UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA e ARCHITETTURA

LAUREA MAGISTRALE

IN INGEGNERIA CIVILE

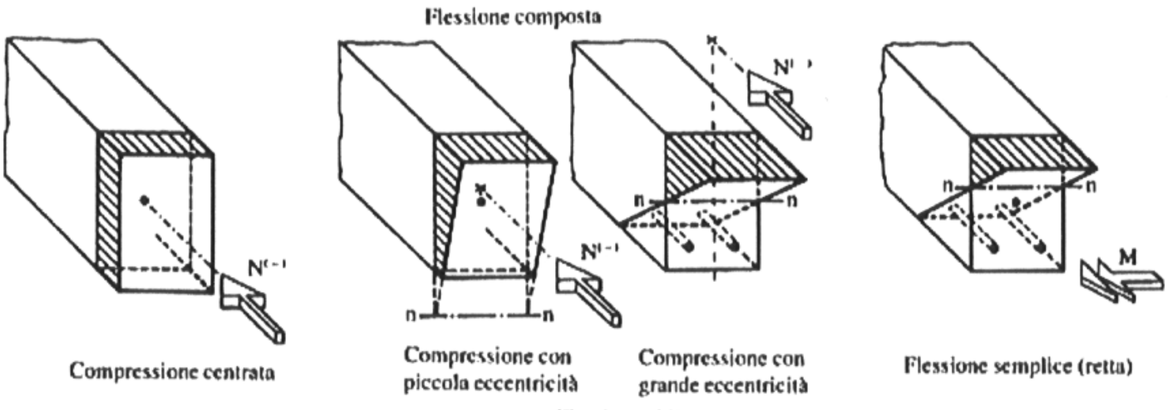
CORSO DI

COSTRUZIONI IN C.A. *(481MI)*

a.a. 2025/ 26

Docente: dott. ing. Isaia CLEMENTE

ESERCIZI ELEMENTI IN C.A.

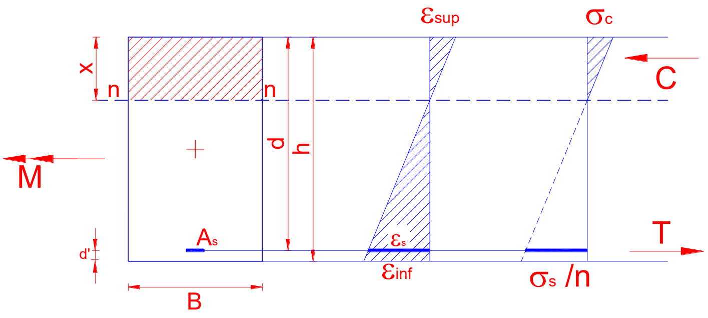


Marzo 2026 - v. 2.0

INDICE

SEZIONE INFLESSA IN SEMPLICE ARMATURA

Dati del problema



Dati:

$M_{sd,es} = 40$ kNm
$M_{sd,ult} = 60$ kNm
$R_{ck} = 30$ MPa $= 30$ N/mm^2
B450C
B = 25 cm

Incognite:

B = ???
d = ???
A_s = ???

Tensioni ammissibili materiali:

$$\sigma_{c,adm} = 6 + \frac{R_{ck} - 15}{4} = 6 + \frac{30 - 15}{4} = 9.75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s,adm} \sim 255 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 15$$

Progetto della sezione alle T.A. (metodo n)

Eq. di congruenza

$$x : d = \sigma_{c,adm} : (\sigma_{c,adm} + \frac{\sigma_{s,adm}}{n})$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sigma_{c,adm}}{\sigma_{c,adm} + \frac{\sigma_{c,adm}}{n}} d$$

$$x = \eta \cdot d$$

Eq. alla rotazione
rispetto armatura tesa

$$\frac{1}{2} B \cdot x \cdot \sigma_{c,adm} \cdot (d - \frac{x}{3}) = M$$

$$\frac{1}{2} B \cdot \eta \cdot d \cdot \sigma_{c,adm} \cdot (d - \frac{x}{3}) = M$$

$$\frac{1}{2} B \cdot \eta \cdot \sigma_{c,adm} \cdot d^2 \cdot (1 - \frac{\eta}{3}) = M$$

$$M = \frac{B \cdot d}{\alpha^2} \qquad \text{dove:} \quad \frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{2} \cdot \eta \cdot (1 - \frac{\eta}{3}) \cdot \sigma_{c,adm}$$

$$d = \alpha \sqrt{\frac{M}{B}} \qquad\qquad B = \alpha^2 \frac{M}{d^2}$$

determinazione altezza sezione:

$$\eta = \frac{x}{d} = \frac{9.75}{9.75 + \frac{255}{15}} = 0.364$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2} \times 0.364\left(1 - \frac{0.364}{3}\right) \times 9.75}} = 0.80$$

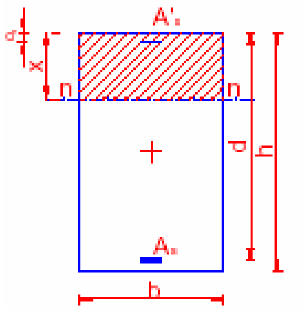
$$d = 0.80\sqrt{\frac{40x10^6}{250}} = 320 \text{ mm} \quad h = 360 \text{ mm}$$

determinazione area armatura:

$$A_s = \frac{M}{0.9 \cdot d \cdot \sigma_{s,adm}} = \frac{40x10^6}{0.9x320x255} = 545 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow A_s = 3\phi 16 = 603 \text{ mm}^2$$

Verifica della sezione agli SLE (comb.rara)



$B = 250$ mm $\qquad$ $d = 320$ mm

$h = 360$ mm $\qquad$ $d' = 40$ mm

$A_S = 603$ mm^2 $\qquad$ 3 ϕ 16 Inferiori

$A_S' = 0$ mm^2

$M_{sd,es} = 40$ kNm

Eq. traslazione
+ eq. congruenza

$$\frac{1}{2}Bx\sigma_c + \sigma_s' A_s' - \sigma_s A_s = 0 \quad \Rightarrow S_x = 0$$

$$x = n\frac{(A_s + A'_s)}{B}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2B(A_s d + A'_s d')}{n(A_s + A'_s)^2}}\right]$$

$$x = 15\frac{(603+0)}{250}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 250 \times (603 \times 320 + 0 \times 40)}{15 \times (603+0)^2}}\right] =$$

Asse neutro

$$x = 120.2 \text{ mm}$$

Momento d'inerzia

$$J_{id} = \frac{Bx^3}{3} + nA_s(d-x)^2 + nA_s'(x-d')^2 =$$

$$J_{id} = \frac{250 \times 120.20^3}{3} + 15 \times 603 \times (320 - 120.20)^2 =$$

$$J_{id} = 506x10^6 \text{ mm}^4$$

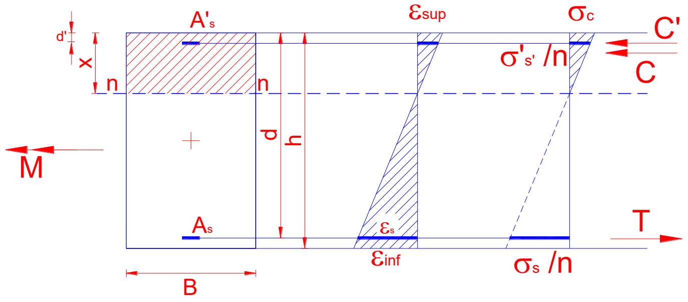
Eq. rotazione

$$\sigma_c = \frac{M}{J_{id}}x = \frac{40 \times 10^6}{506 \times 10^9}120.20 = 9.50 \text{ MPa} < 0.60\, fck = 15.0\, MPa$$

$$\sigma_s = n\frac{M}{J_{id}}(d-x) = 15\frac{40 \times 10^6}{506 \times 10^9}(320\text{-}120.20) = 236.90 \text{ MPa} < 0.80\, f_{yk} = 360\, MPa$$

SEZIONE INFLESSA IN DOPPIA ARMATURA

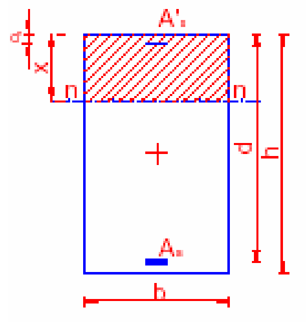
Dati del problema



Dati:

$M_{sd,es} = 50$ kNm
$M_{sd,ult} = 75$ kNm
$R_{ck} = 30$ MPa = 30 N/mm^2
B450C
B = 25 cm
h = 36 cm

Verifica della sezione agli SLE (comb.rara)



B = 250 mm	d = 320 mm		
h = 360 mm	d' = 40 mm		
As = 710 mm^2	2 ϕ 16 + 2ϕ 14	Inferiori	
As' = 402 mm^2	2 ϕ 16	Superiori	

Eq. traslazione
+ eq. congruenza

$$\frac{1}{2}Bx\sigma_c + \sigma_s' A_s' - \sigma_s A_s = 0 \quad \Rightarrow S_x = 0$$

$$x = n\frac{(A_s + A'_s)}{B}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2B(A_s d + A'_s d')}{n(A_s + A'_s)^2}}\right]$$

$$x = 15\frac{(710+402)}{250}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\times250\times(710\times320+402\times40)}{15\times(710+402)^2}}\right] =$$

Asse neutro $\qquad x = 116.70$ mm

Momento d'inerzia

$$J_{id} = \frac{Bx^3}{3} + nA_s(d-x)^2 + nA_s'(x-d')^2 =$$

$$J_{id} = \frac{250\times116.70^3}{3} + 15\times710\times(320-116.70)^2 + 15\times402\times(116.70\text{-}40)^2 =$$

$$J_{id} = 608\times10^6 \text{ mm}^4$$

Eq. rotazione

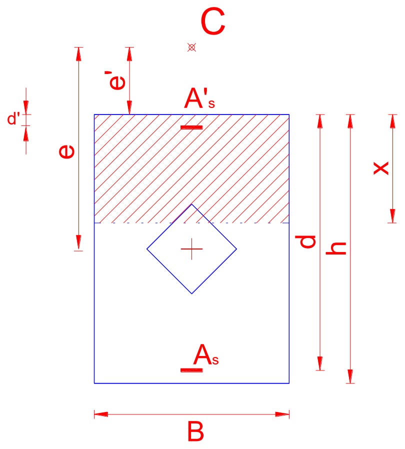
$$\sigma_c = \frac{M}{J_{id}}x = \frac{50\times10^6}{608\times10^9}116.70 = 9.59 \text{ MPa} < 0.60\, f_{ck} = 15.0\, MPa$$

$$\sigma_s = \text{n}\frac{M}{J_{id}}(d-x) = 15\frac{50\times10^6}{608\times10^9}(320\text{-}116.70) = 251 \text{ MPa} \quad < f_{y,k} = 360 = \text{MPa}$$

$$\sigma'_s = \text{n}\frac{M}{J_{id}}(x-d') = 15\frac{50\times10^6}{608\times10^9}(116.70\text{-}40) = 94.6 \text{ MPa} \quad < f_{y,k} = 360 = \text{MPa}$$

PROGETTO DI UN PILASTRO ALLE T.A. (Metodo "n")

Dati del problema



Dati:

$M_{Sd,es} = 26.02$ kNm
$N_{Sd,es} = 54.00$ kN
$R_{ck} = 25$ MPa = 25 N/mm^2
B450C
B = 30 cm
H = 30 cm
$A_s = (2+2)\phi16$

Tensioni ammissibili materiali:

$$\sigma_{c,adm} = 6 + \frac{R_{ck} - 15}{4} = 6 + \frac{25 - 15}{4} = 8.50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s,adm} \sim 255 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 15$$

