$

- Dove $f$ è una forma funzionale che assumiamo goda delle seguenti due **caratteristiche fondamentali**:
  - I **rendimenti** di **scala** siano **costanti**;
  - La **produttività marginale** sia **decrescente**.





## Rendimenti di scala

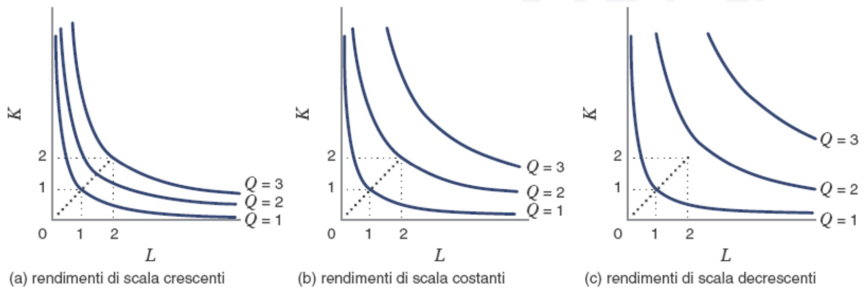
- I **rendimenti** di **scala** ci dicono di quanto aumenta l'output all'aumentare di tutti gli input. Ne possiamo definire tre tipi (dato $\lambda > 0$):
  - Rendimenti di scala **costanti**: se si moltiplica per $\lambda$ la quantità impiegata di tutti gli input, risulterà moltiplicata per $\lambda$ anche la quantità prodotta (aumento proporzionale);

$$f(\lambda K, \lambda L) = \lambda f(K, L)$$

  - Rendimenti di scala **decrescenti** o **crescenti**: se si moltiplica per $\lambda$ la quantità impiegata di tutti gli input, l'output aumenterà meno/più di $\lambda$ volte (aumento più/meno che proporzionale);

$$f(\lambda K, \lambda L) \lesseqgtr \lambda f(K, L)$$

## Rendimenti di scala




Raddoppiando gli input l'output aumenta **più** del **doppio**

Raddoppiando gli input l'output **raddoppia esattamente**

Raddoppiando gli input l'output aumenta **meno** del **doppio**

**Figura** Esempi di rendimenti diversi rendimenti di scala. Fonte: David Besanko e Ronald Braeutigam, Microeconomia (4a edizione), McGraw-Hill, 2020. ISBN: 9788838695551.





## Output per addetto

- L'output totale $Y$ dipende anche dalla dimensione della forza lavoro $L$;
- Per capire come il capitale renda ciascun lavoratore più produttivo è utile osservare l'**output** per **addetto** (non per capita):

$$\frac{1}{L} \cdot Y = \frac{1}{L} \cdot f(K, L) \Rightarrow \frac{Y}{L} = f\left(\frac{K}{L}, \frac{L}{L}\right) \Rightarrow \frac{Y}{L} = f\left(\frac{K}{L}, 1\right)$$

- Definendo $y = Y/L$ e $k = K/L$ otteniamo la **funzione** di **produzione** per **addetto**, che dipende solo dal capitale per addetto:

$$y = f(k)$$

- Questa formulazione è necessaria per passare alla seconda caratteristica.

## Produttività marginale decrescente

- In generale, il **prodotto marginale** (MP) di un input è il tasso di variazione dell'output al variare di quell'input, tenendo costanti le quantità di tutti gli altri input;

- Se la funzione di produzione dipende da $K$ ed $L$, il loro prodotto marginale è rispettivamente:

$$MP_K = \left.\frac{\Delta Q}{\Delta K}\right|_{L\ costante}, \qquad MP_L = \left.\frac{\Delta Q}{\Delta L}\right|_{K\ costante}$$

- Per incrementi marginali di $K$ ed $L$, il MP è approssimato dalle **derivate parziali**:

$$MP_K = \frac{\partial Q(K,L)}{\partial K}, \qquad MP_L = \frac{\partial Q(K,L)}{\partial L}$$





## Produttività marginale decrescente

- Utilizzando la funzione di **produzione** per **addetto**, possiamo definire il MP del capitale rispetto ad un aumento unitario come:

$$MP_K = f(k+1) - f(k)$$

- L'ipotesi di **produttività marginale decrescente** implica che, aumentando $k$:
  - L'**output** per addetto $y$ **aumenti** sempre MA allo stesso tempo che
  - Tale **incremento** sia sempre più **piccolo**.

- Possiamo cogliere questa caratteristica osservando la **pendenza** della **funzione** di **produzione** per addetto (ossia la sua derivata).

