Esercitazione 7

Fisica Generale 1

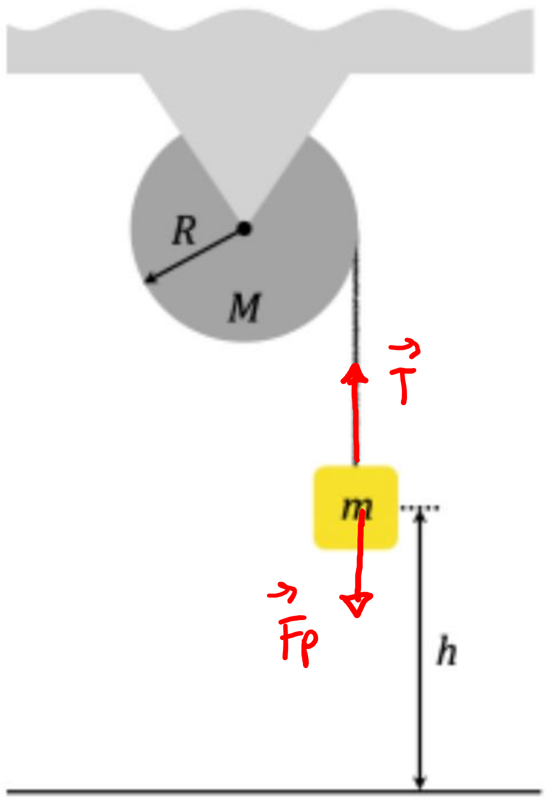
17/04/2026

Paola Perion

Esercizio 1 – Prova scritta del 13/01/2023

Una puleggia cilindrica di massa M e raggio R è azionata tramite un cavo di massa trascurabile. Si supponga di appendere al cavo un oggetto di massa m (vedi Figura). L'oggetto viene lasciato libero di cadere verso il suolo da una quota h.

1) Si disegnino in figura le forze agenti sull'oggetto di massa m

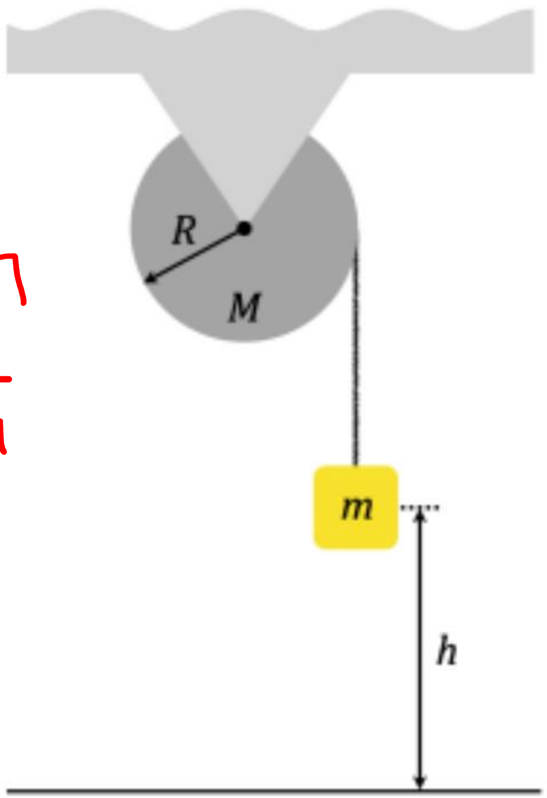


Esercizio 1 – Prova scritta del 13/01/2023

Una puleggia cilindrica di massa M e raggio R è azionata tramite un cavo di massa trascurabile. Si supponga di appendere al cavo un oggetto di massa m (vedi Figura). L'oggetto viene lasciato libero di cadere verso il suolo da una quota h.

2) Fissando $M = 4.7kg$, $m = 900g$ ed $h = 1.05m$, si calcoli la velocità (in modulo) dell'oggetto al momento dell'impatto con il suolo

Suggerimento: É possibile sfruttare la conservazione dell'energia meccanica



$$U_i + \cancel{K_i} = \cancel{U_f} + K_f$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} I \omega_f^2$$

$$\begin{cases} I = \frac{1}{2} M R^2 \\ \omega_f = \frac{v_f}{R} \end{cases}$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} M \cancel{R^2} \frac{v_f^2}{\cancel{R^2}} = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{4} M v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}M}} = 2.4 \frac{m}{s}$$

Esercizio 1 – Prova scritta del 13/01/2023

Una puleggia cilindrica di massa M e raggio R è azionata tramite un cavo di massa trascurabile. Si supponga di appendere al cavo un oggetto di massa m (vedi Figura). L'oggetto viene lasciato libero di cadere verso il suolo da una quota h.

