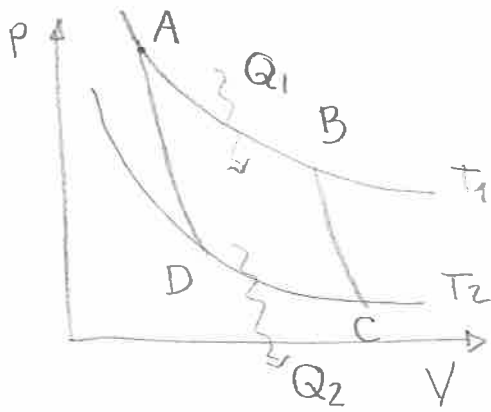


Ciclo di Carnot con gas perfetto



$$Q_1 = L_{AB} = \int_A^B p dV = \int_A^B \frac{nRT_1}{V} dV = nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_2 = L_{CD} = \int_C^D p dV = \int_C^D \frac{nRT_2}{V} dV = nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_C}$$

B e C, come pure A e D sono connessi da adiabatiche, pertanto

$$\begin{cases} T_1 V_B^{\gamma-1} = T_2 V_C^{\gamma-1} \\ T_1 V_A^{\gamma-1} = T_2 V_D^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

Per il corollario al teorema di Carnot questo risultato, ottenuto per un gas perfetto, vale per ogni fluido.

Lezione 3.2 Macchine Termiche e Frigorifere (#10)

→ 3.2.1 Temperatura termodinamica assoluta

La relazione $\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1}$, valida per una macchina di Carnot,

può essere usata per definire la temperatura T_x di un serbatoio

mediante:

$$\frac{T_x}{T_3} = \frac{|Q_x|}{|Q_3|}$$

← calore ceduto al serbatoio a T_x

← calore prelevato dal serbatoio a $T_3 = 273,16 \text{ K}$

$$T_x = T_3 \frac{|Q_x|}{|Q_3|} = 273,16 \text{ K} \frac{|Q_x|}{|Q_3|}$$

Dove abbiamo immaginato una ipotetica macchina di Carnot operante tra un serbatoio al punto triplo dell' H_2O ($T_3 = 273,16 \text{ K}$) ed il serbatoio a T_x incognita. Questa ri-definizione della temperatura (T_{assoluta}) risolve il problema del termometro a gas perfetto, che diventa liquido al di sotto della T critica.

3.2.2 Osservazioni sulle prestazioni delle macchine termiche/frigorifere

→ Abbiamo visto $\eta_c = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

una macchina di Carnot che opera tra $T_1 = 400 \text{ K}$ (tipica di un motore d'automobile) e $T_2 = 300 \text{ K}$ (ambiente) ha rendimento:

$$\eta_c = 1 - \frac{300}{400} = 25\%$$

→ per una macchina reale operante tra le stesse temperature si ha $\eta < \eta_c$ (non è Carnot ed è irreversibile).

→ Il ciclo di Carnot operato al contrario (○) diventa un frigorifero di Carnot con coefficiente di prestazione:

$$w_{FC} = \frac{|Q_2|}{|L_F|} = \frac{|Q_2|}{|Q_1| - |Q_2|} = \frac{\frac{|Q_2|}{|Q_1|}}{1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}} = \frac{\frac{T_2}{T_1}}{1 - \frac{T_2}{T_1}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

↑
Frigorifero di Carnot

Se il frigorifero di Carnot mantiene 4°C mentre si trova in un ambiente a 30°C , allora

$$w_{FC} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{279 \text{ K}}{26 \text{ K}} = 10.7$$

Un buon frigorifero reale ha $w_F \sim 5-6$.

→ Pompa di calore

A volte la macchina frigorifera viene usata NON per raffreddare il sistema più freddo, ma per riscaldare quello più caldo, ovvero come pompa di calore.

Il coefficiente di prestazione di una pompa di calore si definisce quindi

$$w_P = \frac{|Q_1|}{|L_P|} = \frac{|Q_1|}{|Q_1| - |Q_2|}$$

che nel caso di pompa di calore di Carnot.

$$w_{PC} = \frac{|Q_1|}{|Q_1| - |Q_2|} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{1}{\eta_c} = 1 + w_{FC}$$

↑
pompa di calore
di Carnot

Una pompa di calore di Carnot che mantiene $T_1 = 20^\circ\text{C}$ quando fuori ci sono $T_2 = -10^\circ\text{C}$ ha coeff. di prestazione

$$w_{pc} = \frac{293\text{ K}}{30\text{ K}} = 9.8$$

Una buona pompa di calore reale ha $w_p \sim 4-5$.

Si noti che $w_p = 5$ implica 15 kW di potenza fornita come calore ($|Q_1|$) a fronte di 3 kW di potenza spesa come lavoro ($L = |Q_1| - |Q_2|$)

→ Equazione importante: il teorema di Carnot impone che per una macchina reale $\eta \leq \eta_c$ (= solo se reversibile)

$$1 + \frac{Q_2}{Q_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} \leq -\frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} + \frac{T_2}{T_1} \leq 0$$

$$\left(\cdot \frac{Q_1}{T_2} > 0 \text{ perché } Q_1 > 0 \right)$$

$$\boxed{\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} \leq 0}$$

→ ultima nota: il concetto di rendimento si può estendere a macchine che operano tra molti serbatoi. Vale

$$\eta = \frac{L}{Q}$$

con L e Q riferiti all'intero ciclo, e Q = somma con segno di tutti i calori assorbiti/ceduti in un ciclo.

3.2.3 Climatizzatori

→ vedi approfondimenti 3.2.3

3.2.4 Ciclo Stirling

→ vedi approfondimenti 3.2.4