## Produttività marginale decrescente

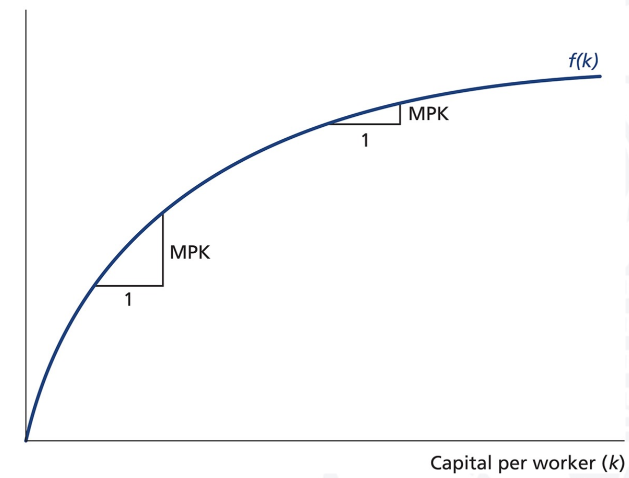



**Figura** Funzione di produzione con produttività marginale decrescente. Fonte: Weil.





## Funzione Cobb-Douglas

- Per ora non abbiamo specificato la forma funzionale di $f$, ci siamo limitati ad imporre due **caratteristiche** di nostro interesse:
  - **Rendimenti di scala costanti**: **plausibili** a livello aggregato e **semplificano** la modellizzazione matematica;
  - **Produttività marginale decrescente**: proprietà **realistica** e cruciale per ottenere uno **stato stazionario**, ossia una situazione di «equilibrio» le principali variabili economiche non cambiano più nel tempo.

- Una forma molto utilizzata come funzione di produzione è la **Cobb-Douglas**:
  - Molto **semplice** e **trattabile** analiticamente;
  - Approssima bene molti **dati empirici** sulla produzione aggregata;
  - I parametri hanno **interpretazione economica** chiara.

## Funzione Cobb-Douglas

- La funzione di produzione **Cobb-Douglas** è definita come:

$$Y = f(K, L) = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

- Dove:
  - $A > 0$ rappresenta la **produttività**, cioè lega la quantità dei due input utilizzata alla quantità di output generato;
  - $\alpha \in (0,1)$ rappresenta come capitale e lavoro si combinano tra loro generando l'output. Più precisamente rappresenta l'**elasticità** dell'output rispetto al capitale, mentre il suo complemento ad $1$ rappresenta quella rispetto al lavoro;

$$\varepsilon_{Y,K} = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} \cdot \frac{K}{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}} = \alpha$$





## Funzione Cobb-Douglas

- Esprimiamo ora la funzione di produzione **Cobb-Douglas** in termini di output per addetto:

$$\frac{1}{L} \cdot Y = \frac{1}{L} \cdot AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \Longrightarrow \frac{Y}{L} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}\frac{L}{L} \Longrightarrow \frac{Y}{L} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}\frac{L}{L}$$

- Ricordando che $y = Y/L$ e $k = K/L$ otteniamo la **funzione** di **produzione Cobb-Douglas** per **addetto**, che dipende ancora solo dal capitale per addetto:

$$y = Ak^{\alpha}$$

- L'implicazione chiave è che la **produttività** del lavoratore **dipende** da **quanto capitale** ha a disposizione.

## Rendimenti di scala costanti

- Per verificare che la funzione di produzione Cobb-Douglass rispetti i **rendimenti di scala costanti**, moltiplichiamo entrambi gli input per $\lambda > 0$ e verifichiamo se:

$$\lambda Y = f(\lambda K, \lambda L)$$

- Procediamo alla **sostituzione**:

$$A(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{1-\alpha} = A\lambda^{\alpha}K^{\alpha}\lambda^{1-\alpha}L^{1-\alpha} = A\lambda^{\alpha+1-\alpha}K^{\alpha}L^{1-\alpha} = \lambda AK^{\alpha}L^{1-\alpha} = \lambda Y$$

- Abbiamo **dimostrato** che con questa funzione di produzione i rendimenti di scala sono costanti.





## Produttività marginale decrescente

- Per verificare che la funzione di produzione Cobb-Douglass rispetti la produttività marginale decrescente, per prima cosa calcoliamo il **prodotto marginale del capitale**:

$$MP_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial(AK^{\alpha}L^{1-\alpha})}{\partial K} = A\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}$$

- Per verificare se $MP_K$ è decrescente, è sufficiente che la sua **pendenza** sia **negativa**. Calcoliamo quindi la sua **derivata**:

$$\frac{\partial MP_K}{\partial K} = \frac{\partial(A\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha})}{\partial K} = A\alpha(\alpha-1)K^{\alpha-2}L^{1-\alpha} < 0$$

- Tale grandezza è negativa in quanto tutti i fattori sopra sono positivi tranne $\alpha - 1 < 0$.

## Rendimento dei fattori e quote dei fattori

- Il $MP_K$ è l'**incremento** di **ricchezza** generato dall'utilizzo di un'unità aggiuntiva di **capitale** fisico $K$, cioè è il suo **rendimento**, che rende più o meno attrattivo il risparmio/investimento;
- Consideriamo ora l'**altro fattore** produttivo principale, cioè il **lavoro** $L$. Aumentare il numero di addetti di una unità comporta:
  - Un **impatto** sull'**output** quantificato in $MP_L$;
  - Un **aumento** del **costo totale** del lavoro (costo marginale del lavoro $MC_L$) .
- Un **datore** di **lavoro** (e.g., lo stato o un'impresa) **confronta** queste due **grandezze**:
  - Se $MP_L > MC_L$ allora nuovi **dipendenti** sarebbero **assunti**. Ma con $MP_L$ decrescente, si arriva alla situazione $MP_L = MC_L$, dove nessun altro viene assunto;
  - Se $MP_L < MC_L$ allora alcuni **dipendenti** sarebbero **licenziati**. Ma con $MP_L$ decrescente, si arriva alla situazione $MP_L = MC_L$ (ma dall'altra direzione), dove nessun altro viene licenziato;
  - Troviamo anche in questo caso uno **stato stazionario**.