3) Si determini l'espressione analitica dell'accelerazione angolare α della puleggia in funzione delle grandezze introdotte M, R ed m.

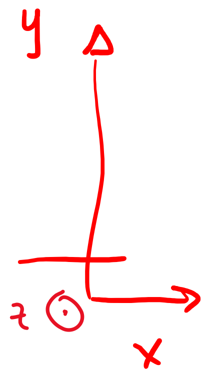
$\sum_i \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ eq. rotazionale

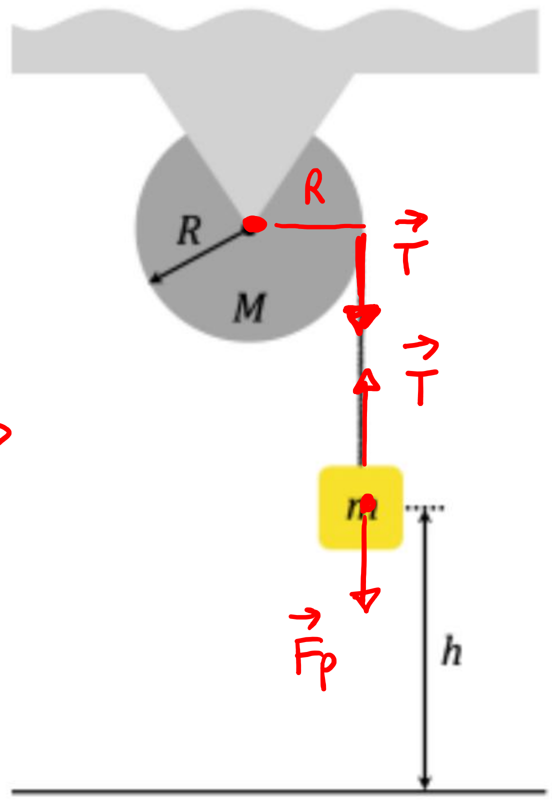
$\tau_T = \boxed{-RT = I\alpha} \longrightarrow -R(m\alpha R + mg) = \frac{1}{2}MR^2\alpha$

$\sum_i \vec{F} = m\vec{a}$ traslazionale

$-F_p + T = ma \Rightarrow T = ma + F_p = m\alpha R + mg$

$a = \alpha R$

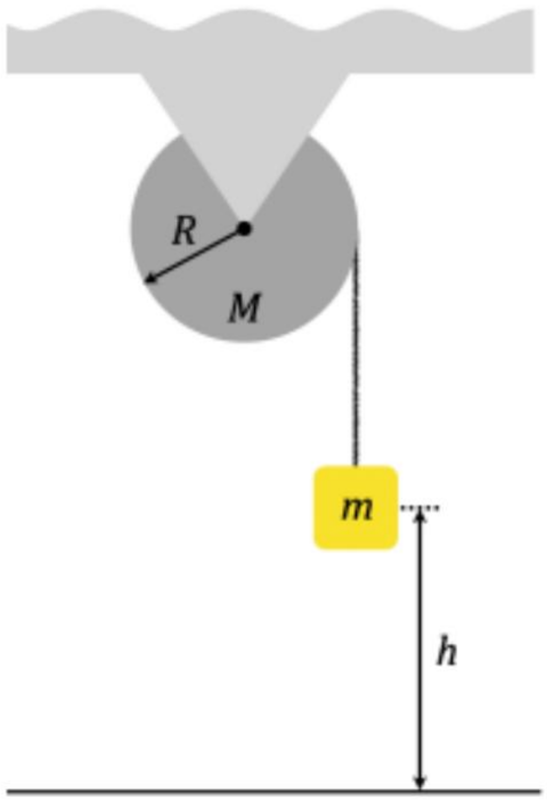




Esercizio 1 – Prova scritta del 13/01/2023

Una puleggia cilindrica di massa M e raggio R è azionata tramite un cavo di massa trascurabile. Si supponga di appendere al cavo un oggetto di massa m (vedi Figura). L'oggetto viene lasciato libero di cadere verso il suolo da una quota h.