Verifica della sezione

Posizione centro di pressione:

$$e = \frac{M}{N} = \frac{26.02 \times 10^6}{54 \times 10^3} = 480 \text{ mm} \quad > \lambda = \frac{B}{6} = \frac{300}{6} = 50 \text{ mm}$$

==> la sezione si parzializza

Eq. rotazione rispetto a "C"
+ eq. congruenza

$$\frac{1}{2} B x \sigma_c \left(\frac{1}{3} x + e' \right) + \sigma_s' A_s' (e' + d') - \sigma_s A_s (d + e') = 0$$

$\Rightarrow J_{ns} = 0$ Momento centrifugo della sezione ideale reagente rispetto assi coniugati r,s

$$e' = e - \frac{h}{2} = 480 - \frac{300}{2} = 330 \text{ mm}$$

Asse neutro

$$x = 93.4 \text{ mm}$$

Momento d'inerzia

$$J_{id} = \frac{Bx^3}{3} + nA_s\left(d-x\right)^2 + nA_s^{'}\left(x-d'\right)^2 =$$

$$J_{id} = \frac{300\times 93.4^3}{3} + 15\times 402\times\left(260-93.4\right)^2 + 15\times 402\times\left(93.4-40\right)^2 =$$

$$J_{id} = 266x10^6 \ \text{mm}^4$$

Eq. traslazione

$$\frac{1}{2}\sigma_c \cdot B \cdot x + A_s^{'}\sigma_s^{'} - A_s\sigma_s = N$$

$$\sigma_c\left[\frac{1}{2}B \cdot x^2 + nA_s^{'}(x-d') - nA_s(d-x)\right] = N \cdot x$$

$$S_{ni} = \frac{1}{2}B \cdot x^2 + nA_s^{'}(x-d') - nA_s(d-x) =$$

$$= \frac{1}{2} \times 300 \times 93.4^2 + 15 \times 402 \times (93.4-40) - 15 \times 402 \times (260-93.4) =$$

$$= 626 \times 10^3 mm^3$$

$$\sigma_c = \frac{N}{S_{ni}}x = \frac{54 \times 10^3}{626 \times 10^3}93.4 = 8.06 \text{ MPa} < 0.60 f_{ck} = 15.0\ MPa$$

$$\sigma_s = \text{n}\frac{N}{S_{ni}}(d-x) = 15\frac{54 \times 10^3}{626 \times 10^6}(260-93.4) = 215.7 \text{ MPa} < 0.80\ f_{yk} = 360\ MPa$$

PROGETTO DI UN PILASTRO AGLI STATI LIMITE

Dati e Sollecitazioni di progetto

L'esercizio prevede il progetto di un pilastro estrapolato da un telaio piano costituito da n piani. L'analisi dei carichi ed il calcolo statico del telaio ci ha permesso di determinare le sollecitazioni che agiscono sul pilastro in oggetto; trattandosi in generale di un elemento pressoinflesso, è opportuno, data una serie di combinazioni di carico e quindi un "inviluppo di sollecitazioni", verificare almeno 2 casi: il massimo carico assiale con il corrispondente momento flettente ed il momento flettente massimo con il corrispondente carico assiale.

Dati:

$$C25/30 \quad f_{ck} = 25 \text{ MPa} \qquad f_{cd} = \frac{0.85 \cdot f_{ck}}{1.5} = 14.17\ MPa$$

$$h_{int} = 3.00\ m$$

Vengono prese in considerazione le condizione di carico che massimizzano le sollecitazioni; inoltre si tiene conto delle inevitabili incertezze geometriche, secondo il paragrafo ϕ 4.1.2.3.4.2 : "*...Nel caso di pilastri soggetti a compressione assiale, si deve comunque assumere una componente flettente $M_{Ed} = e\ N_{E\phi}$ con eccentricità e pari almeno ad 1/200 dell'altezza libera di inflessione del pilastro, e comunque non minore di 20 mm.:*"

$$\max\ (\ h_0 / 200\ ;\ 20 \text{ mm}\ ) \qquad (\ h_0 \text{ in mm})$$

$$e_o = \max\ (\ 3000 / 200 = 15\ ;\ 20\ ) = 20 \text{ mm}$$

quindi si ricalcola il momento con la formula:

$$M_{sd} = (\ M / N + e_o\ ) * N_{sd}$$

	Caso	Tipo sollecitazione	Sf.Normale	Momento	eccentricità		Momento
			N_{sd} [kN]	M [kNm]	e_1 [mm]	e_o [mm]	M_{sd} [kNm]
S.L.U.	A	N max	1000	10.00	10	20	30.00
	B	M max	200	40.00	200	20	44.00
S.L.E. Comb. Rara	A	N max	700	7.00	10	20	21.00
	B	M max	140	28.00	200	20	30.80
S.L.E. Comb. Q. Perm	A	N max	570	5.70	10	20	17.10
	B	M max	115	23.00	200	20	25.30

Predimensionamento

"In generale, un pilastro è un elemento strutturale soggetto a presso flessione; per tale motivo per procedere ad un suo predimensionamento può essere utile fare riferimento, con opportune attenzioni, a due casi estremi: sforzo normale centrato e flessione semplice".

Massimo sforzo Normale N

L'area di calcestruzzo necessaria viene ricavata mediante la formula seguente, nella quale si considera una riduzione del 25% della resistenza del calcestruzzo, così proposto dalla normativa italiana (paragrafo ϕ C.4.1.2.3.4.2. - 0.80 $f_{cd} = f_{cd} / 1.25$):

$N_{Sdu} = 1000$ kN

$$A_{c,nec} = \frac{0.85 \cdot N_{sdu}}{\alpha \cdot \frac{f_{cd}}{1.25}} = \qquad \text{con } \alpha = 0.85$$

$$A_{c,nec} = \frac{0.85 \times 1000 \times 10^3}{0.85 \times \frac{14.17}{1.25}} = 88214\ mm^2$$

$$B = \sqrt{A_{c,nec}} = \sqrt{88214} = 297\ mm$$

$$\Rightarrow B = 300 \text{ mm} = 30 \text{ cm}$$

"Il valore 0.85 N_{Sd} deriva dal fatto che si è considerato che l'armatura assorba il 15% dello sforzo normale."

Secondo la normativa NTC2018 l'area delle armature deve sostenere almeno il 10% dello sforzo normale sollecitante N_{Sd}, cioè deve essere:

$N_{Sd} = 1000$ kN

$$As,min = 0.10\ \frac{N_{sd}}{f_{sd}}$$

$$A\ s,min = 0.10 \frac{1000 \times 10^3}{391.3} = 255\ mmq$$

Massimo Momento Flettente M

L'area delle armature può essere desunta facendo riferimento al predimensionamento di una sezione soggetta a flessione semplice:

$M_{Sdu} = 44.00$ kNm

$$A_{s,T} = \frac{M_{sdu}}{0.9 \cdot d \cdot f_{sd}} = \frac{44.00 \times 10^6}{0.9 \times 260 \times 391} = 481\ mm^2$$

Tenendo conto dell'area di cls strettamente necessaria e sui limiti inferiori e superiori del quantitativo di armatura, si adotta un pilastro con le seguenti caratteristiche:

30 x 30 + 4 ϕ 16

che soddisfa inoltre le seguenti prescrizioni normative:

$$\frac{A_s}{A_c} \le 4\%$$

$$\frac{804}{300 \times 300} = 0.89\% \le 4\%$$

$\phi_l > 12$ mm

La verifica allo stato limite ultimo consiste nel controllo che il punto rappresentativo le sollecitazioni sia interno al dominio di resistenza della sezione in esame.

Verifica elementi snelli

Per gli elementi snelli si procedere alla verifica di instabilità; in questo caso si fa riferimento al metodo "*colonna modello con approccio EC (EC2 ϕ 4.3.5.6.3), con le appropriate modifiche alla simbologia*" :

si verifica che il punto (N_{sdu} ; M_{est}) sia interno al dominio della sezione (determinato in seguito), dove:

$$M_{est} = N_{sdu}\left(e_1 + e_o + e_2\right)$$

$e_1 = M_{sdu} / N_{sdu}$

e_o = eccentricità per incertezza geometrica

e_2 = eccentricità del secondo ordine

$$e_2 = k_1 \frac{l_0^2}{10}\left(1/r\right)$$

$k_1 = 1$ se $\lambda > 35$

$k_1 = \lambda/20 - 0.75$ se $15 < \lambda < 35$

$$\left(1/r\right) = 2 \cdot k_2 \cdot \varepsilon_{yd} /(0.9 \cdot d)$$

$$k_2 = \frac{N_{Rdu} - N_{sdu}}{N_{Rdu} - N_{bil}} \le 1$$ la scelta k_2=1 è prudenziale

$N_{Rdu} = (0.85 f^*_{cd} * A_c + f_{sd} * A_s)$

N_{bil} = N nel caso di rottura bilanciata

Verifica instabilità

$b = 300$ mm $d = 260$ mm $M_{sdu} = 10.00$ kNm
$h = 300$ mm $d' = 40$ mm $N_{sdu} = 1000$ kN
$4\ \phi\ 16$ $A_S = 804\ mm^2$

$$M_{est} = N_{sdu}\left(e_1 + e_0 + e_2\right)$$

$e_1 = M_{sdu} / N_{sdu} = 10$ mm
$e_0 = 20$ mm

$$e_2 = k_1 \frac{l_0^2}{10}\left(\frac{1}{r}\right)$$

$l_0 = 3000$ mm

$$i = \sqrt{\frac{J_{idL}}{A_{id}}}$$

$$J_{idL} = \frac{b \cdot h^3}{12} + n \cdot A_s \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)^2 + n \cdot A'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right)^2$$

$$J_{idL} = \frac{300 \cdot 300^3}{12} + 15 \times 402 \times \left(260 - \frac{300}{2}\right)^2 + 15 \times 402 \times \left(\frac{300}{2} - 40\right)^2 = 821 \times 10^6\ mm^4$$

$$A_{id} = b \cdot h + n \cdot A_s$$

$$A_{id} = 300 \times 300 + 15 \times 804 = 102060\ mm^2$$

$$i = \sqrt{\frac{821 \times 10^6}{102060}} = 89.7\ mm$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{3000}{89.7} = 33.44$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{804}{300 \times 300} = 8.93 \times 10^{-3}$$

$\lambda = 33.44$ $k_1 = 33.44/20 - 0.75 = 0.922$

$$\left(\frac{1}{r}\right) = 2 \cdot k_2 \cdot \varepsilon_{yd} / (0.9 \cdot d)$$

$$k_2 = \frac{N_{Rdu} - N_{sdu}}{N_{Rdu} - N_{bil}}$$

$N_{Rdu} = (0.85x14.17/1.25x90000 + 391x804) = 1182$ kN

$N_{bil} = 545.5$ kN (dalla costruzione del dominio)

$$k_2 = \frac{1182 - 1000}{1182 - 545.5} = 0.286 \leq 1$$

$$\left(\frac{1}{r}\right) = 2 \times 0.286 \times 1.8x10^{-3}/(0.9 \times 260) = 4.40x10^{-6}$$

$$e_2 = 0.922\frac{300\,0^2}{10}(4.40x10^{-6}) = 3.65\ mm$$

$$M_{est} = 1000 \times 10^3 \times (10.00 + 20.00 + 3.65) = 33.65 \times 10^6 Nmm = 33.65\ \text{kNm}$$

Adottando il valore prudenziale per $k_2 = 1$

$$\left(1/r\right) = 2 \times 1 \times 1.8x10^{-3}/(0.9 \times 260) = 1.54x10^{-5}$$

$$e_2 = 0.922\frac{3000^2}{10}\left(1.54x10^{-5}\right) = 12.77\ \text{mm}$$

$$M_{est} = 1000 \times 10^3 \times \left(10.00 + 20.00 + 12.77\right) = 42.77 \times 10^6\ \text{Nmm} = 42.77\ \text{kNm}$$

Va verificato che la coppia sollecitante (1000 ; 42.77) sia interna al dominio di resistenza.