## Rendimento dei fattori e quote dei fattori

- Nelle slide precedenti abbiamo ricavato che, con una funzione di produzione Cobb-Douglass il prodotto marginale del capitale è:

$$MP_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial (AK^{\alpha}L^{1-\alpha})}{\partial K} = A\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}$$

- In un'economia competitiva, si utilizza capitale (e lavoro) finché il loro prodotto marginale è uguale al loro costo marginale;
- Possiamo quindi calcolare la quota di output attribuita al capitale:

$$S_K = \frac{MP_K \cdot K}{Y} = \frac{A\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha} \cdot K}{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}} = \alpha$$

# Rendimento dei fattori e quote dei fattori

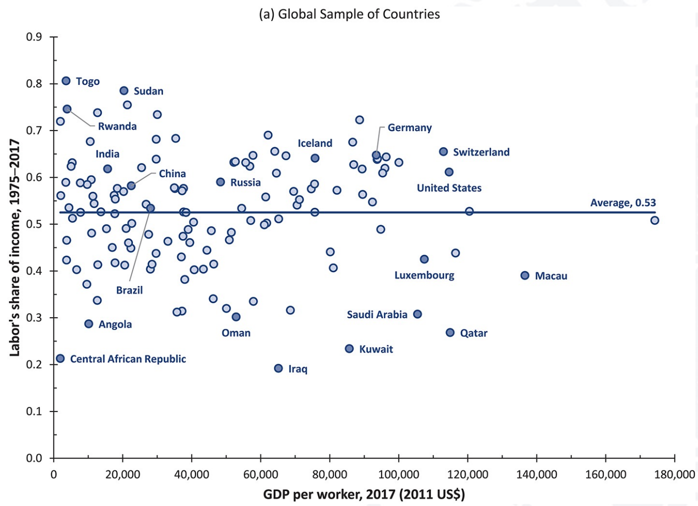



**Figura** Quota del lavoro nella ricchezza prodotta (globale). Fonte: Weil.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE



# Rendimento dei fattori e quote dei fattori

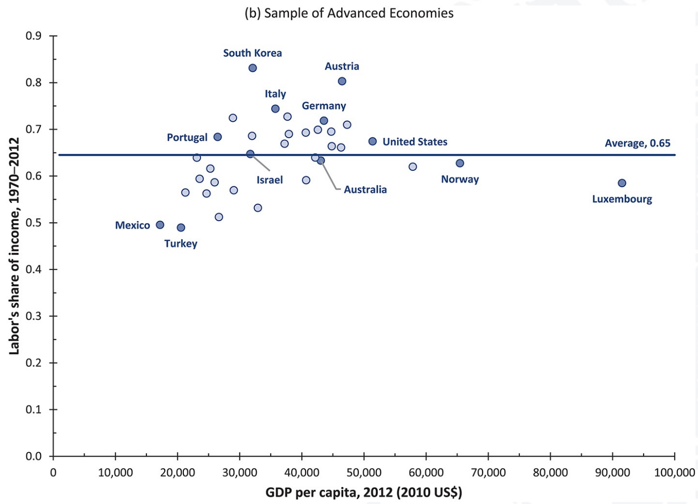



**Figura** Quota del lavoro nella ricchezza prodotta (economie avanzate). Fonte: Weil.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

## Rendimento dei fattori e quote dei fattori

- Questa analisi è basata su **due fattori** produttivi, **capitale** e **lavoro**, **fondamentali** in questa epoca. Ma è **sempre** stato **così**?
  - In passato, insieme al lavoro era fondamentale la **terra** che tuttavia ha perso sempre più rilevanza a causa del progresso tecnologico;
  - In futuro (in un contesto di crescita demografica e scarsità di risorse) potrebbe **tornare** ad essere molto **rilevante**;
  - Il capitale potrebbe essere anche affiancato dalla **conoscenza**.

| Anno | Quota |
|---|---|
| 1688 | 64% |
| 1798 | 55% |
| 1885 | 18% |
| 1927 | 4% |
| 1958 | 3% |

**Tabella** Valore dei terreni agricoli come quota della ricchezza totale in UK. Fonte: Weil.





## Il modello di Solow

- La **funzione** di **produzione** permette di modellare come capitale fisico $K$ e lavoro $L$ vengano combinati per generare **output** $Y$;
- Possiamo ora dedicarci in dettaglio al ruolo del **capitale fisico**, studiando le sue **determinanti** e come questo possa tradursi in differenze di reddito tra paesi;
- Modello di **Harrod-Domar** (anni '40, di derivazione Keynesiana), caratterizzato da una forte instabilità;
- Modello di **Solow-Swan** (1956), ammette una crescita stabile di un sistema economico, evidenziando il ruolo del progresso tecnologico.