3) Si determini l'espressione analitica dell'accelerazione angolare α della puleggia in funzione delle grandezze introdotte M, R ed m.



$$-R(m\alpha R + mg) = \frac{1}{2}MR^2\alpha$$

$$\alpha\left(R^2 m + \frac{1}{2}MR^2\right) = -mgR$$

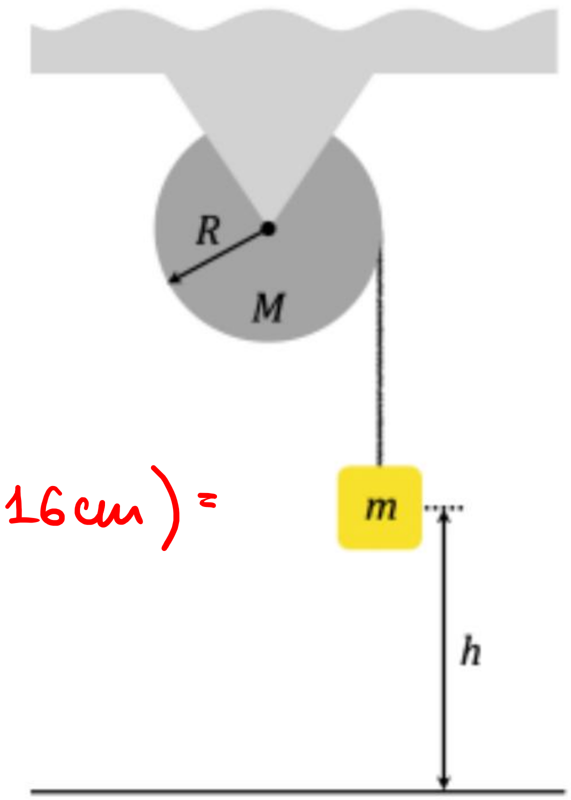
$$\alpha = \frac{-mg\cancel{R}}{m R^{\cancel{2}} + \frac{1}{2}M R^{\cancel{2}}} =$$

$$= \frac{-mg}{mR + \frac{1}{2}MR}$$

Esercizio 1 – Prova scritta del 13/01/2023

Una puleggia cilindrica di massa M e raggio R è azionata tramite un cavo di massa trascurabile. Si supponga di appendere al cavo un oggetto di massa m (vedi Figura). L'oggetto viene lasciato libero di cadere verso il suolo da una quota h.

4) Si calcolino i valori del modulo dell'accelerazione angolare α e della tensione del cavo T fissando il raggio della puleggia a $R = 16cm$



$$\alpha = \frac{-0.9\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0.16\,m}{0.9\,kg\,(0.16\,m)^2 + \frac{1}{2}\,4.7\,kg\,(0.16\,m)^2} = -17.0\,\frac{rad}{s^2}$$

$$T = m\alpha R + mg = m(g + \alpha R) = 0.9\,kg\left(9.8\,\frac{m}{s^2} - 17.0\,\frac{rad}{s^2}\,0.16\,cm\right) =$$

$$= 6.4\,N$$

Esercizio 2 – Prova scritta del 01/07/2025

Un treno di massa $M = 7.3 \cdot 10^5 kg$, in moto con velocità iniziale $v_0 = 82 km/h$, inizia a frenare al tempo $t_0 = 0.0 s$. Durante la frenata, l'espressione analitica della componente della accelerazione lungo la direzione di avanzamento del treno sulle rotaie è $a_x(t) = -\beta(t - t_0) = -\beta t$, dove $\beta = 1.2 m s^{-3}$ (decelerazione non costante). L'espressione per $a_x(t)$ in funzione del tempo t è valida dall'istante iniziale t_0 fino all'istante t in cui il treno si ferma, in seguito la velocità rimane nulla.

1) Calcolare l'energia dissipata nella frenata

$$E = W_{NC} = \Delta K = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2} M v_0^2 = -\frac{1}{2} 7.3 \cdot 10^5 kg \left(\frac{82}{3.6} \frac{m}{s} \right)^2 =$$

$$= -1.9 \cdot 10^8 J$$

Esercizio 2 – Prova scritta del 01/07/2025

Un treno di massa $M = 7.3 \cdot 10^5 kg$, in moto con velocità iniziale $v_0 = 82 km/h$, inizia a frenare al tempo $t_0 = 0.0 s$. Durante la frenata, l'espressione analitica della componente della accelerazione lungo la direzione di avanzamento del treno sulle rotaie è $a_x(t) = -\beta(t - t_0) = -\beta t$, dove $\beta = 1.2 ms^{-3}$ (decelerazione non costante). L'espressione per $a_x(t)$ in funzione del tempo t è valida dall'istante iniziale t_0 fino all'istante t in cui il treno si ferma, in seguito la velocità rimane nulla.

