Geometria 3 - Curve e superfici 2024/2025
Prova scritta

Prof. Valentina Beorchia

2 maggio 2026

1. **(14 punti)** Si consideri la curva (detta *Lumaca di Pascal*)

$$\beta : (0, 2\pi) \to \mathbb{R}^3, \quad \beta(t) = ((\cos t)^2 + \cos t, \cos t \sin t + \sin t, (\cos t + 1)\sin t).$$

   Si dica, motivando la risposta, see $\beta(t)$ è una curva regolare priva di flessi e calcolarne curvatura e torsione.

   Si dica se si tratta di una curva piana, e in caso affermativo si determini un'equazione cartesiana del piano che la contiene.

2. **(14 punti)** Si consideri la superficie parametrizzata $S = \varphi(\mathbb{R}^2)$ dove

$$\varphi : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3, \quad \varphi(u, v) = (u - v^2, u + v^3, 2u + 3v).$$

   Si dimostri che

   (a) S è una superficie regolare e che φ è una parametrizzazione locale;

   (b) S è una superficie rigata e si dica, motivando la risposta, se è sviluppabile;

   (c) si calcoli la curvatura gaussiana di S in un generico punto e si classifichino i suoi punti.

3. **(4 punti)** Si dimostri che una superficie di rotazione regolare può essere dotata di una parametrizzazione ortogonale in ogni punto.