## Il modello di Solow

- Iniziamo con una versione **semplificata** nella quale:
  - Il **numero** di **addetti** $L$ è **costante**;
  - La **produttività** è **costante** (prametro $A$ in una funzione di produzione Cobb-Douglas).
- In questa situazione particolare, la **crescita economica** dipende unicamente dall'**accumulazione** del **capitale** $K$ (non costante) la cui dinamica dipende da **due forze**:
  - Accrescimento del capitale attraverso il risparmio e l'**investimento** $I$ (effetto **positivo**);
  - **Deperimento** $D$ del capitale esistente per obsolescenza/usura (effetto **negativo**).
- Possiamo quindi descrivere la **dinamica** del **capitale** come:

$$\Delta K = I - D$$

25 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

25

## Il modello di Solow

- Ragionando in termini di valori per addetto, definendo $i = I/L$ e $d = D/L$, la dinamica del capitale può essere riscritta come:

$$\Delta k = i - d$$

- Come vengono **determinati** i **livelli** di investimento e deperimento per addetto?

1. L'**investimento** può essere una certa **proporzione** $\gamma$ dell'**output** che viene risparmiata e quindi può essere destinata all'accumulazione di capitale:
$$i = \gamma y$$
2. Il **deperimento** può essere invece una **frazione** $\delta$ dello **stock** di capitale:
$$d = \delta k$$

26 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

26

## Il modello di Solow

- Riscriviamo quindi la **dinamica** del **capitale** per **addetto** come (ricordando la funzione di produzione):

$$\Delta k = \gamma y - \delta k = \gamma f(k) - \delta k$$

- La **variazione** di capitale è legata (tutto in termini per addetto):
  - Capacità di **risparmio** (+);
  - **Output** prodotto (+), che a sua volta dipende dallo **stock** di capitale disponibile (+);
  - Tasso di **deprezzamento** (-);
  - **Stock** di capitale disponibile (-);

- Il segno della **risultante** di tutte queste forze dipende da tutte queste caratteristiche, che possono essere molto **eterogenee** tra diversi paesi o in tempi diversi;





## Il modello di Solow

- Vediamo un **esempio** concreto. Siano dati:
  - Tasso di **investimento**: $\gamma = 20\%$;
  - Tasso di **deperimento**: $\delta = 5\%$;
  - Stock di **capitale**: $k = 100€$;
  - Funzione di **produzione**: $f(k) = k/2$;

$$\Delta k = \gamma y - \delta k = 0.20 \cdot \frac{100€}{2} - 0.05 \cdot 100€ = 10€ - 5€ = 5€$$

- In questo caso osserviamo che l'**effetto positivo** dato dalla propensione al risparmio e all'investimento **supera** il l'**effetto negativo** del deperimento naturale del capitale;
- Lo stock quindi aumenta nel tempo, creando un **circolo virtuoso** con **ricadute positive** sulla **crescita** economica futura.

## Il modello di Solow

- In generale, possiamo identificare tre casi:
  - $\gamma y > \delta k$ l'effetto **investimento supera** l'effetto **deterioramento** permettendo l'**aumento** dello **stock** di capitale (esempio precedente);
  - $\gamma y < \delta k$ l'effetto **accumulazione non** basta a **compensare** l'effetto **deterioramento** causando una **diminuzione** dello **stock** di capitale;
  - $\gamma y = \delta k$ i due effetti si **bilanciano** esattamente, lo **stock** di capitale rimane **invariato**.

- Quest'ultima situazione prende il nome di **stato stazionario**, nel quale il capitale $k^{SS}$ è ad un livello tale per cui investimento e deterioramento si compensano esattamente;

- Lo **stato stazionario**:
  - Descrive il **livello** di capitale per addetto cui tende l'economia nel **lungo periodo**;
  - **Non** significa che l'economia **smette** di **crescere** (se ammettiamo che $A$ o $L$ possano crescere);



## Il modello di Solow

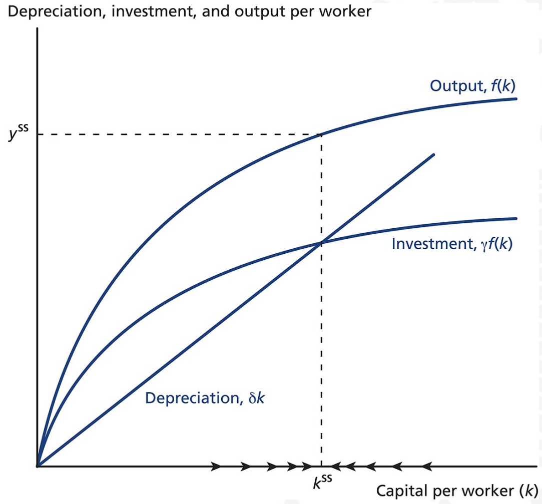



**Figura** Lo stato stazionario nel modello di Solow. Fonte: Weil.

## Il modello di Solow

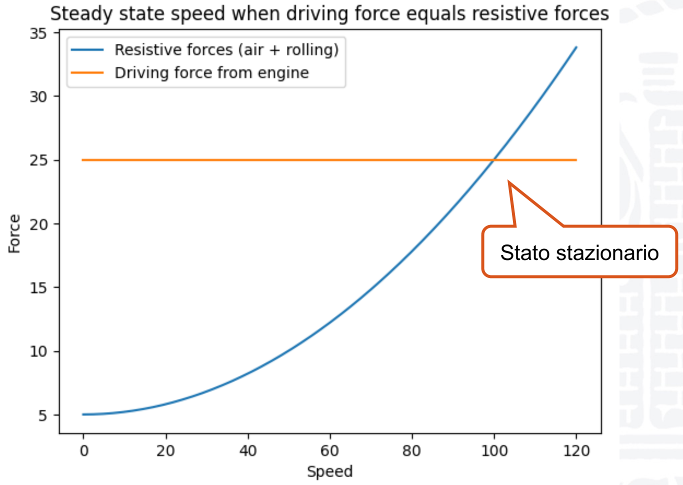



**Figura** Esempio di stato stazionario non economico. Fonte: elaborazione propria.





## Il modello di Solow

- Cosa accade se un economia si trova ad un livello $k \neq k^{SS}$? Possiamo osservare le due situazioni seguenti:

1. Il **capitale** per addetto è **inferiore** al livello dello **stato stazionario**, cioè $k < k^{SS}$:
   - in questo caso, osserviamo dal grafico che deve valere $\gamma y > \delta k$;
   - Pertanto, con il passare del tempo, il risparmio/**investimento supererà** il **deterioramento**;
   - Lo **stock** di capitale fisico **aumenterà** fino allo stato stazionario.

2. Il **capitale** per addetto è **superiore** al livello dello **stato stazionario**, cioè $k > k^{SS}$:
   - in questo caso, osserviamo dal grafico che deve valere $\gamma y < \delta k$;
   - Pertanto, con il passare del tempo, il **deterioramento supererà** il risparmio/**investimento**;
   - Lo **stock** di capitale fisico **diminuirà** fino allo stato stazionario.

## Il modello di Solow

- Lo stato stazionario rappresenta un livello **stabile** di lungo periodo di capitale per addetto (ascissa) ma mostra anche il corrispondente **output** per addetto (ordinata);
- Il modello di Solow ben si presta ad analizzare come questo **risultato chiave** (stato stazionario) possa essere **influenzato** da modifiche nelle variabili coinvolte;
- Si parla in questo caso di ***sensitivity analysis*** (o ***robustness check***), ossia analisi che studiano il cambiamento dei risultati di un modello quando si modificano i valori di partenza, per capire quanto i risultati siano **solidi** rispetto alle ipotesi fatte e **sensibili** ai valori adottati;
- Vediamo per esempio l'impatto di un cambiamento nella **quota** di **ricchezza investita**, testando due valori $\gamma_1 < \gamma_2$.





## Il modello di Solow

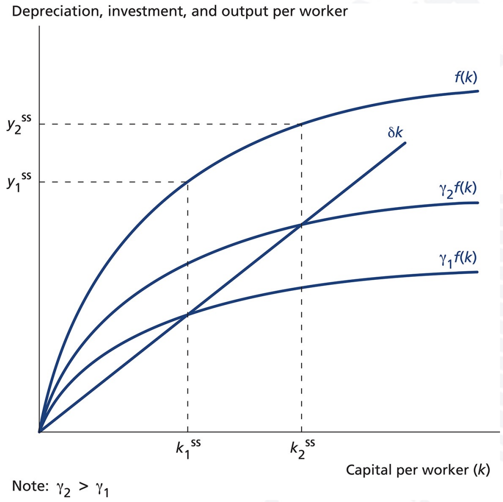



**Figura** Effetto sullo stato stazionario di un maggiore livello di investimento. Fonte: Weil.

## Soluzione analitica

- Cerchiamo ora di individuare **analiticamente** lo **stato stazionario** in termini di capitale per addetto $k^{SS}$ (ascissa) e di output per addetto $y^{SS}$ (ordinata);
- Lo stato stazionario si manifesta quando il **capitale** per **addetto** è **costante**, cioè quando la sua **variazione** $\Delta k$ è **nulla**. Quindi, ricordando la dinamica fondamentale:

$$\Delta k = \gamma y - \delta k^{SS} = 0$$

- Da cui, utilizzando una funzione di produzione **Cobb-Douglas**, segue che:

$$\gamma A(k^{SS})^{\alpha} - \delta k^{SS} = k^{SS}(\gamma A(k^{SS})^{\alpha-1} - \delta) = 0$$

- Da cui, escludendo$k^{SS} = 0$ come **soluzione priva** di **significato** economico:

$$\gamma A(k^{SS})^{\alpha-1} = \delta \Longrightarrow k^{SS} = \left(\frac{\delta}{\gamma A}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \left(\frac{\gamma A}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Capitale per addetto nello stato stazionario

35 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

35

## Soluzione analitica

- La funzione di produzione restituisce l'**output** per addetto **dato** il **capitale** per addetto (che abbiamo appena ricavato per lo stato stazionario);
- Per calcolare $y^{SS}$ dobbiamo quindi **semplicemente sostituire** $k^{SS}$ nella funzione di produzione:

$$y^{SS} = A(k^{SS})^{\alpha} = A\left[\left(\frac{\gamma A}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]^{\alpha} = A\left(\frac{\gamma A}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = A(A)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

- La soluzione analitica permette di:
  - Produrre **rappresentazioni grafiche** accurate;
  - Testare la **magnitudine** e il **segno** di **relazioni** tra variabili. Per esempio, osserviamo che $y^{SS}$ e $\gamma$ sono legate da una **proporzionalità diretta**, mentre con $\delta$ la **proporzionalità** è **inversa**.