2) Ricavare l'espressione della legge oraria per velocità e posizione del treno e calcolare lo spazio percorso dal tempo t_0 all'arresto.

$$a_x(t) = \frac{d v_x(t)}{dt}$$

$$v_x(t) = v_0 + \int_0^t a_x(t)\,dt = v_0 - \int_0^t \beta t\,dt = v_0 - \beta \frac{t^2}{2}$$

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v_x(t)\,dt = x_0 + \int_0^t \left(v_0 - \beta\frac{t^2}{2}\right) dt =$$

$$= x_0 + v_0 t - \frac{\beta}{2}\frac{t^3}{3} = x_0 + v_0 t - \frac{\beta}{6} t^3$$

Esercizio 2 – Prova scritta del 01/07/2025

Un treno di massa $M = 7.3 \cdot 10^5 kg$, in moto con velocità iniziale $v_0 = 82 km/h$, inizia a frenare al tempo $t_0 = 0.0s$. Durante la frenata, l'espressione analitica della componente della accelerazione lungo la direzione di avanzamento del treno sulle rotaie è $a_x(t) = -\beta(t - t_0) = -\beta t$, dove $\beta = 1.2 ms^{-3}$ (decelerazione non costante). L'espressione per $a_x(t)$ in funzione del tempo t è valida dall'istante iniziale t_0 fino all'istante t in cui il treno si ferma, in seguito la velocità rimane nulla.

2) Ricavare l'espressione della legge oraria per velocità e posizione del treno e calcolare lo spazio percorso dal tempo t_0 all'arresto.

t arresto = t_1

$$\begin{cases} x(t_1) = x_0 + v_0 t_1 - \beta \frac{t_1^3}{6} = 0 + v_0 \sqrt{\frac{2v_0}{\beta}} - \frac{\beta}{6}\left(\frac{2v_0}{\beta}\right)^{3/2} = 22.8\frac{m}{s}\sqrt{\frac{2 \cdot 22.8\frac{m}{s}}{1.2\, ms^{-3}}} - \frac{1.2\, ms^{-3}}{6}\left(\quad \right)^{3/2} = 94m \\ v_x(t_1) = v_0 - \beta\frac{t_1^2}{2} = 0 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2v_0}{\beta}} \end{cases}$$

Esercizio 2 – Prova scritta del 01/07/2025

Un treno di massa $M = 7.3 \cdot 10^5 kg$, in moto con velocità iniziale $v_0 = 82 km/h$, inizia a frenare al tempo $t_0 = 0.0 s$. Durante la frenata, l'espressione analitica della componente della accelerazione lungo la direzione di avanzamento del treno sulle rotaie è $a_x(t) = -\beta(t - t_0) = -\beta t$, dove $\beta = 1.2 ms^{-3}$ (decelerazione non costante). L'espressione per $a_x(t)$ in funzione del tempo t è valida dall'istante iniziale t_0 fino all'istante t in cui il treno si ferma, in seguito la velocità rimane nulla.

3) Scrivere l'espressione analitica dell'andamento in funzione del tempo della potenza frenante istantanea.

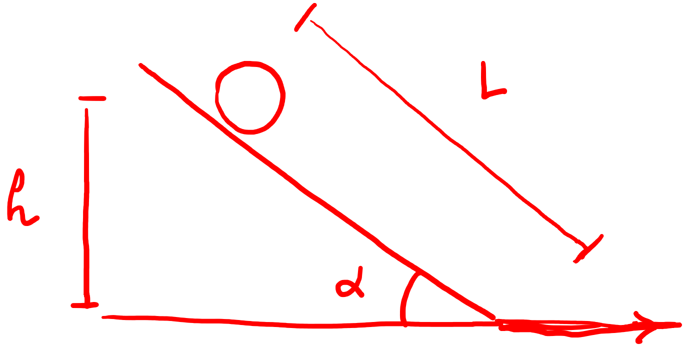
$$P(t) = F(t) \cdot v(t) = M a_x(t) \cdot v_x(t) =$$

$$= M(-\beta t)\left(v_0 - \beta \frac{t^2}{2}\right) = -M\beta t\left(v_0 - \beta \frac{t^2}{2}\right)$$

