

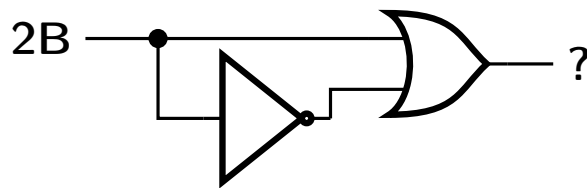
# Tutorato di Informatica

## Foglio 4 - Reti Logiche e Algebra Booleana

Matematici I Anno

26 Marzo 2026

*"William Shakespeare, Computer Science Edition:"*



*This is the question.*

## Esercizi sulle Reti Logiche

### Riscaldamento: Operazioni Fondamentali

**Testo:** Riordina e completa la Tabella 1:

Operazione	Not. Algebrica	Not. Logica	Not. Insiemistica
AND		$\dot{\vee}$	$A^c$
NOT	+	$\wedge$	$\cap$
XOR		$\neg$	$\Delta$

Tabella 1: Tabella da completare

### Esercizio 01: Espressioni Booleane

**Testo:** Semplificare le seguenti espressioni booleane indicando i passaggi eseguiti.

1.  $\overline{X}(X + Y)$
2.  $(\neg x \vee \neg y) \wedge (\neg x \vee y)$
3.  $(x \cdot 1)(\overline{x} + y) + (y + 0)$
4.  $\neg(\neg(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C))$
5.  $AB\overline{C}D + A(\overline{B \cdot C})D + \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}BC\overline{D}$

### Esercizio 02: Traduzione in Circuiti Base

**Testo:** Disegnare i circuiti logici corrispondenti alle espressioni booleane dell'Esercizio 01. Si consiglia di utilizzare le formule semplificate ricavate nell'esercizio precedente per ottenere circuiti ottimali.

### Esercizio 03: Analisi di una Rete Logica con Retroazione

**Testo:** Dato il diagramma in Figura 1:

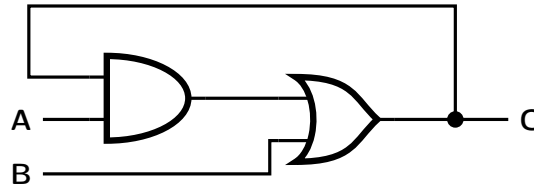


Figura 1: Rete logica con loop di retroazione

Determinare quali possibili configurazioni dei canali binari  $A$ ,  $B$  e  $C$  sono ammissibili (ovvero, quali configurazioni possono effettivamente verificarsi).

### Esercizio 04: Derivare la Tabella di Verità

**Testo:** Determinare la tabella di verità del circuito logico in Figura 2. Cosa rappresenta il circuito proposto?

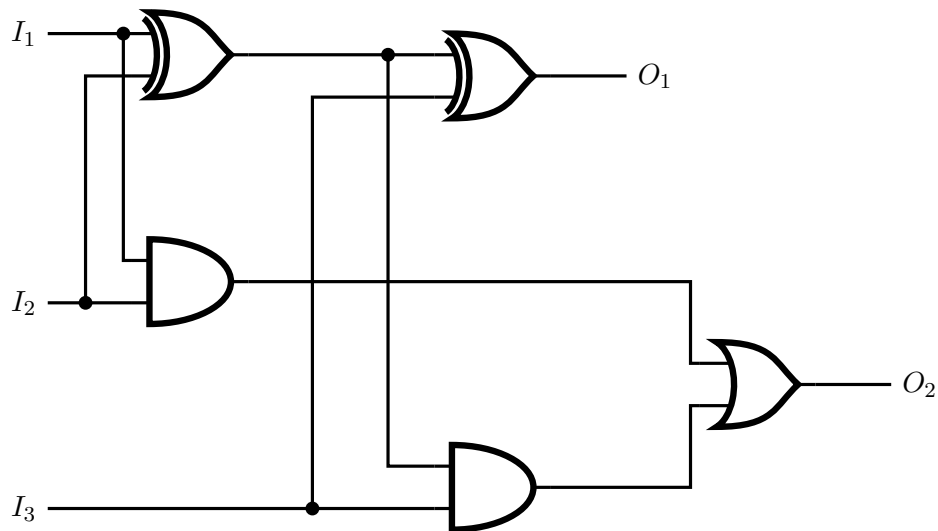


Figura 2: Circuito logico per l'Esercizio 04

### Esercizio 05: Diagramma del Decoder

**Testo:** Disegnare il diagramma di un decoder a 3 bit e determinare la sua tabella di verità. Qual è la rappresentazione "one-hot" della stringa binaria 110 calcolata dal decoder?