36 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

36

## Il modello di Solow come teoria delle differenze di reddito

- Abbiamo osservato che, nello **stato stazionario**, l'**accumulo** di capitale ed il suo **deprezzamento** devono **equivalersi**, cioè deve **valere** $\gamma y^{SS} = \delta k^{SS}$ ;

- Quindi **differenze** di **capitale** possono **spiegare differenze** di **output**? Consideriamo **due paesi** $i$ e $j$ con $\gamma_i \neq \gamma_j$ e tutti gli altri parametri **identici**. Grazie alla soluzione analitica possiamo definire il **rapporto** tra i loro **output** nei rispettivi stati stazionari:

$$\frac{y_i^{SS}}{y_j^{SS}} = \frac{A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\gamma_i}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\gamma_j}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} = \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_j}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

- Pertanto, possiamo «**prevedere**» il rapporto di output per addetto di due paesi conoscendo solamente le rispettive **quote** di **risparmio** e l'**elasticità** dell'output rispetto al capitale $\alpha$.

37 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

37

## Il modello di Solow come teoria delle differenze di reddito

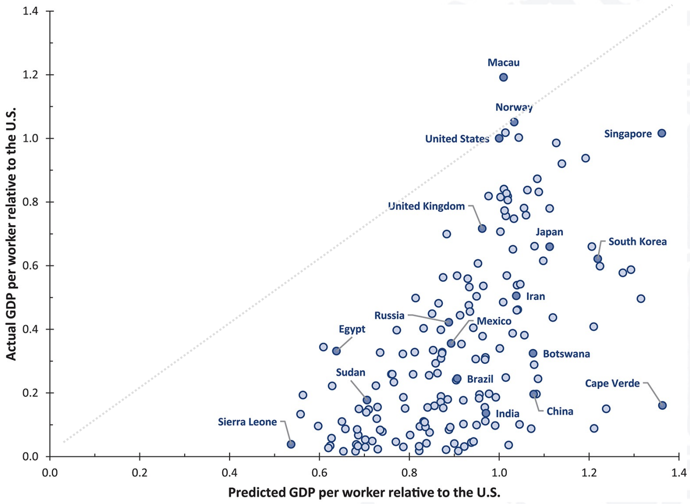



**Figura** PIL per addetto previsto (ascissa) e effettivo (ordinata). Fonte: Weil.

38 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

38

## Il modello di Solow come teoria dei tassi di crescita relativi

- Secondo il modello di Solow:
  - Esiste **crescita** o **decrescita** economica $\Delta y$ **solamente** se $y \neq y^{SS}$;
  - La variazione dell'output va **unicamente** nella **direzione** dello **stato stazionario**;
  - Una volta raggiunto, **non esiste** possibile **variazione** dell'**output.**
- Il **modello** può pertanto **apparire** piuttosto **limitato**. Tuttavia è bene **ricordare** che:
  - Si tratta di una **versione base**, che andremo ad **arricchire** per migliore **realismo**;
  - È comunque utile per confrontare i **tassi** di **crescita relativi** a diversi paesi non ancora nello stato stazionario.
- Definiamo a questo scopo il **tasso** di **crescita** del **capitale**:

$$\hat{k} = \frac{\Delta k}{k} = \frac{\gamma A k^{\alpha} - \delta k}{k} = \gamma A k^{\alpha-1} - \delta$$







## Il modello di Solow come teoria dei tassi di crescita relativi

- **Consideriamo** per esempio **due paesi** caratterizzati da:
  - Tasso di **investimento**: $\gamma_1$ e $\gamma_2$;
  - **Output** per addetto: $y_1$ e $y_2$;
  - Entrambi al di **sotto** del relativo **stato stazionario**.
- Grazie al **modello** di **Solow**, è possibile **ricavare** che:
  - Se $\gamma_1 = \gamma_2$ ma $y_1 < y_2$ il paese con meno output cresce più velocemente;
  - Se $\gamma_1 < \gamma_2$ ma $y_1 = y_2$ il paese con maggiore tasso di investimento cresce più velocemente;
  - Se un paese migliora il proprio $\gamma$, crescerà più velocemente.
- La **maggiore distanza** dallo **stato stazionario** genera quindi una **crescita** più **veloce**, che va poi via via **rallentando**;
- Notiamo infatti che se $\hat{k} = 0$ allora $\gamma A k^{\alpha-1} = \delta$, mentre al **crescere** di $\hat{k}$ in valore assoluto, la **distanza** tra $\gamma A k^{\alpha-1}$ e $\delta$ aumenta, cioè la **velocità** di **avvicinamento** allo **stato stazionario**.