Esercizio 3 – Prova scritta del 01/07/2025

Partendo da ferma, una palla di raggio $R = 10cm$ e massa $m = 1.5kg$ rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$. Trattando la palla come una sfera cava ($I_{CM} = \frac{2}{3}MR^2$), determinare:

1) La velocità del centro di massa quando la sfera ha percorso un tratto di lunghezza $L = 2.0m$ (istante finale).



$$h = L \sin\alpha$$

$$U_i + \cancel{K_i} = \cancel{U_f} + K_f$$

$$mgL\sin\alpha = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} I \omega_f^2$$

$$\begin{cases} I = \frac{2}{3} m R^2 \\ \omega_f = \frac{v_f}{R} \end{cases}$$

$$mgL\sin\alpha = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2}}{3} m \cancel{R^2} \frac{v_f^2}{\cancel{R^2}}$$

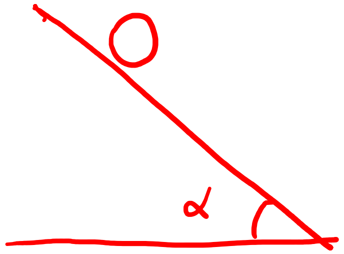
$$= \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{3} m v_f^2 = \frac{5}{6} m v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{6}{5} \frac{\cancel{m} g L \sin\alpha}{\cancel{m}}} = 3.4 \frac{m}{s}$$

Esercizio 3 – Prova scritta del 01/07/2025

Partendo da ferma, una palla di raggio $R = 10cm$ e massa $m = 1.5kg$ rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$. Trattando la palla come una sfera cava ($I_{CM} = \frac{2}{3}MR^2$), determinare:

2) Modulo, direzione e verso del momento angolare della palla rispetto al centro di massa nell'istante finale.



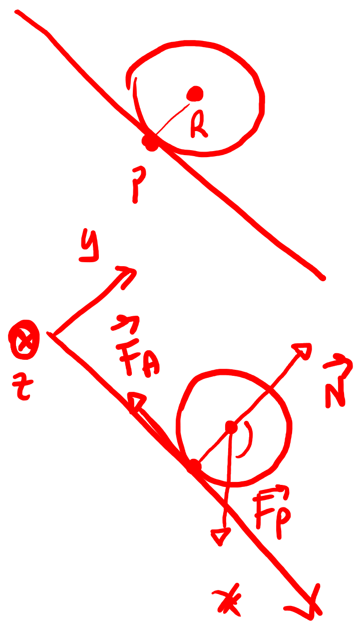
$$l = I_{cm}\,\omega_f = \frac{2}{3} m R^{\cancel{2}} \frac{v_f}{\cancel{R}} = \frac{2}{3} m R v_f = 0.34 \ kg\,m^2 s^{-1}$$

direzione ⊥ lavagna e entrante

Esercizio 3 – Prova scritta del 01/07/2025

Partendo da ferma, una palla di raggio $R = 10cm$ e massa $m = 1.5kg$ rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$. Trattando la palla come una sfera cava ($I_{CM} = \frac{2}{3}MR^2$), determinare:

3) Il momento di inerzia della palla rispetto al punto di contatto col suolo, scrivere l'espressione delle equazioni cardinali, calcolare modulo, direzione e verso della forza di attrito statico agente nel punto di contatto durante il moto.



$$I_P = I_{CM} + m(R)^2 = \frac{2}{3}mR^2 + mR^2 = \frac{5}{3}mR^2$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \longrightarrow \begin{cases} -F_A + F_P \sin\alpha = m a_x \\ -F_P \cos\alpha + N = 0 \end{cases}$$

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = I\vec{\alpha} \longrightarrow +R F_P \sin(180-\alpha) = \frac{5}{3}mR^2\alpha_z$$

Esercizio 3 – Prova scritta del 01/07/2025

Partendo da ferma, una palla di raggio $R = 10cm$ e massa $m = 1.5kg$ rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$. Trattando la palla come una sfera cava ($I_{CM} = \frac{2}{3}MR^2$), determinare:

3) Il momento di inerzia della palla rispetto al punto di contatto col suolo, scrivere l'espressione delle equazioni cardinali, calcolare modulo, direzione e verso della forza di attrito statico agente nel punto di contatto durante il moto.