Costruzione del Dominio di Resistenza

Il Dominio di Resistenza si può definire come

"il luogo geometrico dei punti del piano N-M corrispondenti alle coppie N-M che determinano la crisi della sezione".

Pertanto, la verifica di una sezione pressoinflessa consiste nel provare che il punto del piano corrispondente alla coppia sollecitante (N_{sd}, M_{sd}) sia interno (al più coincidente) al dominio.

Usualmente il dominio viene determinato per punti, corrispondenti a precise posizioni dell'asse neutro. In altre parole, si fissa una posizione "conveniente" dell'asse neutro e si determina la corrispondente coppia resistente (N_{Rd}, M_{Rd}) con le seguenti equazioni:

$$N_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85 f_{cd} \pm A_s^{'} \cdot \sigma_s^{'} \pm A_s \cdot \sigma_s$$

$$M_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85 f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4x \right) \pm A_s^{'} \cdot \sigma_s^{'} \left(\frac{h}{2} - d^{'} \right) \pm A_s \cdot \sigma_s \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

$$0.85\ f_{cd} = 0.85\ f_{ck} / \gamma$$

oppure nella versione adimensionale

$$n = 0.8\eta \pm \alpha^{'} \rho^{'} \pm \alpha\rho$$

$$m = 0.4\eta \left(\frac{1+\delta}{2} - 0.4\eta \right) \pm \left(\alpha^{'} \rho^{'} \pm \alpha\rho \right) \left(\frac{1+\delta}{2} \right)$$

N.B: *Le coppie (N,M) sono riferite al baricentro geometrico della sezione,!!!*
(Lo stesso origine del sistema di riferimento rispetto al quale sono state calcolate le sollecitazioni)

Inoltre si considera una riduzione del 25% della resistenza del calcestruzzo, così proposto dalla normativa italiana (paragrafo ϕ C.4.1.2.3.4.2. - 0.80 $f_{cd} = f_{cd}$ / 1.25) attraverso *una maggiorazione del 25% del coefficiente* γ_c".

Pertanto lo sforzo normale massimo N* è pari a :

$$N_{Rd}^{*} = b \cdot h \cdot 0.85 f_{cd}^{*} + A_s^{'} \cdot f_{sd} + A_s \cdot f_{sd}$$

$$0.85\ f_{cd}^{*} = \frac{0.85\ f_{ck}}{\gamma_c^{*}}$$

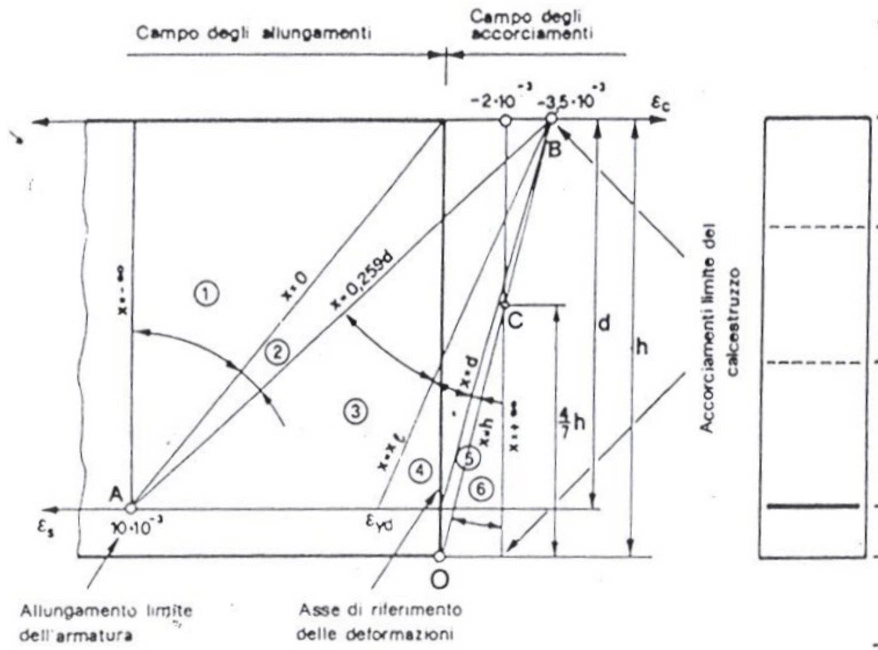
N.B.
Nell'esercizio seguente sono stati assunti i seguenti valori (normative precedenti alle NTC)

FeB44k $\quad f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 430 / 1.15 = 374$ MPa

coeff. cls $\quad \gamma_c = 1.6$

In generale vengono scelti i seguenti punti "convenienti":

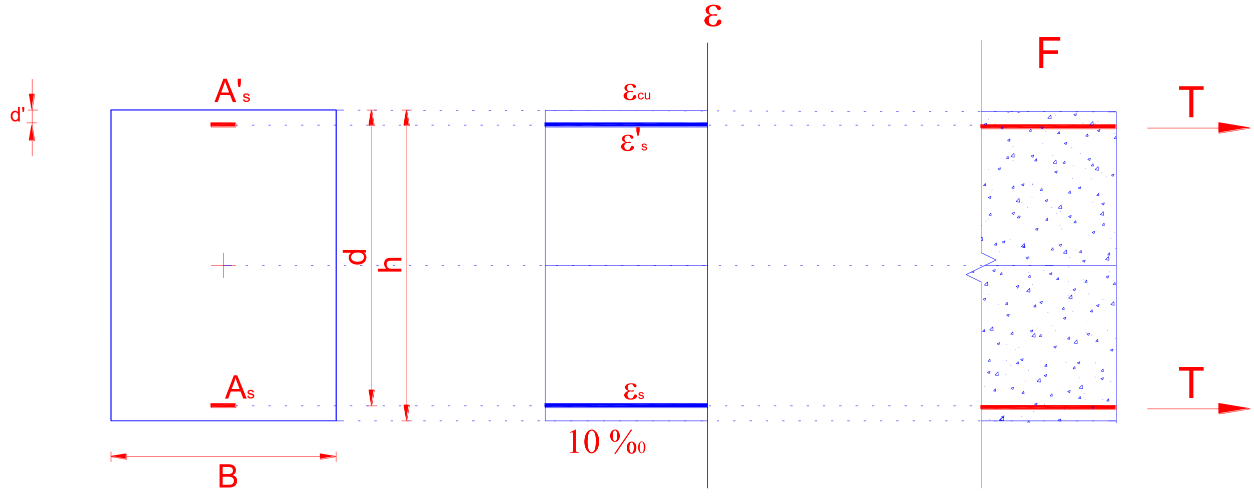
- Limite campo 1
- Limite campo 2-3
- Limite campo 4-5
- Limite campo 6
- Limite campo 1-2
- Limite campo 3-4
- Limite campo 5-6

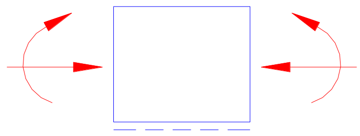


Limiti	Campo	Deformazioni specifiche – Acciaio	Deformazioni specifiche – Calcestruzzo	Tipo di sollecitazione	Tipo di rottura
$x = -\infty$ ÷ $x = 0$	1	$10\,‰$	—	TRAZIONE SEMPLICE O COMPOSTA	MASSIMA DEFORMAZIONE ACCIAIO TESO
$x = 0$ ÷ $x = 0,259\,d$	2	$10\,‰$	$0 \leq \varepsilon_c \leq 3,5\,‰$	FLESSIONE SEMPLICE O COMPOSTA	MASSIMA DEFORMAZIONE ACCIAIO TESO
$x = 0,259\,d$ ÷ $x = x_l$	3	$10\,‰ < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd}$	$3,5\,‰$	FLESSIONE SEMPLICE O COMPOSTA	SNERVAMENTO ACCIAIO E SCHIACCIAMENTO CALCESTRUZZO
$x = x_l$ ÷ $x = d$	4	$\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s \leq 0$	$3,5\,‰$	FLESSIONE SEMPLICE O COMPOSTA	SCHIACCIAMENTO CALCESTRUZZO
$x = d$ ÷ $x = h$	5	$(\varepsilon_s < 0)$	$3,5\,‰$	FLESSIONE COMPOSTA	SCHIACCIAMENTO CALCESTRUZZO
$x = h$ ÷ $x = +\infty$	6	$(\varepsilon_s < 0)$	$2\,‰ \leq \varepsilon_c \leq 3,5\,‰$	COMPRESSIONE SEMPLICE O COMPOSTA	SCHIACCIAMENTO CALCESTRUZZO E SNERVAMENTO ACCIAIO COMPRESSO

fig. 2

Limite Campo 1   (cls non reagente in trazione)





$$\varepsilon_{cu} = 10‰ \qquad \text{cls teso}$$

$$\varepsilon'_{su} = \varepsilon_{su} = 10‰ \qquad x = -\infty$$

$$\Rightarrow \ \sigma_{su} = \sigma'_{su} = f_{sd} = 374 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = -A'_s f_{sd} - A_s f_{sd}$$

$$N_{Rd} = -402 \times 374 - 402 \times 374 = -300.7 \times 10^3 \text{ N} = -300.7 \text{ kN} \qquad \text{(Trazione)}$$

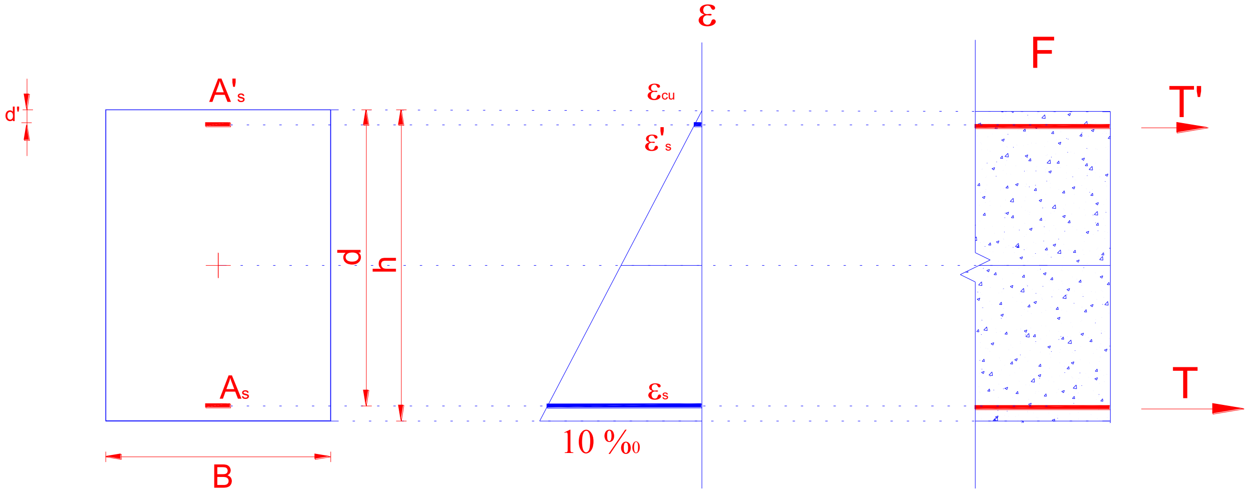
$$M_{Rd} = -A'_s f_{sd}\left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s f_{sd}\left(d - \frac{h}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = -402 \times 374 \times \left(\frac{300}{2} - 40\right) + 402 \times 374 \times \left(260 - \frac{300}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = -16.538 + 16.538 = 0 \text{ kNm} \qquad \text{(armatura simm)}$$

Limite campo 1:   [1] = (-300.70 , 0)

