LEZIONE 3.3 ENTROPIA (# 11)

3.3.1 Enunciato di Carathéodory

→ vedi prima parte di Approfondimenti 3.5.3 (→)

3.3.2 Teorema di Clausius

→ vedi Approfondimenti 3.3.2

3.3.3 Entropia

Abbiamo definito: $$dS = \frac{(\delta Q)_R}{T}$$

e: $$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{(\delta Q)_R}{T}$$

Note:

- S si misura in $\frac{J}{K}$
- S è estensiva (se un sistema è diviso in due parti, si ha $S = S_1 + S_2$ e $dS = dS_1 + dS_2$).

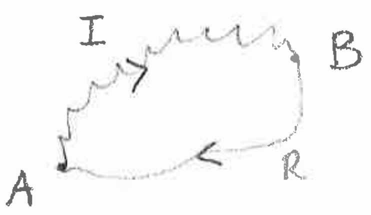
  Infatti U è estensiva $\Rightarrow dU = dU_1 + dU_2$

  i lavori si sommano $\Rightarrow \delta L = \delta L_1 + \delta L_2$

  IPTD applicato ad una trasf. reversibile $(\delta Q)_R = dU + \delta L$

  $$\Rightarrow dS = \frac{(\delta Q)_R}{T} = \frac{dU + \delta L}{T} = \frac{dU_1 + dU_2 + \delta L_1 + \delta L_2}{T} = \frac{dU_1 + \delta L_1}{T} + \frac{dU_2 + \delta L_2}{T} = dS_1 + dS_2$$

- S è funzione di stato: $\Delta S = S_B - S_A$ non dipende dalla particolare trasformazione che collega A e B (nemmeno se questa è irreversibile!). Esempio



- A e B collegati da trasf. I (irreversibile)
- Trovo R reversibile che mi riporta in A.
- ABA è ciclo irreversibile $\Rightarrow \oint \frac{\delta Q}{T} < 0$

Vale però $$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T}\Big|_I + \int_B^A \frac{(\delta Q)_R}{T}\Big|_R < 0$$, quindi

$$\int_{I\,A}^{B} \frac{\delta Q}{T} < -\int_{R\,B}^{A} \frac{(\delta Q)_R}{T} = \int_{R\,A}^{B} \frac{(\delta Q)_R}{T} \equiv S_B - S_A = \Delta S$$

perché R è reversibile!

Ricapitolando: $\Delta S = \int_{R\,A}^{B} \frac{(\delta Q)_R}{T}$ ← QUESTO INTEGRALE DEFINISCE ΔS

e $\Delta S > \int_{I\,A}^{B} \frac{\delta Q}{T}$ ← NON QUESTO

Quindi se A e B sono collegati da I irreversibile, NON USO $\int_{I\,A}^{B} \frac{\delta Q}{T}$ per calcolare ΔS, ma IMMAGINO R reversibile che collega A e B e uso $\int_{R\,A}^{B} \frac{(\delta Q)_R}{T}$

- Calcolo di ΔS per un serbatoio:

  Q_{serb} calore scambiato.
  Il serbatoio resta a T costante ma $\Delta U_{serb} = Q_{serb}$ (I PTD) (cambia stato)
  Immagino che Q_{serb} sia scambiato scambiando piccole quantità δQ_{serb} in modo reversibile.

$$\Delta S_{serb} = \int_i^f \frac{(\delta Q_{serb})_R}{T} = \frac{1}{T}\int_i^f (\delta Q_{serb})_R = \frac{Q_{serb}}{T}$$

- Calcolo di ΔS per un corpo con alta capacità termica C (non dipende da T)

$$Q = C\Delta T$$

  Q: calore ceduto; ΔT: aumento di temperatura $\Delta T = T_f - T_i \Rightarrow T_f = T_i + \frac{Q}{C}$

  Di nuovo immagino Q scambiato reversibilmente in piccoli contributi $(\delta Q)_R = C\,dT$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{(\delta Q)_R}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C}{T}\,dT = C \ln\frac{T_i+\Delta T}{T_i} = C\ln\left(1+\frac{\Delta T}{T_i}\right)$$

  si noti che C grande $\Rightarrow \Delta T$ piccolo $\Rightarrow \Delta S \cong C\frac{\Delta T}{T_i} = \frac{Q}{T_i}$

  Per $C \to \infty$ si ritrova il risultato del serbatoio.

- S estensiva $\Rightarrow$ Universo = Sistema + Ambiente

$$\Delta S_U = \Delta S + \Delta S_{amb}$$