$-F_A + F_p \sin\alpha = ma_x$

$-F_p \cos\alpha + N = 0 \longrightarrow$ non ci serve

$-RF_p \sin\alpha = \frac{5}{3}mR^2\alpha_t \qquad \left(\alpha = \frac{a}{R}\right)$

$$\begin{cases} F_A = mg\sin\alpha - ma \\ +Rmg\sin\alpha = \frac{5}{3}mR^{\cancel{2}}\frac{a}{\cancel{R}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ldots \\ a = +\frac{\cancel{R}\cancel{m}g\sin\alpha}{\cancel{mR}}\frac{3}{5} = +\frac{3}{5}g\sin\alpha \end{cases}$$

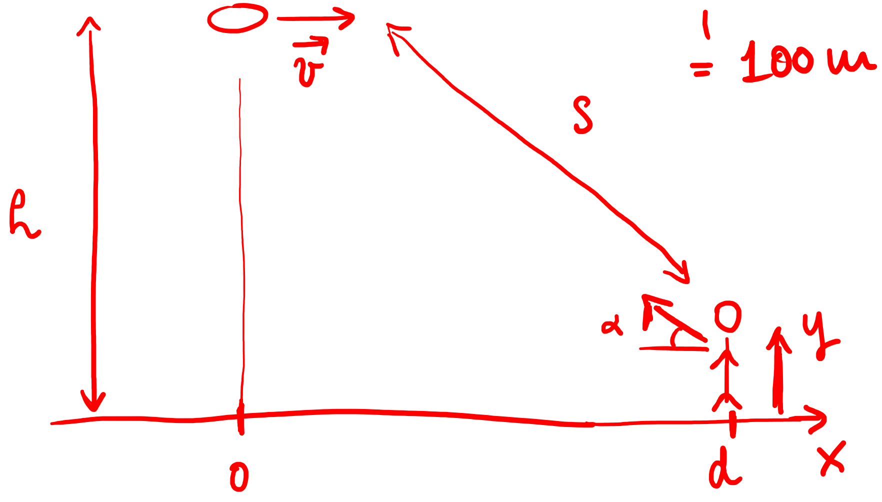
$$\begin{cases} F_A = mg\sin\alpha - m\left(\frac{3}{5}g\sin\alpha\right) = \frac{2}{5}mg\sin\alpha = \\ = 2.9N \end{cases}$$

Esercizio 4 – Prova scritta del 03/06/2025 (Molto simile)

Durante un'esercitazione, un operatore deve intercettare un carico sganciato da un aereo che si muove a velocità $v = 20.0m/s$ verso l'operatore, a un'altezza $h = 80.0m$ rispetto al suolo, sparando un proiettile da terra. L'aereo si trova a una distanza in linea d'aria $s = 128m$ dall'operatore quando il proiettile viene sparato con un angolo $\alpha = 45°$ rispetto all'orizzontale. Nel momento esatto in cui l'operatore spara il proiettile da terra, l'aereo sgancia il carico.

1) Calcolare il modulo della velocità con cui deve essere sparato il colpo affinché colpisca il carico.

$$d = \sqrt{s^2 - h^2} = 100\,m$$



CARICO

x:
$$\begin{cases} a_{cx} = 0 \\ v_{cx} = v \\ x_c = vt \end{cases}$$

y:
$$\begin{cases} a_{cy} = -g \\ v_{cy} = 0 - gt \\ y_c = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

PROIETTILE

x:
$$\begin{cases} a_{px} = 0 \\ v_{px} = -v_0 \cos\alpha \\ x_p = d - v_0 \cos\alpha\, t \end{cases}$$

y:
$$\begin{cases} a_{py} = -g \\ v_{py} = v_0 \sin\alpha - gt \\ y_p = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Esercizio 4 – Prova scritta del 03/06/2025 (Molto simile)

Durante un'esercitazione, un operatore deve intercettare un carico sganciato da un aereo che si muove a velocità $v = 20.0m/s$ verso l'operatore, a un'altezza $h = 80.0m$ rispetto al suolo, sparando un proiettile da terra. L'aereo si trova a una distanza in linea d'aria $s = 128m$ dall'operatore quando il proiettile viene sparato con un angolo $\alpha = 45°$ rispetto all'orizzontale. Nel momento esatto in cui l'operatore spara il proiettile da terra, l'aereo sgancia il carico.