Limite Campo 1 - 2



$$\varepsilon_{cu} = 0 \qquad\qquad x = 0$$

$$\varepsilon_{su} = 10‰ \qquad\qquad \sigma_{su} = f_{sd}$$

$$\varepsilon'_{su} = \frac{\varepsilon_{su} \cdot d'}{d} = \frac{10‰ \times 40}{260} = 1.54 \times 10^{-3} \leq 1.8 \times 10^{-3} \qquad \text{(Elastico)}$$

$$\Rightarrow \sigma'_{su} = \varepsilon'_{su} \cdot E_s = 1.54 \times 10^{-3} \times 208000 = 320.32 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = -A'_s \sigma'_s - A_s f_{sd}$$

$$N_{Rd} = -402 \times 320.32 - 402 \times 374 = -279.11 \times 10^3 \text{ N} = -279.11 \text{ kN} \qquad \text{(Trazione)}$$

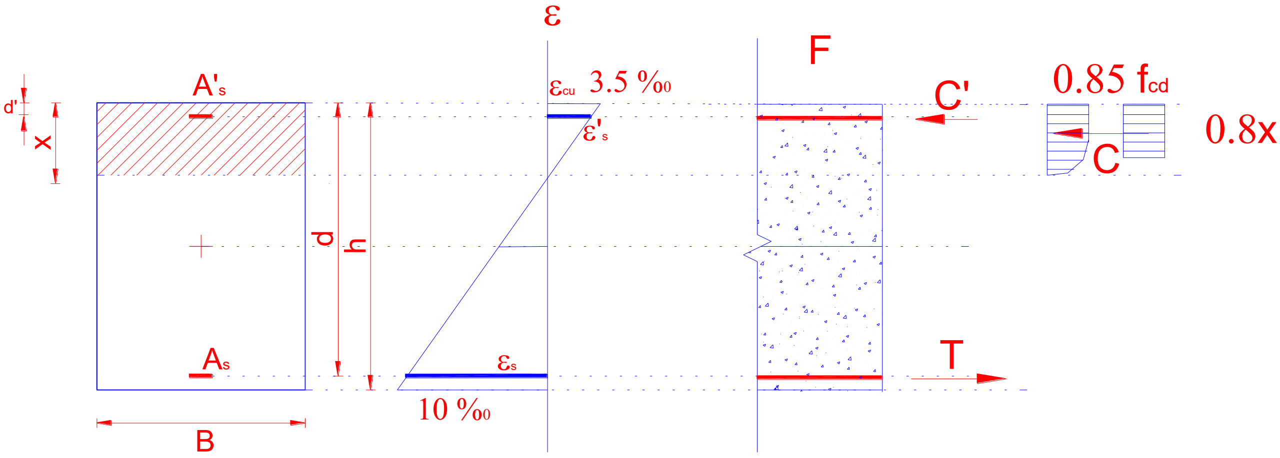
$$M_{Rd} = -A'_s \sigma'_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s f_{sd}\left(d - \frac{h}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = -402 \times 320.32 \times \left(\frac{300}{2} - 40\right) + 402 \times 374 \times \left(260 - \frac{300}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = -14.165 + 16.538 = 2.37 \text{ kNm}$$

Limite campo 1-2: [2] = (-279.11 , 2.37)

Limite Campo 2 - 3



$$\varepsilon_{cu} = 3.5‰$$

$$\varepsilon_{su} = 10‰ \qquad \sigma_{su} = f_{sd}$$

$$x = d\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_{su}} = 260\times\frac{3.5‰}{3.5‰+10‰} = 0.259\cdot d = 67.34 \text{ mm}$$

$$\varepsilon'_{su} = \frac{\varepsilon_{cu}\cdot(x-d')}{x} = \frac{3.5‰\times(67.34-40)}{67.34} = 1.42\times10^{-3} \le 1.8\times10^{-3} \qquad \text{(Elastico)}$$

$$\Rightarrow \sigma'_{su} = \varepsilon'_{su}\cdot E_s = 1.42\times10^{-3}\times208000 = 295.57 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = 0.8x\cdot b\cdot 0.85f_{cd} + A'_s\sigma'_s - A_s f_{sd}$$

$$N_{Rd} = 0.8\times67.34\times300\times0.85\times15.56 + 402\times295.97 - 402\times374 =$$

$$N_{Rd} = 182.289\times10^3 \text{ N} = 182.3 \text{ kN} \qquad \text{(Compressione)}$$

$$M_{Rd} = 0.8x\cdot b\cdot 0.85f_{cd}\cdot\left(\frac{h}{2}-0.4x\right) + A'_s\sigma'_s\left(\frac{h}{2}-d'\right) + A_s f_{sd}\left(d-\frac{h}{2}\right) =$$

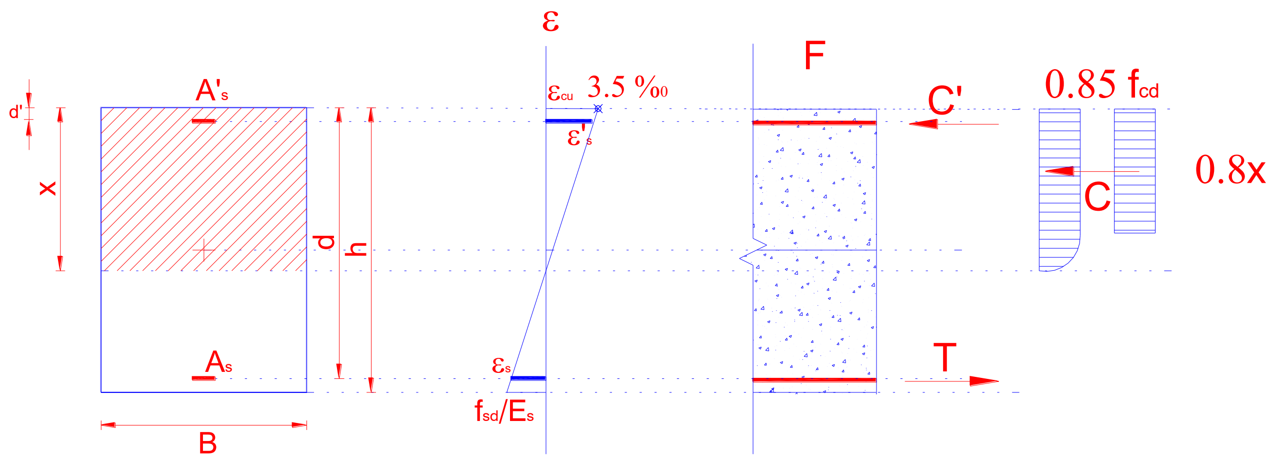
$$M_{Rd} = 0.8\times67.34\times300\times0.85\times15.56\times\left(\frac{300}{2}-0.4\times67.34\right) +$$

$$+\ 402\times320.32\times\left(\frac{300}{2}-40\right) + 402\times374\times\left(260-\frac{300}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = 26.313 + 13.070 + 16.538 = 55.92 \text{ kNm}$$

<u>Limite campo 2-3:</u> [3] = (182.3 , 55.92)

Limite Campo 3 - 4



$$\varepsilon_{cu} = 3.5‰$$

$$\varepsilon_{su} = 1.8‰ \qquad \sigma_{su} = f_{sd}$$

$$x = d\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{sd}}{E_s}} = 260 \times \frac{3.5‰}{3.5‰ + \frac{374}{208000}} = 171.6 \text{ mm}$$

$$\varepsilon'_{su} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (x - d')}{x} = \frac{3.5‰ \times (171.6 - 40)}{171.6} = 2.68 \times 10^{-3} \geq 1.8 \times 10^{-3} \qquad \text{(Snervato)}$$

$$\Rightarrow \sigma'_{su} = f_{sd} = 374 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85 f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s f_{sd}$$

$$N_{Rd} = 0.8 \times 171.8 \times 300 \times 0.85 \times 15.56 + 402 \times 374 - 402 \times 374 =$$

$$N_{Rd} = 545.50 \times 10^3 \text{ N} = 545.50 \text{ kN} \qquad \text{(Compressione)}$$

$$M_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85 f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4x\right) + A'_s \sigma'_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s f_{sd} \left(d - \frac{h}{2}\right) =$$

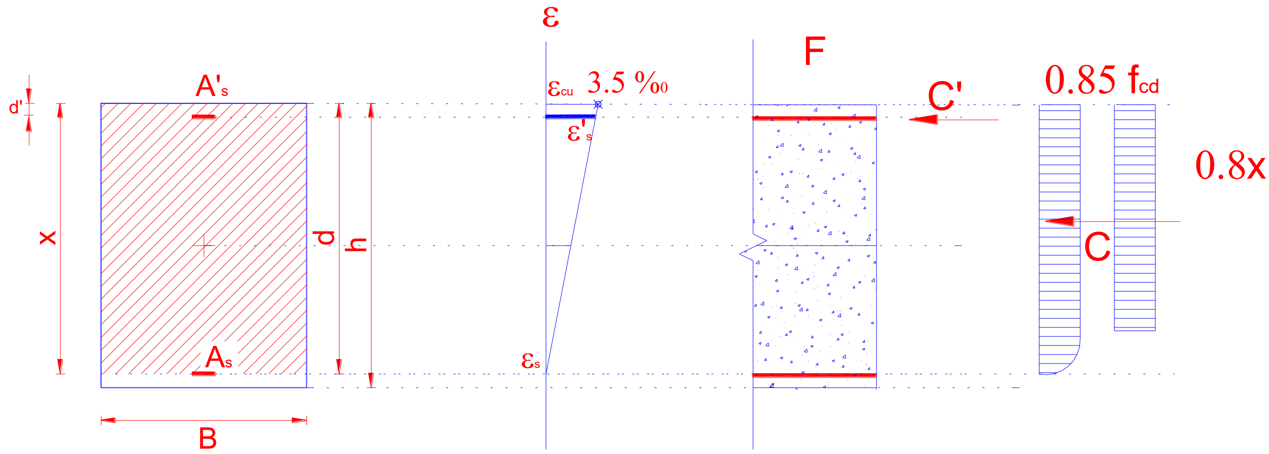
$$M_{Rd} = 0.8 \times 171.8 \times 300 \times 0.85 \times 15.56 \times \left(\frac{300}{2} - 0.4 \times 171.8\right) +$$

$$+ 402 \times 374 \times \left(\frac{300}{2} - 40\right) + 402 \times 374 \times \left(260 - \frac{300}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = 44.338 + 16.538 + 16.538 = 77.41 \text{ kNm}$$

Limite campo 3-4: [4] = (545.50 , 77.41)

Limite Campo 4 - 5



$$\varepsilon_{cu} = 3.5‰$$

$$\varepsilon_{su} = 0 \qquad \sigma_{su} = 0$$

$$x = \quad d = 260 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{su}^{'} \geq 1.8 \times 10^{-3} \qquad \text{(Snervato)}$$

$$\Rightarrow \ \sigma_{su}^{'} = f_{sd} = 374 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85 f_{cd} + A_s^{'} f_{sd} - A_s f_{sd}$$

$$N_{Rd} = 0.8 \times 260 \times 300 \times 0.85 \times 15.56 + 402 \times 374 - 402 \times 0 =$$

$$N_{Rd} = 975.90 \times 10^3 \text{ N} = 975.90 \text{ kN} \qquad \text{(Compressione)}$$

$$M_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85 f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4x\right) + A_s^{'} \sigma_s^{'} \left(\frac{h}{2} - d^{'}\right) + A_s f_{sd}\left(d - \frac{h}{2}\right) =$$