## Il modello di Solow come teoria dei tassi di crescita relativi

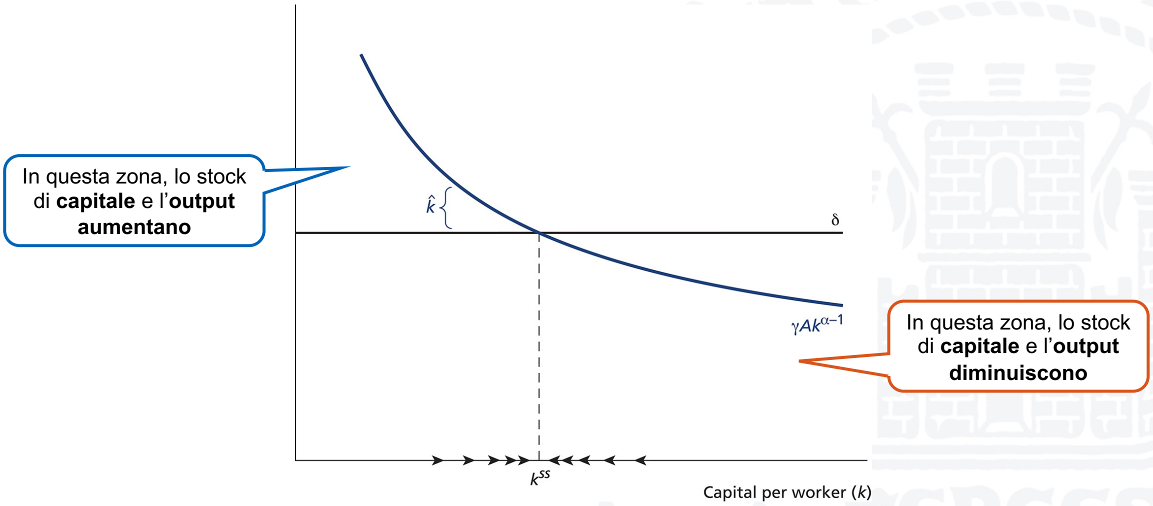



**Figura** Velocità di convergenza verso lo stato stazionario. Fonte: Weil.





## La relazione tra investimento e risparmio

- Per spiegare la **differenza** di **ricchezza** tra paesi, l'**eterogeneità** nei tassi di **investimento** è sicuramente rilevante, ma anche **parziale**;
- L'investimento nasce dal **risparmio**, cioè da risorse o ricchezza non consumata ma destinata ad accrescere il capitale fisico. Quindi è importante prendere in considerazione anche la **dinamica** del **risparmio**;
- Bisogna porre attenzione perché **diversi livelli** di **investimento** possono derivare da:
  - **Diversi livelli** di **risparmio** tra paesi (intuitivo) ma anche
  - **Uguali livelli** di **risparmio** tra paesi, dato che gli investimenti possono essere indirizzati all'estero.
- La letteratura empirica ha dimostrato che il **primo** effetto è **preponderante**.

