

Esercizi di Statistica Descrittiva

Varianza, Deviazione Standard, Campo di Variazione

Esercizio 1

Dati

Un'azienda ha rilevato il numero di pezzi difettosi prodotti in 6 giorni lavorativi:

$$x_i : 3, 7, 5, 9, 4, 8 \quad (n = 6)$$

(Attenzione: non è un campione!)

1. Media aritmetica

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{3 + 7 + 5 + 9 + 4 + 8}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

2. Tabella degli scarti quadratici

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	3	-3	9
2	7	+1	1
3	5	-1	1
4	9	+3	9
5	4	-2	4
6	8	+2	4
Totale			28

3. Varianza

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{28}{6} = \frac{14}{3} \approx 4,67$$

4. Deviazione standard

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{14}{3}} \approx 2,16$$

5. Campo di variazione

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 9 - 3 = \mathbf{6}$$

Interpretazione dei risultati

- **Media** ($\bar{x} = 6$): in media, l'azienda produce 6 pezzi difettosi al giorno. È il valore attorno al quale si distribuiscono tutte le osservazioni.
- **Varianza** ($s^2 \approx 4,67$): misura la dispersione media degli scarti quadratici dalla media. Essendo espressa in *unità al quadrato* (pezzi²), è meno immediata da interpretare direttamente.
- **Deviazione standard** ($s \approx 2,16$ **pezzi**): è la misura di dispersione, espressa nella stessa unità dei dati. Significa che, tipicamente, il numero giornaliero di pezzi difettosi si discosta dalla media di circa **2 pezzi**. Un valore di s relativamente contenuto rispetto alla media ($s/\bar{x} \approx 36\%$) indica una variabilità moderata.
- **Campo di variazione** ($R = 6$): tra il giorno migliore (3 pezzi difettosi) e il peggiore (9 pezzi) c'è uno scarto di 6 unità. Come abbiamo visto a lezione, è un indice semplice ma sensibile ai valori estremi.

Esercizio 2

Dati

I voti riportati da un campione di 8 studenti in un test di matematica sono:

$$x_i : 6, 8, 7, 10, 5, 9, 6, 7 \quad (n = 8)$$

1. Media aritmetica

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 7 + 10 + 5 + 9 + 6 + 7}{8} = \frac{58}{8} = 7,25$$

2. Tabella degli scarti quadratici

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	6	-1,25	1,5625
2	8	+0,75	0,5625
3	7	-0,25	0,0625
4	10	+2,75	7,5625
5	5	-2,25	5,0625
6	9	+1,75	3,0625
7	6	-1,25	1,5625
8	7	-0,25	0,0625
Totale			19,5

3. Varianza

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{19,5}{8 - 1} = 2,78$$

4. Deviazione standard

$$s = \sqrt{2,4375} \approx 1,67$$

5. Campo di variazione

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 10 - 5 = 5$$

6. Il 75% dei voti rientra entro una deviazione standard dalla media?

L'intervallo $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$ vale:

$$[7,25 - 1,67, 7,25 + 1,67] = [5,58, 8,92]$$

Voto	Nell'intervallo?
6	✓
8	✓
7	✓
10	× (superiore a 8,92)
5	× (inferiore a 5,58)
9	× (superiore a 8,92)
6	✓
7	✓

$$\frac{5}{8} = 0,625 = \mathbf{62,5\%}$$

No, solo il 62,5% dei voti rientra entro una deviazione standard dalla media, non il 75% richiesto. I voti 5, 9 e 10 cadono al di fuori dell'intervallo $[5,58, 8,92]$. Questo indica che la distribuzione ha code più pesanti e i valori estremi (5 e 10 in particolare) rendendola meno compatta attorno alla media e quindi meno concentrata attorno alla media.

Interpretazione dei risultati

- **Media** ($\bar{x} = 7,25$): il rendimento medio della classe è leggermente superiore a 7. Indica una preparazione complessivamente sufficiente, con qualche eccellenza (voto 10) che alza leggermente la media.
- **Varianza** ($s^2 = 2,78$): la dispersione quadratica media è contenuta, il che suggerisce che i voti non si discostano eccessivamente dal valore centrale. La distribuzione è abbastanza omogenea.
- **Deviazione standard** ($s \approx 1,67$ punti): in media, i voti si allontanano dalla media di circa **1,5 punti**. Considerando una scala da 0 a 10, si tratta di una dispersione moderata: la classe è piuttosto compatta attorno alla media.
- **Campo di variazione** ($R = 5$): tra il voto minimo (5) e quello massimo (10) c'è uno scarto di 5 punti, pari alla metà della scala. Questo indica la presenza di livelli di preparazione piuttosto diversi all'interno del gruppo, anche se la maggior parte degli studenti si concentra nella fascia centrale.