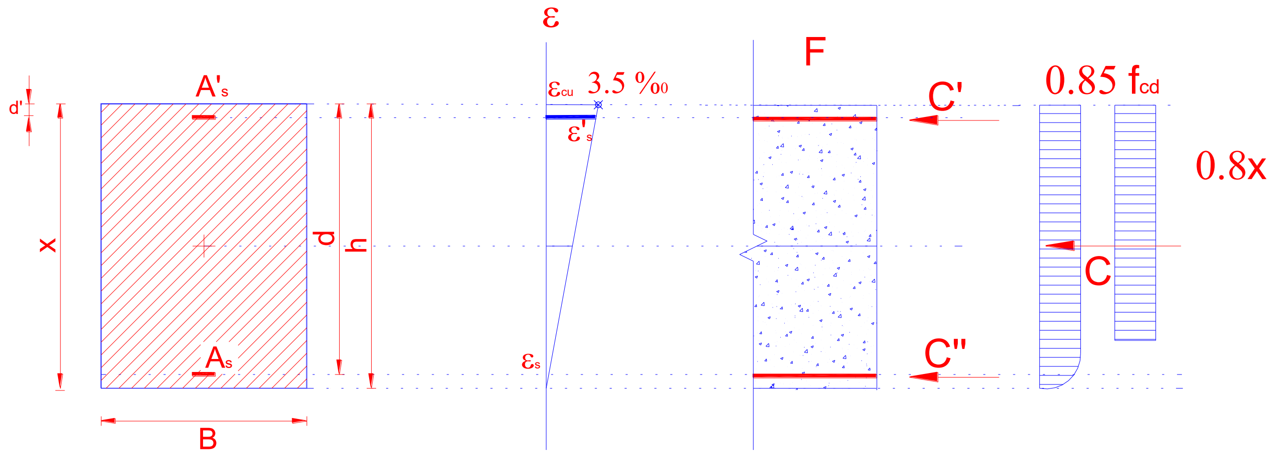
$$M_{Rd} = 0.8 \times 260 \times 300 \times 0.85 \times 15.56 \times \left(\frac{300}{2} - 0.4 \times 260\right) +$$

$$+ \ 402 \times 374 \times \left(\frac{300}{2} - 40\right) + 402 \times 0 \times \left(260 - \frac{300}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = 37.975 + 16.538 + 0 = 54.513 \text{ kNm}$$

Limite campo 4-5: [5] = (975.90 , 54.52)

Limite Campo 5 - 6



$$\varepsilon_{cu} = 3.5‰ \qquad\qquad x = h$$

$$\varepsilon_{su}^{'} \geq 1.8 \times 10^{-3} \quad \text{(Snervato)} \quad \sigma_{su}^{'} = f_{sd}$$

$$\varepsilon_{su} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot d^{'}}{h} = \frac{3.5‰ \times 40}{300} = 4.66 \times 10^{-4} = 0.47‰$$

$$\Rightarrow \sigma_{su} = \varepsilon_{su} \cdot E_s = 4.66 \times 10^{-4} \times 208000 = 97.06 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85 f_{cd} + A_s^{'} f_{sd} + A_s f_{sd}$$

$$N_{Rd} = 0.8 \times 300 \times 300 \times 0.85 \times 15.56 + 402 \times 374 + 402 \times 97.06 =$$

$$N_{Rd} = 1141.93 \times 10^3 \text{ N} = 1141.93 \text{ kN} \qquad \text{(Compressione)}$$

$$M_{Rd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85 f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0.4x\right) + A_s^{'} \sigma_s^{'} \left(\frac{h}{2} - d^{'}\right) - A_s f_{sd} \left(d - \frac{h}{2}\right) =$$

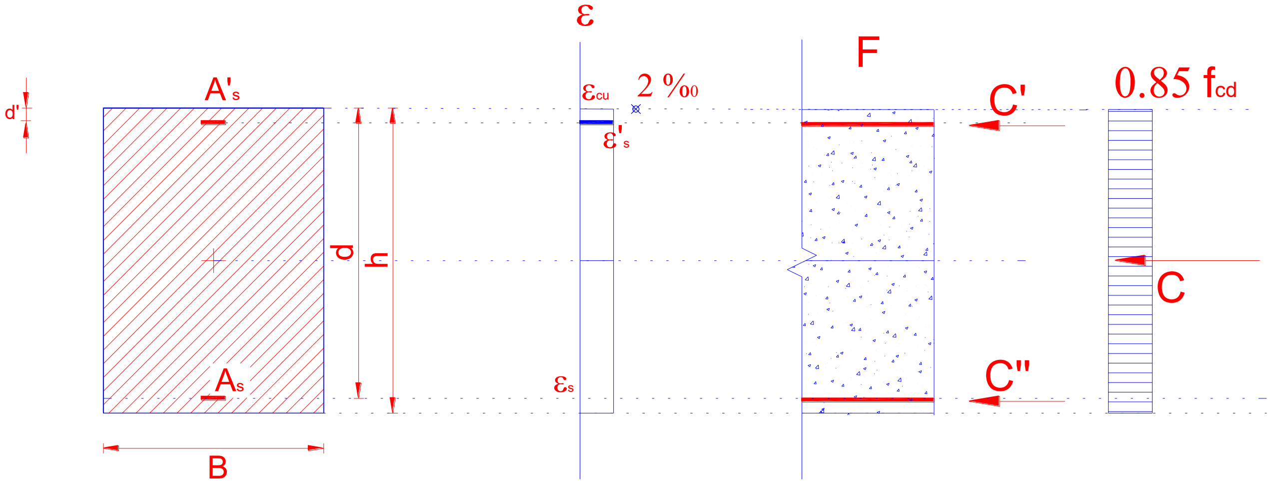
$$M_{Rd} = 0.8 \times 300 \times 300 \times 0.85 \times 15.56 \times \left(\frac{300}{2} - 0.4 \times 300\right) +$$

$$+ 402 \times 374 \times \left(\frac{300}{2} - 40\right) - 402 \times 97.06 \times \left(260 - \frac{300}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = 28.577 + 16.538 - 4.292 = 40.82 \text{ kNm}$$

Limite campo 5-6: [6] = (1141.93 , 40.82)

Limite Campo 6



$$\varepsilon_{cu} = 2 \text{ ‰} \qquad x = +\infty$$

$$\varepsilon_{su} = \varepsilon'_{su} = 2 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{su} = f_{sd} \qquad \sigma'_{su} = f_{sd}$$

$$N_{Rd} = b \cdot h \cdot 0.85 f_{cd} + A'_s f_{sd} + A_s f_{sd}$$

$$N_{Rd} = 300 \times 300 \times 0.85 \times 15.56 + 402 \times 374 + 402 \times 97.06 =$$

$$N_{Rd} = 1491.40 \times 10^3 \text{ N} = 1491.40 \text{ kN} \qquad \text{(Compressione)}$$

$$M_{Rd} = -A'_s \sigma'_s \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s f_{sd} \left(d - \frac{h}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = -\ 402 \times 374 \times \left(\frac{300}{2} - 40\right) + 402 \times 97.06 \times \left(260 - \frac{300}{2}\right) =$$

$$M_{Rd} = -16.538 + 16.538 = 0 \text{ kNm} \quad \text{(armatura simm.)}$$

Limite campo 6: [7] = (1491.40 , 0)

Limitazione sforzo normale massimo

$$f_{cd}^* = \frac{f_{ck}}{\gamma_c^*} = \frac{f_{ck}}{1.25 \cdot \gamma_c} = 10.58\ MPa$$

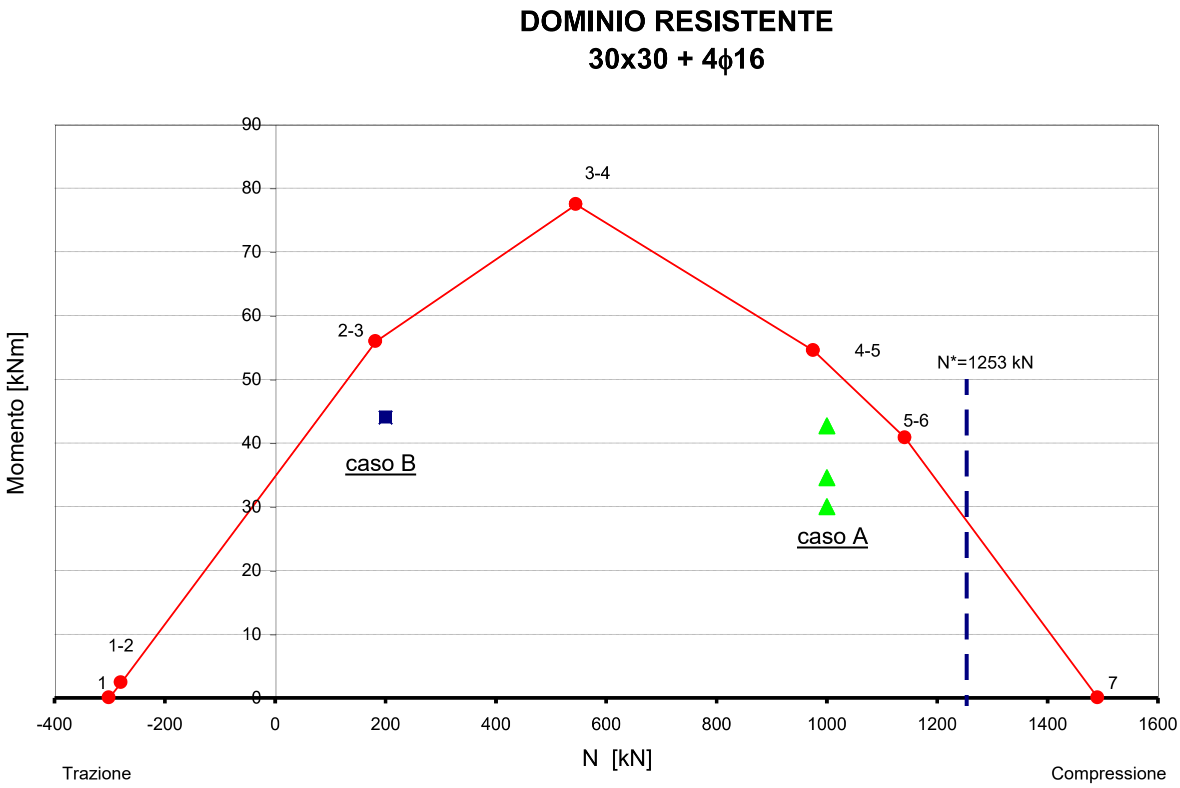
$$N_{Rd}^* = b \cdot h \cdot 0.85 f_{cd}^* + A_s^{'} \cdot f_{sd} + A_s \cdot f_{sd}$$
$$N_{Rd}^* = 300 \times 300 \times 0.8510.58 + 402 \times 374 + 402 \times 374 =$$
$$N_{Rd}^* = 1252.89 \times 10^3 = 1252.89 \text{ kN}$$

Verifica dell'elemento pressoinflesso agli S.L.U.