1) Calcolare il modulo della velocità con cui deve essere sparato il colpo affinché colpisca il carico.

$$\begin{cases} d - v_0 \cos\alpha\, t = vt & (x_p = x_c) \\ v_0 \sin\alpha\, t - \cancel{\frac{1}{2}g t^2} = h - \cancel{\frac{1}{2}g t^2} & (y_p = y_c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t(v + v_0\cos\alpha) = d \Rightarrow t = \dfrac{d}{v + v_0\cos\alpha} \\ v_0 \sin\alpha \dfrac{d}{v + v_0 \cos\alpha} = h \Rightarrow v_0 \sin\alpha\, d = vh + h v_0 \cos\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 (d\sin\alpha - h\cos\alpha) = vh$$

$$v_0 = \frac{vh}{d\sin\alpha - h\cos\alpha} = \frac{20\frac{m}{s} \cdot 80m}{100m\sin 45 - 80m\cos 45} = 113\frac{m}{s}$$

Esercizio 4 – Prova scritta del 03/06/2025 (Molto simile)

Durante un'esercitazione, un operatore deve intercettare un carico sganciato da un aereo che si muove a velocità $v = 20.0m/s$ verso l'operatore, a un'altezza $h = 80.0m$ rispetto al suolo, sparando un proiettile da terra. L'aereo si trova a una distanza in linea d'aria $s = 128m$ dall'operatore quando il proiettile viene sparato con un angolo $\alpha = 45°$ rispetto all'orizzontale. Nel momento esatto in cui l'operatore spara il proiettile da terra, l'aereo sgancia il carico.

2) Calcolare quanto tempo ci mette il proiettile a colpire il carico.

$$t = \frac{d}{v + v_0 \cos\alpha} = 1s$$

Esercizio 4 – Prova scritta del 03/06/2025 (Molto simile)

Durante un'esercitazione, un operatore deve intercettare un carico sganciato da un aereo che si muove a velocità $v = 20.0 m/s$ verso l'operatore, a un'altezza $h = 80.0 m$ rispetto al suolo, sparando un proiettile da terra. L'aereo si trova a una distanza in linea d'aria $s = 128 m$ dall'operatore quando il proiettile viene sparato con un angolo $\alpha = 45°$ rispetto all'orizzontale. Nel momento esatto in cui l'operatore spara il proiettile da terra, l'aereo sgancia il carico.

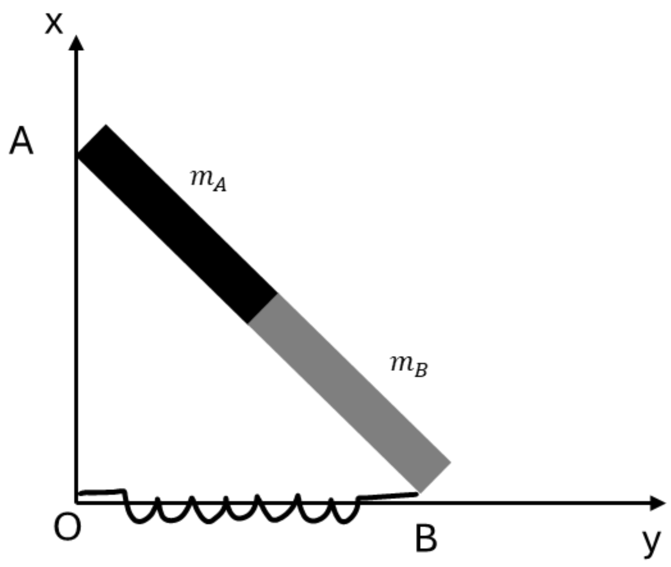
3) Calcolare il tempo t^* necessario a raggiungere la massima raggiungibile dal proiettile. Il proiettile arriva a questa quota?

$v_0 \sin\alpha - g t^* = v_{Py} = 0$ $\qquad$ $t^* = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g} = 8.15\ s$

Esercizio 5 – Prova scritta del 03/06/2025

Un'asta non omogenea di lunghezza L è composta di due tratti omogenei aventi massa $\mathrm{m_A} = 3kg$ e $\mathrm{m_B} = 4kg$ e lunghezza $L_A = L_B = L/2$. Gli estremi dell'asta sono poggiati su due superfici prive di attrito come in figura. L'asta è tenuta in equilibrio per mezzo della molla e forma un angolo $\theta = \pi/4$ con il piano orizzontale. Se la costante elastica della molla vale $\mathrm{k} = 15N/cm$ e il sistema si trova in equilibrio statico:

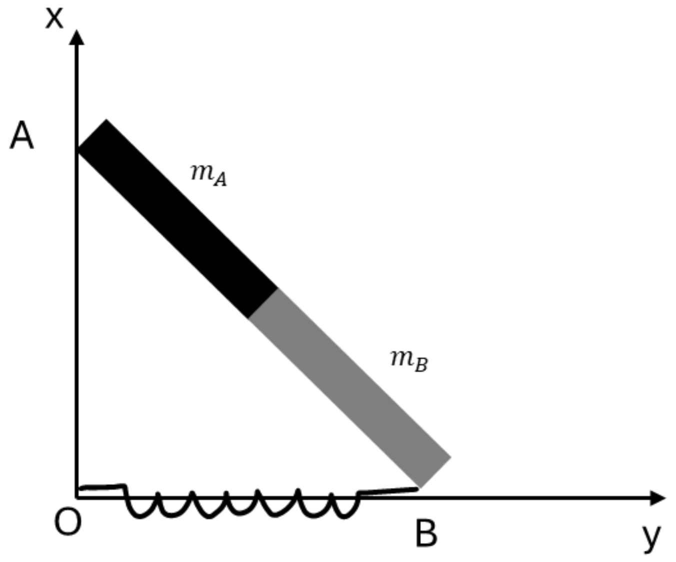
1) Disegnare il diagramma del corpo libero per il sistema (usare il disegno in figura).



Esercizio 5 – Prova scritta del 03/06/2025

Un’asta non omogenea di lunghezza L è composta di due tratti omogenei aventi massa $\mathrm{m_A} = 3kg$ e $\mathrm{m_B} = 4kg$ e lunghezza $L_A = L_B = L/2$. Gli estremi dell’asta sono poggiati su due superfici prive di attrito come in figura. L’asta è tenuta in equilibrio per mezzo della molla e forma un angolo $\theta = \pi/4$ con il piano orizzontale. Se la costante elastica della molla vale $\mathrm{k} = 15N/cm$ e il sistema si trova in equilibrio statico:

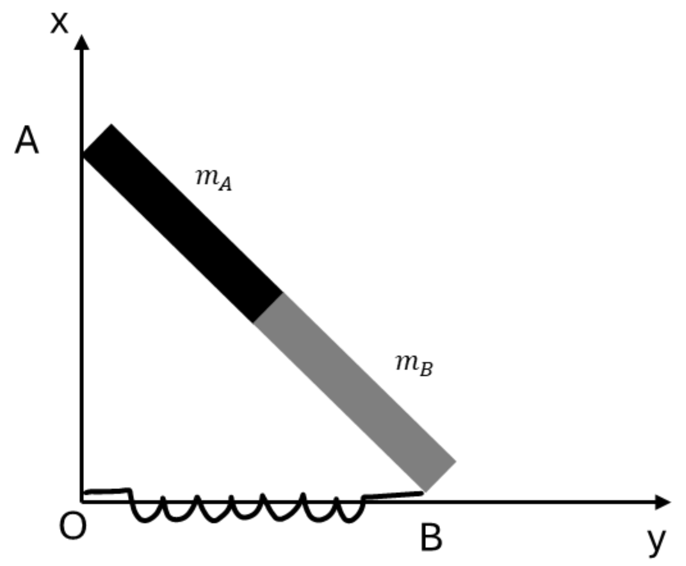
2) Calcolare le reazioni vincolari nei due punti di contatto A e B



Esercizio 5 – Prova scritta del 03/06/2025

Un'asta non omogenea di lunghezza L è composta di due tratti omogenei aventi massa $\mathrm{m_A} = 3kg$ e $\mathrm{m_B} = 4kg$ e lunghezza $L_A = L_B = L/2$. Gli estremi dell'asta sono poggiati su due superfici prive di attrito come in figura. L'asta è tenuta in equilibrio per mezzo della molla e forma un angolo $\theta = \pi/4$ con il piano orizzontale. Se la costante elastica della molla vale $\mathrm{k} = 15N/cm$ e il sistema si trova in equilibrio statico:

2) Calcolare le reazioni vincolari nei due punti di contatto A e B



Esercizio 5 – Prova scritta del 03/06/2025

Un’asta non omogenea di lunghezza L è composta di due tratti omogenei aventi massa $\mathrm{m_A} = 3kg$ e $\mathrm{m_B} = 4kg$ e lunghezza $L_A = L_B = L/2$. Gli estremi dell’asta sono poggiati su due superfici prive di attrito come in figura. L’asta è tenuta in equilibrio per mezzo della molla e forma un angolo $\theta = \pi/4$ con il piano orizzontale. Se la costante elastica della molla vale $\mathrm{k} = 15N/cm$ e il sistema si trova in equilibrio statico:

3) Calcolare l’allungamento della molla