## La relazione tra investimento e risparmio

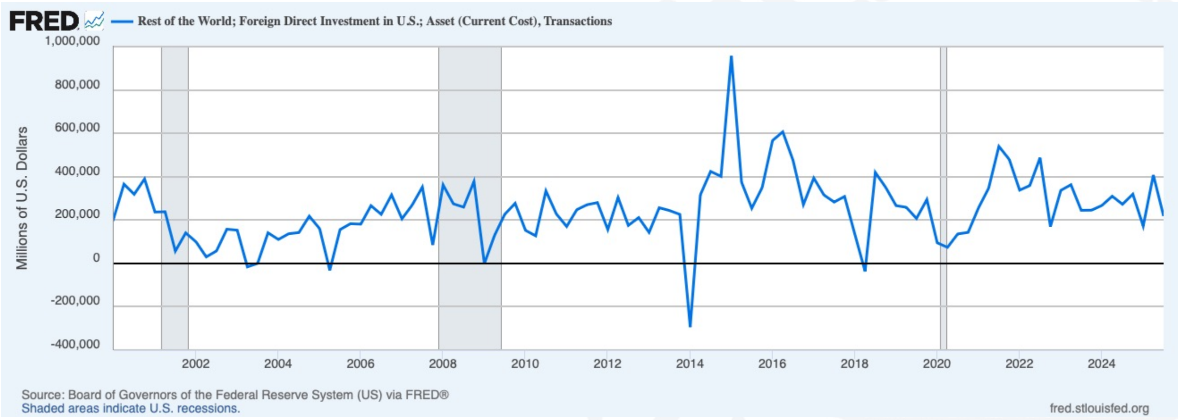



**Figura** *Foreign Direct Investment* (FDI) negli US dal 2000. Fonte: FRED.

43 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

43

## La relazione tra investimento e risparmio

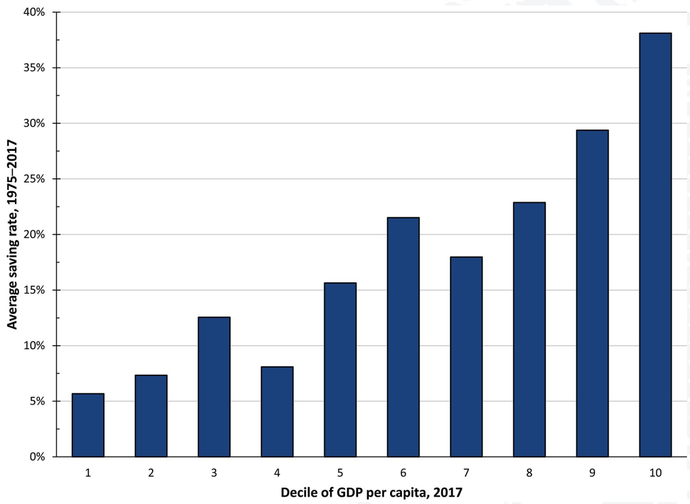



**Figura** Tassi di risparmio in decili di reddito pro capite. Fonte: Weil.

44 | UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

44

## La relazione tra investimento e risparmio

- Una variabile è **esogena** se il suo valore è determinato da processi esterni al modello, altrimenti è **endogena**;
  - Il fatto che una variabile sia esogena o endogena dipende da ciò che siamo interessati a spiegare con un certo modello;
  - Per esempio, in un modello che studia la scelta fra lavoro e tempo libero, il **reddito** (che nella scelta di consumo è una variabile **esogena**) assume la valenza di variabile **endogena** perché dipende dal numero di ore che un individuo decide di dedicare al lavoro (cioè è determinato dal modello).

- Possiamo quindi prendere in considerazione il **risparmio** come:
  - Variabile **esogena**: questo implica che le differenze in termini di crescita economica dipendano da fattori non collegati al reddito. In altri termini, il risparmio è spiegato dai fondamentali di un paese (cultura, qualità istituzionale, geografia, etc.)
  - Variabile **endogena**: ammettiamo quindi che il risparmio possa essere influenzato dall'investimento: In questo caso, l'evidenza della slide precedente non è più prova della validità del modello di Solow.







## La relazione tra investimento e risparmio

- Ricordiamo la **dinamica** del **capitale** per addetto come nel modello di Solow:

$$\Delta k = \gamma y - \delta k = \gamma f(k) - \delta k$$

- Ricordiamo che $\gamma$ rappresenta la **quota** di **ricchezza investita**. Definiamo ora la ricchezza **risparmiata** $s$ e assumiamo che sia **completamente investita** e che non ci siano **flussi** dall'**estero** (FDI), quindi $s = \gamma$;

- Consideriamo ora **due** possibili **livelli** di risparmio (che dipendono dal reddito $y$ attraverso $\gamma$):
  - Livello «**basso**» $s_1$, corrispondente ad una ricchezza inferiore ad un livello $y^*$;
  - Livello «**alto**» $s_2$, corrispondente ad una ricchezza superiore ad un livello $y^*$.

## La relazione tra investimento e risparmio

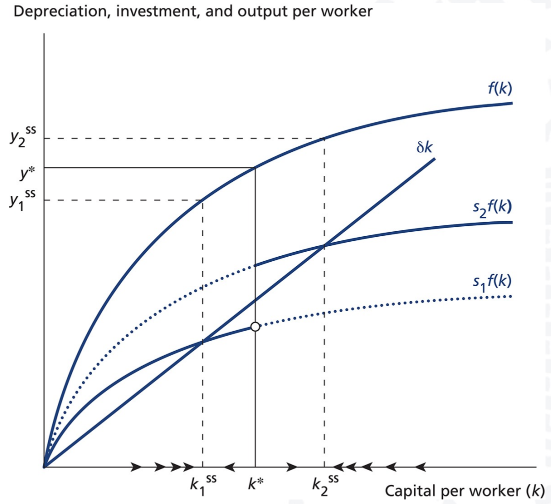



**Figura** Il modello di Solow con risparmio dipendente dal reddito. Fonte: Weil.



## La relazione tra investimento e risparmio

- Il diverso tasso di risparmio endogeno di due paesi genera uno **spostamento** della **curva** di **investimento** partendo dalla **stessa funzione** di **produzione**:

- Nel **primo** caso (**risparmio «basso»** $s_1$) una frazione minore di ricchezza è risparmiata/investita:
  - L'accumulazione del capitale è più lenta e interseca prima la la linea del deprezzamento;
  - Lo stato stazionario si colloca quindi in $k_1^{SS}$;
  - Il reddito di lungo periodo è quindi $y_1^{SS}$.

- Nel **secondo** caso (**risparmio «alto»** $s_2$) una frazione maggiore di ricchezza è risparmiata/investita:
  - L'accumulazione del capitale è più veloce e interseca dopo la la linea del deprezzamento;
  - Lo stato stazionario si colloca quindi in $k_2^{SS}$;
  - Il reddito di lungo periodo è quindi $y_2^{SS}$.

## La relazione tra investimento e risparmio

- Pur partendo dalla **stessa funzione** di **produzione** determinante il **reddito**, due paesi con tassi di risparmio diversi si collocano in **due stati stazionari** diversi in termini di:
  - Capitale per addetto: $k_2^{SS} > k_1^{SS}$, ma soprattutto
  - Ricchezza generata: $y_2^{SS} > y_1^{SS}$.
- Si parla quindi di **stati stazionari multipli**:
  - Il paese con **risparmio** «**basso**» si trova «intrappolato» in uno stato stazionario nel quale il reddito per addetto è minore dell'altro;
  - Avere a disposizione poco reddito genera un **circolo vizioso**, che deprime l'investimento e rendendo quindi molto lente le variazioni di reddito.
- Il modello di Solow quindi permette di **spiegare** parzialmente le **differenze** di **reddito** tra **nazioni** ma senza spiegarne le **cause**, per le quali sarà necessario lo studio dei **fondamentali**.







## Prossima lezione

**Popolazione e crescita economica**
Capitolo 4, Weil