

# Geometria 3 - Curve e superfici 2024/2025

## Prova scritta

### 24 luglio 2025

Prof. Valentina Beorchia

- (10 punti)** Sia  $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  la curva data da  $\alpha(t) = (t^2, -2t, \sin t)$ .
  - Si calcoli la curvatura, la torsione ed il piano osculatore ad  $\alpha$  nel punto  $\alpha(0)$ .
  - Si dia una rappresentazione parametrica di  $S$ , la sviluppabile delle tangenti di  $\alpha$ .
- (4 punti)** Si dimostri che ogni curva regolare si può parametrizzare per lunghezza d'arco.
- (14 punti)** Sia  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  con  $\varphi(u, v) = (u, v^3, u - v)$ .
  - Si dimostri che  $S = \varphi(\mathbb{R}^2)$  è una superficie regolare.
  - Si dimostri che è orientabile e si calcoli un campo di versori normali a  $S$ .
  - Si verifichi che  $S$  è una superficie rigata e si dica se è sviluppabile.
- (4 punti)** Si consideri in  $\mathbb{R}^3$  una superficie regolare parametrizzata da  $\varphi(u, v)$ . Si supponga che i coefficienti della prima forma fondamentale  $E$  ed  $F$  siano costanti. Si dimostri che le curve parametrizzate da  $u \rightarrow \varphi(u, v_0)$  con  $v_0$  fissato sono geodetiche.