Pilastro 30x30 + 4ϕ16

Applicando le equazioni alla traslazione e rotazione più sopra esposte, si sono ottenuti i seguenti punti del dominio:

- Limite campo 1 (-300.7 ; 0.0) in [kN ; kNm]
- Limite campo 1-2 (-279.1 ; 2.4) "
- Limite campo 2-3 (182.3 ; 55.9) "
- Limite campo 3-4 (545.5 ; 77.4) "
- Limite campo 4-5 (975.9 ; 54.5) "
- Limite campo 5-6 (1141.9 ; 40.8) "
- Limite campo 6 (1491.4 ; 0.0) "

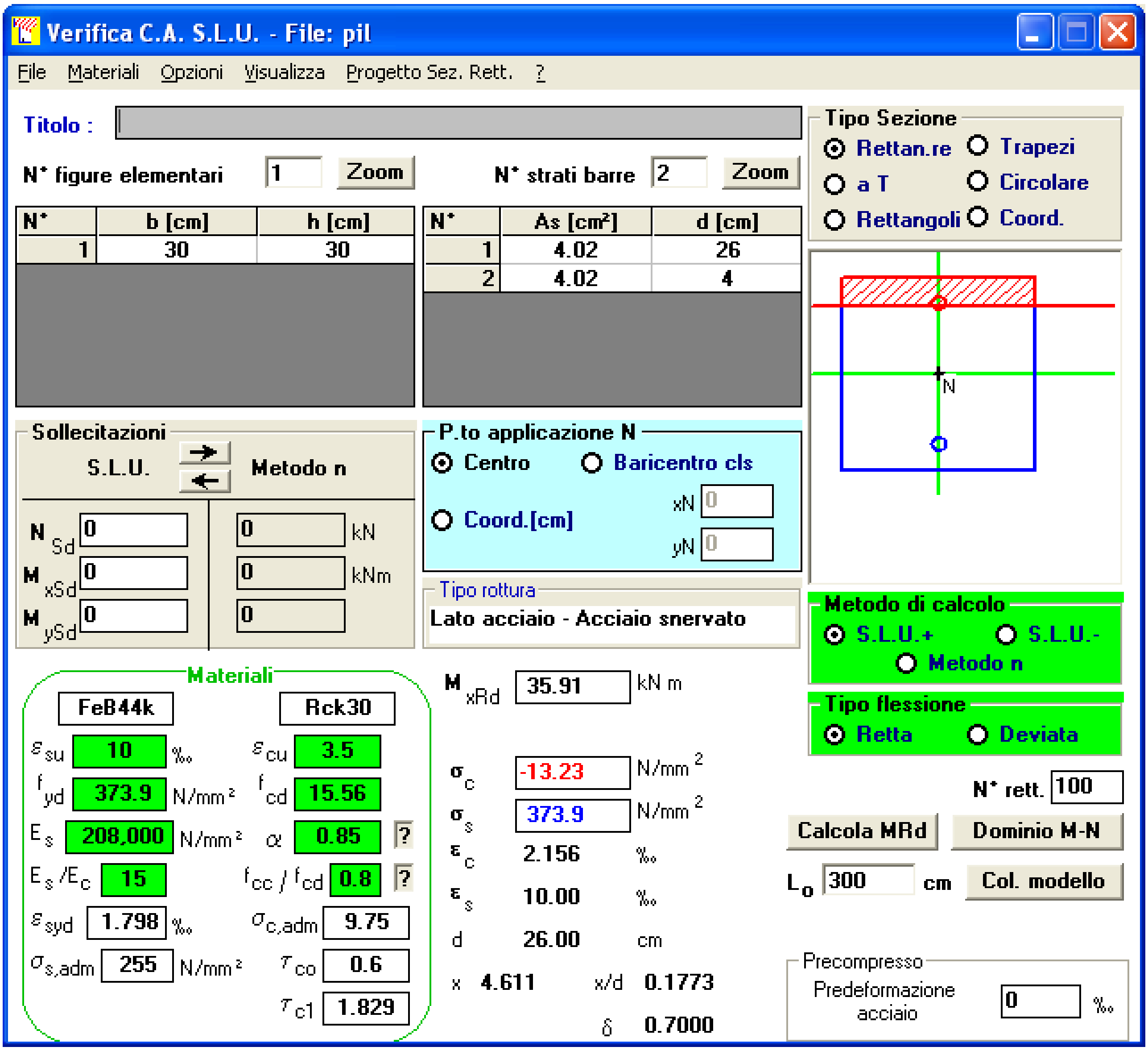


La verifica consiste nell'appurare che i punti sollecitanti sono interni al dominio.

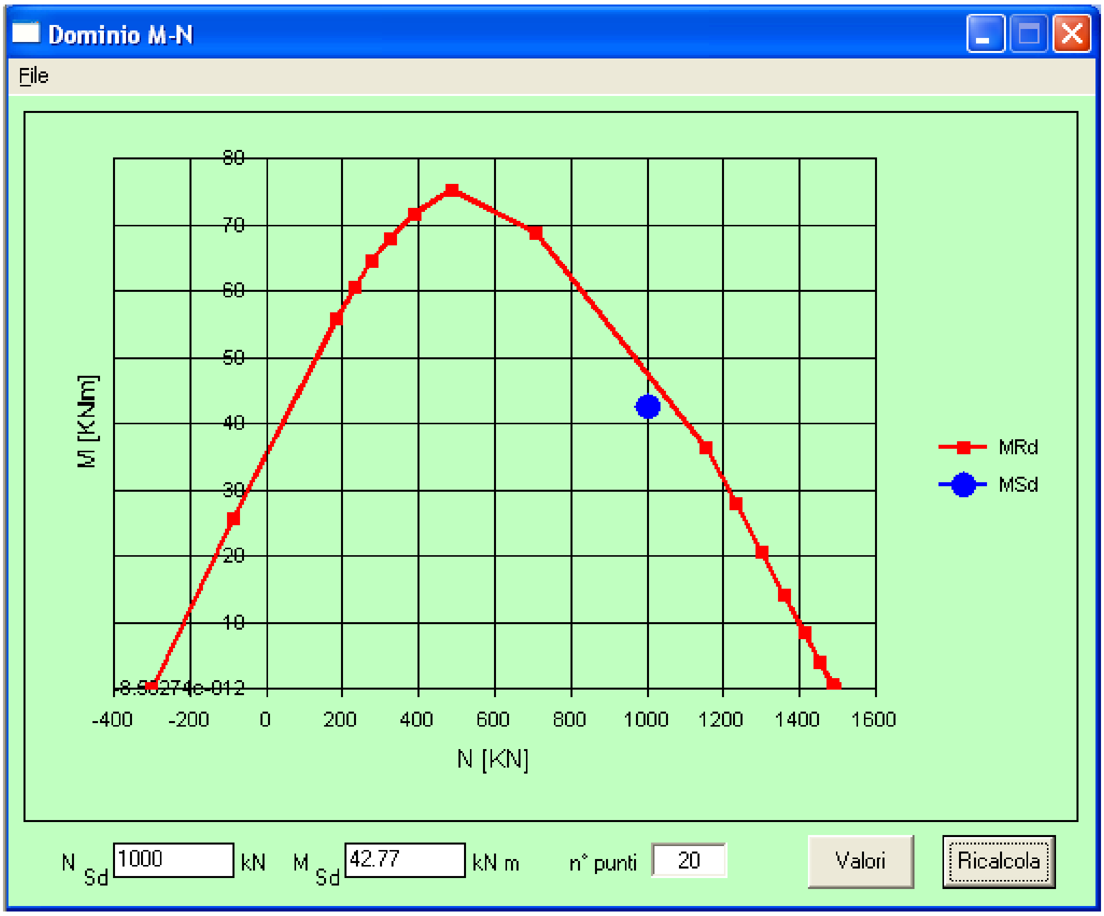
- Caso A (-1000.00 , 30.0) in [kN ; kNm]
- Caso A instab. (-1000.00 , 34.6) in [kN ; kNm] (k_2 calcolato)
- Caso A instab. (-1000.00 , 42.8) in [kN ; kNm] (k_2 = 1)
- Caso B (- 200.00 , 44.0) in [kN ; kNm]

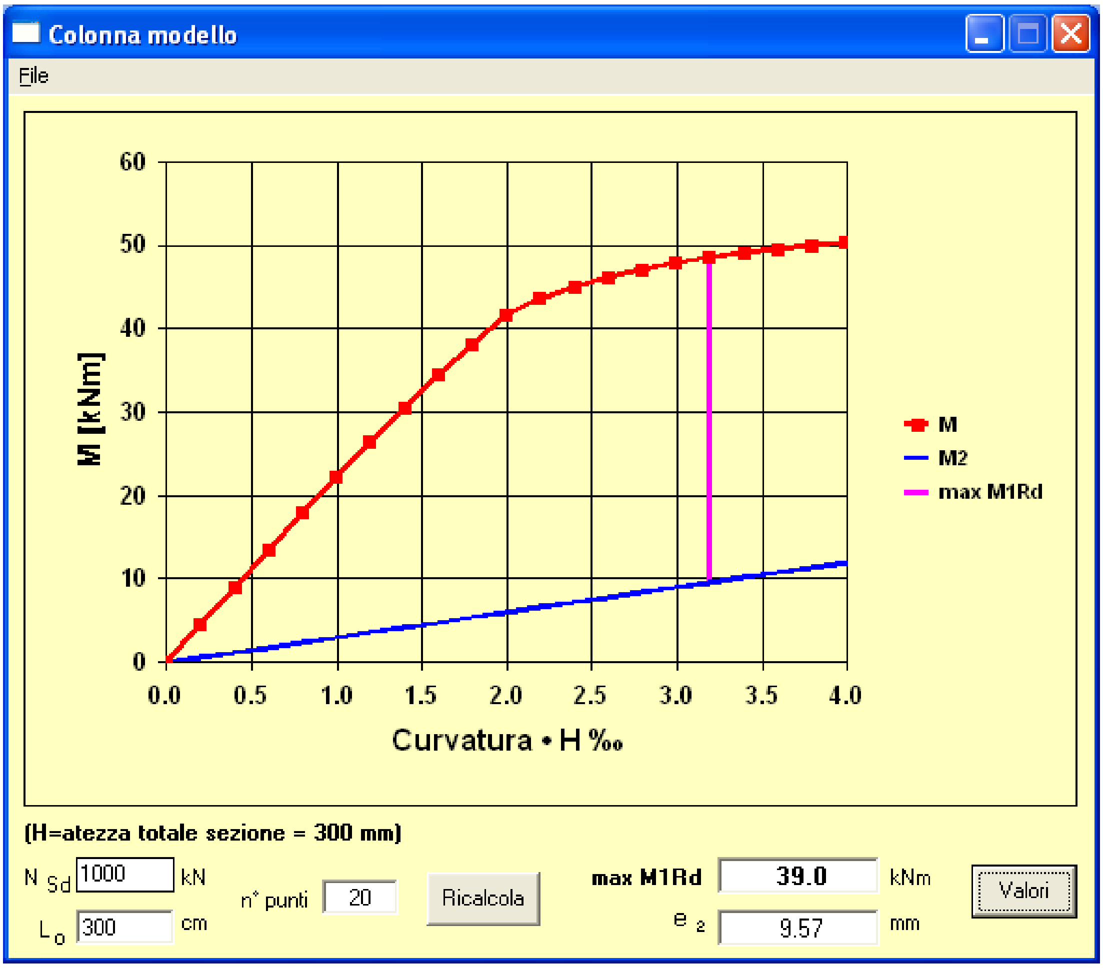
Il programma VcaSlu

Si riportano le principali schermate del programma VcaSlu per la verifica del c.a. agli Stati Limite Ultimi sviluppato dal prof. Piero Gelfi (Università degli Studi di Brescia)



Nella pagina seguente si riporta anche la verifica di instabilità per il pilastro secondo il metodo della colonna modello classico, in cui si calcola il legame Momento-Curvatura per il fissato valore di sforzo normale agente N_{sdu}.


Dominio M-N
File
80
70
60
50
40
30
20
10
-8.50274e-012
-400 -200 0 200 400 600 800 1000 1200 1400 1600
N [KN]
M [KNm]
MRd
MSd
N Sd 1000 kN
M Sd 42.77 kN m
n° punti 20
Valori
Ricalcola


Colonna modello
File
60
50
40
30
20
10
0
0.0 0.5 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0
Curvatura • H ‰
M [kNm]
M
M2
max M1Rd
(H=atezza totale sezione = 300 mm)
N Sd 1000 kN
L o 300 cm
n° punti 20
Ricalcola
max M1Rd 39.0 kNm
e 2 9.57 mm
Valori

Staffe

Come da normativa (ϕ4.1.6.1.2) deve essere prevista una staffatura tale che :

passo < max (12 ϕ ; 250 mm) 12*16 = 192 mm
passo = 150mm = 15 cm
ϕ_{st} > max (6mm ; 1/4 ϕ) 1/4x16 = 4.0 mm
ϕ_{st} = 8 mm

===> Staffe ϕ 8 / 15 cm

Giunzioni

Per eventuali giunzioni si prescrive una lunghezza di sovrapposizione di:
40 ϕ = 40*16 = 64 cm

Verifica dell'elemento pressoinflesso agli S.L.E.