## Esercizio 06: Progettazione a Partire dalla Tabella di Verità

**Testo:** Disegnare un circuito con 3 input ( $A, B, C$ ) e due output ( $O_1, O_2$ ) che realizza la tabella di verità indicata in Tabella 2:

A	B	C	$O_1$	$O_2$
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1

Tabella 2: Tabella di verità da realizzare

---

## Esercizi Extra Per i Più Coraggiosi (Lab 3)

### 01. Il Rilevatore di Numeri Primi e la Mappa del Tesoro

**Testo:** Siete stati assunti dalla *Prime Directive Corp.* Il vostro compito è progettare un circuito combinatorio a 4 bit per blindare un caveau. Il sistema si sblocca solo ed esclusivamente se il codice binario inserito in ingresso ( $A, B, C, D$ ) corrisponde a un **numero primo** nell'intervallo da 0 a 15. Inserite un codice sbagliato, e scatterà l'allarme. Ricavate l'espressione logica minima del circuito.

*Suggerimento:* Ricordate che 0 e 1 non sono numeri primi. Prima di perdervi in un mare di algebra booleana, stilate l'elenco dei numeri primi, convertiteli in binario e osservate i mintermini. Se conoscete le Mappe di Karnaugh, questo è il momento perfetto per disegnarne una: la disposizione spaziale dei "veri" vi suggerirà come raggrupparli a colpo d'occhio.

### 02. Il Lupo, la Capra, il Cavolo e l'Allarme Hardware

**Testo:** Un contadino deve trasportare un lupo, una capra e un cavolo oltre un fiume. Conoscete tutti il classico indovinello: se lasciati soli sulla stessa sponda, il lupo mangia la capra, e la capra mangia il cavolo. Vogliamo costruire un **allarme hardware** che suoni istantaneamente se il contadino compie una mossa letale.

Siano  $C, L, P, V$  quattro variabili booleane che valgono 1 se il rispettivo soggetto (Contadino, Lupo, Pecora/Capra, Verza/Cavolo) si trova sulla sponda sinistra, e 0 se si trova sulla sponda destra. Scrivere l'equazione logica dell'allarme  $A$ .

*Suggerimento:* Vietato scrivere un'enorme tabella della verità a 16 righe! Usate la logica pura. Quando due entità sono sulla *stessa* sponda, le loro variabili sono *uguali* (entrambe a 0 o entrambe a 1). Quale porta logica restituisce 1 quando i suoi due input sono identici? E quale se sono diversi?

### 03. La Regola 30: Dall'Algebra Booleana al Caos Deterministico

**Testo:** Siete biologi computazionali e state studiando gli *Automi Cellulari*, griglie matematiche in cui ogni "cellula" decide se vivere o morire al "giorno" successivo basandosi esclusivamente sul proprio stato attuale e su quello dei suoi due vicini immediati.

Nel 1983, il matematico Stephen Wolfram scoprì un automa unidimensionale, chiamato **Regola 30**, in cui una cella al centro ( $C$ ) osserva il vicino di sinistra ( $L$ ) e di destra ( $R$ ). Sebbene le regole siano fisse e deterministiche, il pattern generato nel tempo è talmente caotico, aperiodico e statisticamente perfetto da essere utilizzato nei sistemi informatici come generatore di **numeri pseudo-casuali** crittografici. La natura lo ha persino implementato fisicamente: il guscio della lumaca marina *Conus textile* sfoggia un pattern molto simile alla Regola 30.



Figura 3: Pattern del guscio della *Conus textile*.

La tabella che governa la nascita (1) o la morte (0) della cellula al tempo successivo è la seguente:

$L$ (Sinistra)	$C$ (Centro)	$R$ (Destra)	Nuovo Stato ( $O$ )
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Tabella 3: Regola 30 di Wolfram

Ricavate ed estremamente semplificate l'espressione logica che governa questo intero universo microscopico.

*Suggerimento:* La tabella vi dà 4 mintermini. Scrivete la Somma di Prodotti. Notate qualcosa in comune nei primi tre termini? Provate a raccogliere  $\bar{L}$ . Ricordatevi anche del "Teorema di De Morgan" per trattare l'ultimo termine.