La verifica allo stato limite delle tensioni di esercizio serve per controllare che l'entità della compressione non sia tale da indurre la formazione di rilevanti fessure parallele alla direzione di compressione, dovute alla dilatazione trasversale del calcestruzzo, nonché tale da provocare eccessive deformazioni viscose.

Le tensioni di calcolo, calcolate con il metodo elastico verranno confrontate con quelle resistenti dei materiali, ridotte in modo opportuno a seconda della combinazione di carico adottata:

Comb. quasi. permanente	cls	==>	0.45 f_{ck} = 11.25 MPa
Comb. rara	cls	==>	0.60 f_{ck} = 15.00 MPa
	acciaio	==>	0.80 f_{yk} = 360 MPa

Innanzi tutto occorre verificare la posizione del centro di pressione: se è interno al nocciolo la sezione non si parzializza e la verifica si esegue considerando l'intera sezione reagente; in caso contrario la sezione è parzializzata e si procede con la determinazione dell'asse neutro.

Caso A – Combinazione Rara:

$N_{sde} = 700$ kN $\qquad M_{sde} = 21.00$ kNm

$$e = \frac{M}{N} = \frac{21 \times 10^6}{700 \times 10^3} = 30 \text{ mm} \quad < \lambda = \frac{B}{6} = \frac{300}{6} = 50 \text{ mm}$$

==> la sezione NON si parzializza

$$A_{idL} = A_c + n \cdot A_s = 300 \times 300 + 15 \times 4 \times 201 = 102060\, mm^2$$

$$J_{idL} = \frac{B \cdot h^3}{12} + n \cdot A_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right)^2 =$$

$$= \frac{300 \times 300^3}{12} + 15 \times 4 \times 201 \times \left(\frac{300}{2} - 40\right)^2 = 821 \times 10^6\, mm^4$$

$$\sigma_{cd} = \sigma_{cdN} \pm \sigma_{cdM} = \frac{N_{sde}}{A_{idL}} \pm \frac{M_{sde}}{J_{idL}} \cdot \frac{h}{2} =$$

$$= \frac{700 \times 10^3}{102060} \pm \frac{21 \times 10^6}{821 \times 10^6} \times \frac{300}{2} = 6.86 \pm 3.84 = \begin{Bmatrix} 10.70 \\ 3.02 \end{Bmatrix} < 0.60 f_{ck} = 15.00\, MPa$$

$$\sigma_{cdm} = \sigma_{cdN} = 6.86 \text{ MPa} < 0.70 \times (0.60 f_{ck}) = 10.46 MPa$$

$$\sigma_{sd} = n \cdot (\sigma_{cdN} \pm \sigma_{cdM}) = n \cdot \left(\frac{N_{sde}}{A_{idL}} \pm \frac{M_{sde}}{J_{idL}} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right)\right) =$$

$$= n \cdot \left(\frac{700 \times 10^3}{102060} \pm \frac{21 \times 10^6}{820 \times 10^6} \cdot \left(\frac{300}{2} - 40\right)\right) = 15 \times (6.86 \pm 2.82) = \begin{Bmatrix} 145.2 \\ 60.6 \end{Bmatrix} < 0.80 f_{yk}$$

$$= 360\, MPa$$

Caso A – Combinazione Quasi Permanente:

$N_{sde} = 570$ kN $\qquad M_{sde} = 17.10$ kNm

$$e = \frac{M}{N} = \frac{17.1 \times 10^6}{570 \times 10^3} = 30 \text{ mm} \quad < \lambda = \frac{B}{6} = \frac{300}{6} = 50 \text{ mm}$$

==> la sezione NON si parzializza

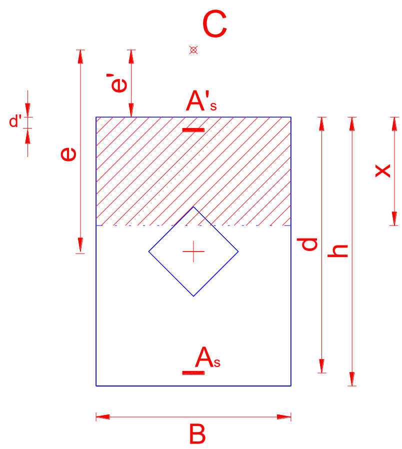
$$A_{idL} = 102060 \text{ mm}^2$$

$$J_{idL} = 821 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{cd} = \sigma_{cdN} \pm \sigma_{cdM} = \frac{N_{sde}}{A_{idL}} \pm \frac{M_{sde}}{J_{idL}} \cdot \frac{h}{2} =$$

$$= \frac{570 \times 10^3}{102060} \pm \frac{17.1 \times 10^6}{821 \times 10^6} \times \frac{300}{2} = 5.58 \pm 3.13 = \begin{Bmatrix} 8.71 \\ 2.45 \end{Bmatrix} < 0.45 f_{ck} = 11.25\, MPa$$

Caso B – Combinazione Rara:



$N_{sde} = 140$ kN $\qquad M_{sde} = 30.80$ kNm

$$e = \frac{M}{N} = \frac{30.80\times10^6}{140\times10^3} = 220 \text{ mm} \ > \lambda = \frac{B}{6} = \frac{300}{6} = 50 \text{ mm}$$

==> la sezione si parzializza

Eq. rotazione rispetto a "C"
+ eq. congruenza

$$\frac{1}{2}Bx\sigma_c\left(\frac{1}{3}x+e'\right)+\sigma_s^{'}A_s^{'}\left(e'+d'\right)-\sigma_sA_s\left(d+e'\right)=0$$

$\Rightarrow J_{ns} = 0$ Momento centrifugo della sezione ideale reagente rispetto assi coniugati r,s

$$e' = e - \frac{h}{2} = 220 - \frac{300}{2} = 70 \text{ mm}$$

Asse neutro $\qquad x = 118.3$ mm

Momento d'inerzia

$$J_{id} = \frac{Bx^3}{3} + nA_s\left(d-x\right)^2 + nA_s^{'}\left(x-d'\right)^2 =$$

$$J_{id} = \frac{300\times118.3^3}{3} + 15\times402\times\left(260\text{-}118.3\right)^2 + 15\times402\times\left(118.3\text{-}40\right)^2 =$$

$$J_{id} = 324\cdot10^6 \text{ mm}^4$$

Eq. traslazione

$$\frac{1}{2}\sigma_c\cdot B\cdot x + A_s^{'}\sigma_s^{'} - A_s\sigma_s = N$$

$$\sigma_c\left[\frac{1}{2}B\cdot x^2 + nA_s^{'}(x-d') - nA_s(d-x)\right] = N\cdot x$$

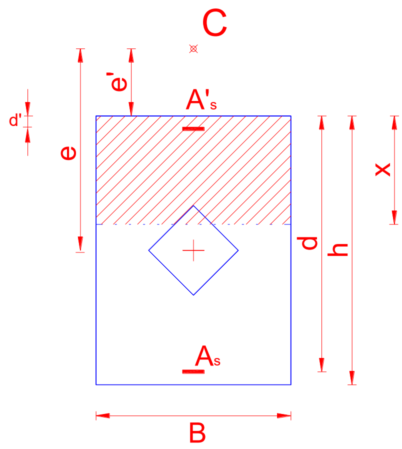
$$S_{ni} = \frac{1}{2}B\cdot x^2 + nA_s^{'}(x-d') - nA_s(d-x) =$$

$$= \frac{1}{2}\times300\times118.3^2 + 15\times402\times(118.30-40) - 15\times402\times(260-118.30) =$$

$$= 1.717\times10^6 mm^3$$

$$\sigma_c = \frac{N}{S_{ni}}x = \frac{140\times10^3}{1.717\times10^6}118.3 = 9.64 \text{ MPa} < 0.60 f_{ck} = 15.00\ MPa$$

$$\sigma_s = \text{n}\frac{N}{S_{ni}}(d-x) = 15\frac{140\times10^3}{1.717\times10^6}(260\text{-}118.3) = 173.3 \text{ MPa} < 360\ MPa$$



Caso B – Combinazione Quasi Permanente:

$N_{sde} = 115$ kN $\qquad M_{sde} = 25.30$ kNm

$$e = \frac{M}{N} = \frac{25.30 \times 10^6}{115 \times 10^3} = 220 \text{ mm} \; > \lambda = \frac{B}{6} = \frac{300}{6} = 50 \text{ mm}$$

==> la sezione si parzializza

Eq. rotazione rispetto a "C"
+ eq. congruenza

$$\frac{1}{2} Bx\sigma_c \left(\frac{1}{3}x + e'\right) + \sigma_s' A_s' (e' + d') - \sigma_s A_s (d + e') = 0$$

$\Rightarrow J_{ns} = 0$ Momento centrifugo della sezione ideale reagente rispetto assi coniugati r,s

$$e' = e - \frac{h}{2} = 220 - \frac{300}{2} = 70 \text{ mm}$$

Asse neutro

$$x = 118.3 \text{ mm}$$

Momento d'inerzia

$$J_{id} = \frac{Bx^3}{3} + nA_s (d - x)^2 + nA_s' (x - d')^2 =$$

$$J_{id} = \frac{300 \times 118.3^3}{3} + 15 \times 402 \times (260\text{-}118.3)^2 + 15 \times 402 \times (118.3\text{-}40)^2 =$$

$$J_{id} = 324 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Eq. traslazione

$$\frac{1}{2}\sigma_c \cdot B \cdot x + A_s' \sigma_s' - A_s \sigma_s = N$$

$$\sigma_c \left[\frac{1}{2} B \cdot x^2 + nA_s'(x - d') - nA_s(d - x)\right] = N \cdot x$$

$$S_{ni} = \frac{1}{2} B \cdot x^2 + nA_s'(x - d') - nA_s(d - x) =$$

$$= \frac{1}{2} \times 300 \times 118.3^2 + 15 \times 402 \times (118.30 - 40) - 15 \times 402 \times (260 - 118.30) =$$

$$= 1.717 \times 10^6 mm^3$$

$$\sigma_c = \frac{N}{S_{ni}} x = \frac{115 \times 10^3}{1.717 \times 10^6} 118.3 = 7.92 \text{ MPa} < 0.45 f_{ck} = 11.25 \; MPa$$

Progetto del plinto

La fondazione del pilastro è di tipo a plinto rigido isolato, adagiato su un terreno con portata in esercizio di $\sigma_{te} = 0.25$ MPa. (a rottura pari a circa $\sigma_{tu} = 0.375$ MPa)
Di seguito si riportano le sollecitazioni ultime e d'esercizio alla base dei pilastri:

	Sf.Normale	Momento	eccentricità
	N_{sd} [kN]	M_{sd} [kNm]	e [mm]
S.L.U.	1000	30.00	30
	200	44.00	220
S.L.E. Comb. Rara	700	21.00	30
	140	30.80	220

Predimensionamento

$N_{sdu} = 1000$ kN $\quad$ $M_{sdu} = 30.00$ kNm $\quad$ $e = 30$ mm

Vista sezione quadrata del pilastro si adotta anche per il plinto una sezione quadrata.

$$B = \sqrt{A} = \sqrt{\frac{N_{sdu}}{\sigma_{tu}}} = \sqrt{\frac{1000x10^3}{0.375}} = 1633 \text{ mm}$$

si adotta $B = 1800$ mm

plinto rigido $\quad h \geq (B - b)/4 =$
$h \geq (1800 - 300)/4 = 375$ mm

si adotta $h = 400$ mm
$d = 350$ mm $\quad d' = 50$ mm $\quad$ (maggiore protezione per l'armatura)

OSS: nelle fondazioni è preferibile utilizzare diametri piuttosto grandi a causa dell'ambiente aggressivo. Pertanto il $\phi 12$ - $\phi 14$ si può considerare il diametro minimo da adottare in un plinto.
Analogamente è bene far lavorare le barre d'armatura ad una tensione non troppo elevata, al di sotto dei valori di progetto: un valore consueto è pari al 85% della tensione di progetto.

Verifica stato limite ultimo

N_{sdu} = 1000kN M_{sdu} = 30.00 kNm e = 30 mm

Peso proprio pp = (1.80x1.80x0.40 x25) x 1.4 = 45.36 kN

carico ultimo N_{sdu} = 1000 + 45.36 = 1045.36 kN

eccentricità $e = M / N = 30\text{x}10^6 / 1045.36\text{x}10^3 = 28.70$ mm
$\lambda = B / 6 = 1800/6 = 300$ mm ==> sezione tutta compressa

verifica terreno

$$\sigma_{sd} = \frac{N_{sdu}}{A} \pm \frac{M_{sdu}}{W} = \frac{1045.36\times10^3}{1800\times1800} \pm \frac{30.00\times10^6}{\frac{1800\times1800^2}{6}} = \begin{Bmatrix} 0.352 \\ 0.291 \end{Bmatrix} < \sigma_{tu} = 0.375 \text{ MPa}$$

trazione nelle barre
$$F_{su} = \frac{1}{2} N_{sdu} \cdot tg\alpha = \frac{N_{sdu}\left(B-b\right)}{8\cdot d}$$
$$F_{su} = \frac{1000\times10^3\times\left(1800-300\right)}{8\times350} = 535.71 \text{ kN}$$

barre inferiori 9 ϕ 16 $A_s = 1809$ mm^2
$F_{Rd} = 1809\text{x}374 = 676.566 \text{ kN} > F_{su}$ OK

tensione lavoro $f_{su} = F_{su} / A_s = 535.71\text{x}10^3 / 1809 = 296$ MPa

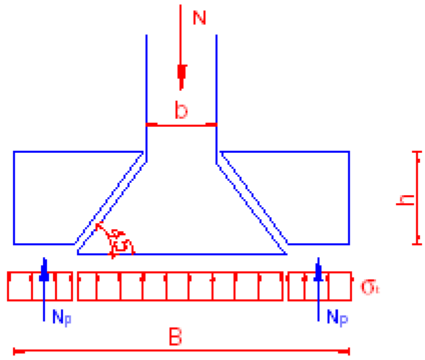
Verifica punzonamento

Nel caso dei plinti il punzonamento è causato dal carico concentrato del pilastro che agisce sulla piastra di fondazione (plinto). Se il plinto è stato dimensionato come plinto rigido, il più delle volte non è necessario predisporre un'apposita armatura per il punzonamento.

Come da normativa (ϕ5.3.4) si esegue la verifica a punzonamento: "*In mancanza di una apposita armatura, la forza resistente al punzonamento è assunta pari a:* "

$$F = 0.5 \text{ u h } f_{ctd}$$

L'azione di punzonamento si assume pari alla differenza fra il carico del pilastro totale e quello scaricato direttamente al suolo sotto la proiezione a 45° (generalmente) del pilastro stesso, o, in altre parole pari alla tensione di lavoro del terreno per area d'impronta depurata dalla proiezione a 45° del pilastro. (vedi figura)



$$\sigma_{td} = \text{media}(0.352,\ 0.291) = 0.321\ \text{MPa}$$

$$N_p = \sigma_{td}\left[A_{pl} - (b+2h)^2\right] =$$

$$N_p = 0.321\left[(1800\text{x}1800) - (300+2\times 400)^2\right] = 651.63\ \text{kN}$$

$$F = 0.5\cdot u\cdot h\cdot f_{ctd} = 0.5\cdot\left[4(b+h)\right]\cdot h\cdot f_{ctd}$$

$$F = 0.5\times\left[4(300+400)\right]\times 400\times 1.14 = 638.40\ \text{kN}$$

$F < N_p$ NON VERIFICATO

Vista la piccola differenza fra azione sollecitante e resistente a punzonamento, invece di procedere ad armare il plinto con apposite barre per il punzonamento, si preferisce aumentare l'altezza del plinto, portandola a 45 cm.

si adotta $h = 450$ mm
$d = 400$ mm $d' = 50$ mm

Nuova Verifica stato limite ultimo

$N_{sdu} = 1000$ kN $M_{sdu} = 30.00$ kNm $e = 30$ mm

Peso proprio pp = (1.80x1.80x0.45 x25) x 1.4 = 51.03 kN

carico ultimo N_{sdu} = 1000+ 51.03 = 1051.03 kN

eccentricità $e = M / N = 30\text{x}10^6 / 1051.03\text{x}10^3 = 28.54$ mm
$\lambda = B / 6 = 1800/6 = 300$ mm ==> sezione tutta compresssa

verifica terreno

$$\sigma_{sd} = \frac{N_{sdu}}{A} \pm \frac{M_{sdu}}{W} = \frac{1051.03\times 10^3}{1800\times 1800} \pm \frac{30.00\times 10^6}{\frac{1800\times 1800^2}{6}} = \begin{Bmatrix} 0.355 \\ 0.293 \end{Bmatrix} < \sigma_{tu} = 0.375\ \text{MPa}$$

trazione nelle barre

$$F_{su} = \frac{1}{2}N_{sdu}\cdot \text{tg}\alpha = \frac{N_{sdu}(B-b)}{8\cdot d}$$

$$F_{su} = \frac{1000\times 10^3\times(1800-300)}{8\times 400} = 468.75\ \text{kN}$$

barre inferiori 8 ϕ 16 $A_s = 1608\ \text{mm}^2$
F_{Rd} = 1608x374 = 601.392 kN > F_{su} OK

tensione lavoro $f_{su} = F_{su} / A_s = 468.75\text{x}10^3 / 1806 = 259$ MPa

NuovaVerifica punzonamento

$$\sigma_{td} = \text{media}(0.355,\ 0.292) = 0.323\ \text{MPa}$$

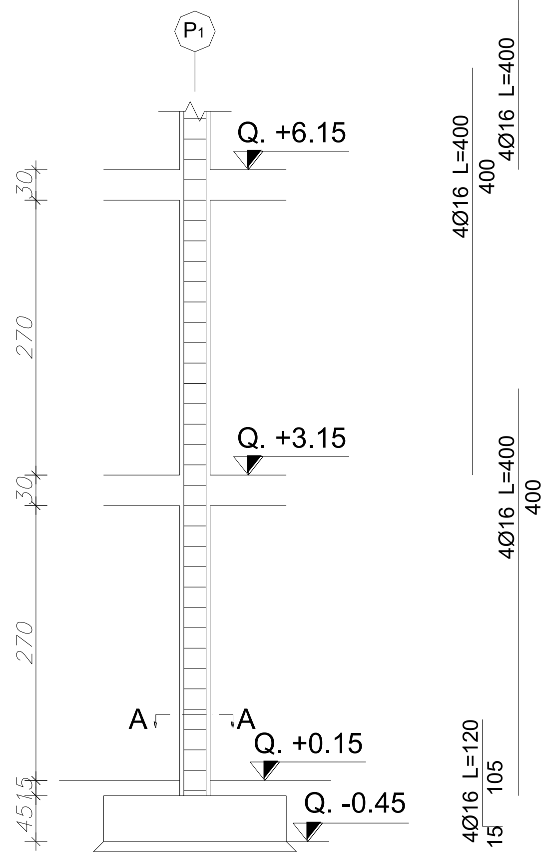
$$N_p = \sigma_{td}\left[A_{pl} - \left(b + 2h\right)^2\right] =$$

$$N_p = 0.323\left[\left(1800\text{x}1800\right) - \left(300 + 2 \times 450\right)^2\right] = 576.00\ \text{kN}$$

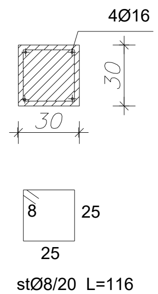
$$F = 0.5 \cdot u \cdot h \cdot f_{ctd} = 0.5 \cdot \left[4\left(b + h\right)\right] \cdot h \cdot f_{ctd}$$

$$F = 0.5 \times \left[4\left(300 + 450\right)\right] \times 400 \times 1.14 = 684.00\ \text{kN}$$

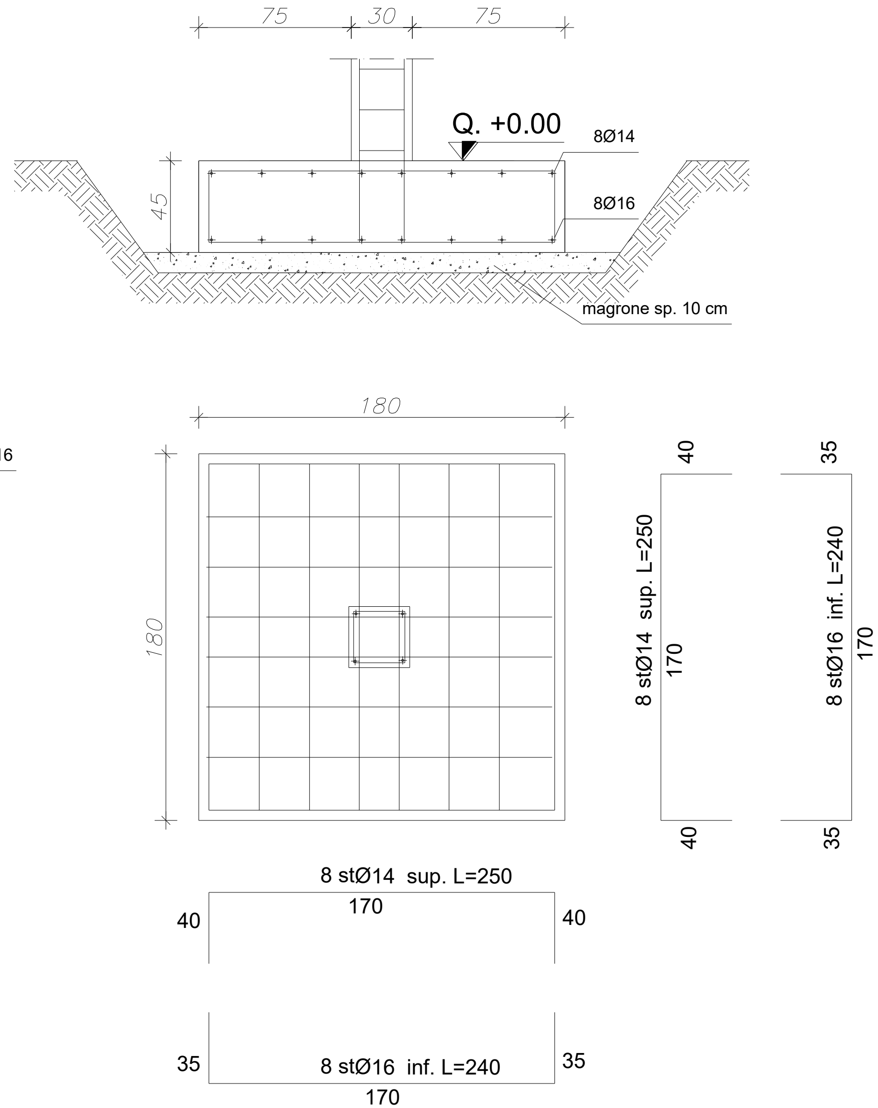
$F > N_p$ OK



SEZIONE
A - A



PLINTO
180x180x45



PRESCRIZIONE PER I MATERIALI:

CALCESTRUZZO C25/30 R_{ck} 30 MPa
ARMATURE C.A. FeB44k