

Proiezioni cartografiche



Prof. Ing. Raffaella Cefalo

Dipartimento di Ingegneria e Architettura
Università di Trieste

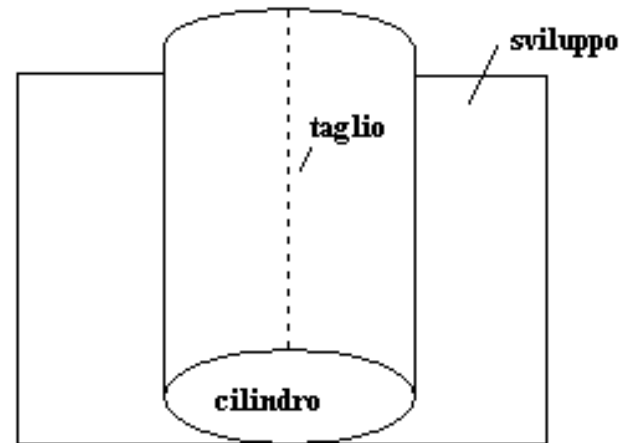


SUPERFICI DI PROIEZIONE

- Per la costruzione delle Proiezioni Cartografiche si usano di solito tre superfici fisiche:
 - - il *piano* (proiezioni azimutali)
 - - il *cilindro* (proiezioni cilindriche)
 - - il *cono* (proiezioni coniche).

Superfici sviluppabili

- Le ultime due sono **superfici sviluppabili** (possono essere sviluppate operando un taglio sulla superficie e srotolandole senza per questo deformare la superficie o gli aspetti su di essa disegnati).

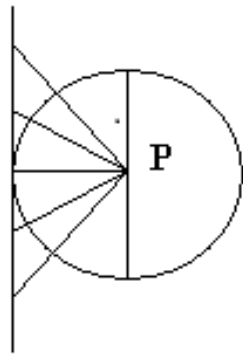




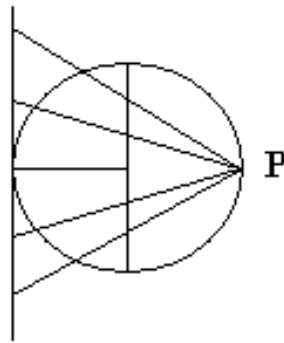
Classificazione

- Le Proiezioni Cartografiche possono essere classificate anche in base alla posizione della **sorgente luminosa**. Quelle più usate comunemente sono:
 - la posizione gnomonica al centro del globo
 - la posizione stereografica agli antipodi (il punto opposto a quello di tangenza della superficie di proiezione)
 - La posizione scenografica (posizione esterna al globo)
 - la posizione ortografica all'infinito.

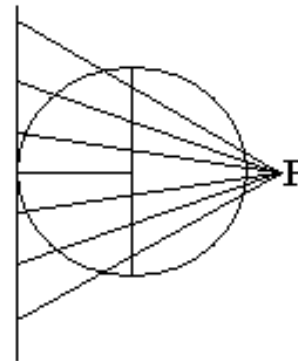
■ Proiezioni azimutali



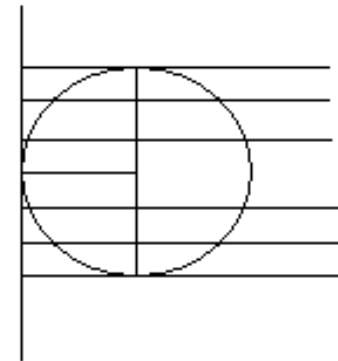
p. centrografica



p. stereografica



p. scenografica



p. ortografica



Orientamento della superficie di proiezione

- Si definisce poi l'**orientamento** della superficie di proiezione.
- I piani tangenti toccano il globo in un solo punto.
- Cilindri e cono avvolti attorno al globo sono tangenti lungo una linea: l'orientamento della superficie di proiezione e la sua tangenza al globo possono essere cambiati come si desidera



Orientamento

- in questo modo cambierà ovviamente anche la posizione del punto o della linea di tangenza fra la superficie ed il globo; le proiezioni risultanti avranno reticolati di aspetto diverso pur mantenendo di solito le stesse caratteristiche generali.



Orientamento

- Certe posizioni di tangenza sono “**normali**” per i diversi tipi di proiezione.
- Nelle *proiezioni azimutali* la posizione normale del piano è quella tangente ai poli, che quindi diventano il centro della proiezione.
- Nelle *proiezioni coniche* la posizione normale del cono è quella con l’apice del cono stesso allineato con l’asse di rotazione terrestre: il risultato è che il polo è al centro della proiezione ed il cono è tangente lungo un parallelo.



Orientamento

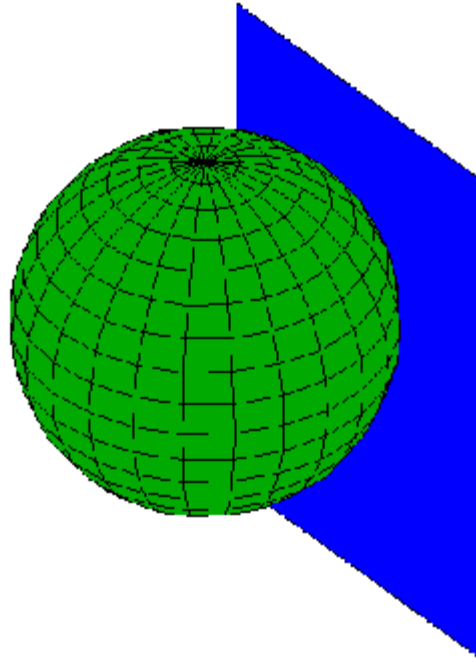
- Nelle *proiezioni cilindriche*, la posizione normale del cilindro è quella tangente all'Equatore, ossia con l'asse del cilindro parallelo all'asse di rotazione terrestre.
- Il punto (o la linea) di tangenza della superficie di proiezione può essere spostato in modo che questa sia ad angolo retto rispetto alla normale: questo è quello a cui ci si riferisce, nelle proiezioni azimutali, quando si parla di proiezione equatoriale.



Orientamento

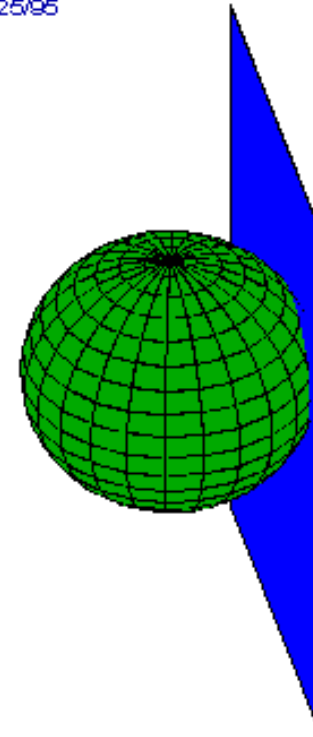
- L'orientamento ortogonale nelle proiezioni cilindriche è chiamato **proiezione trasversa** (l'asse del cilindro è ortogonale all'asse di rotazione terrestre).
- E' raro trovarlo applicato alle proiezioni coniche.
- Quando la tangenza non è in posizione normale, o perpendicolare ad essa, la **proiezione** si definisce **obliqua**, ed è per lo più utilizzata in proiezioni azimutali e cilindriche.

Peter H. Dana 9/20/94



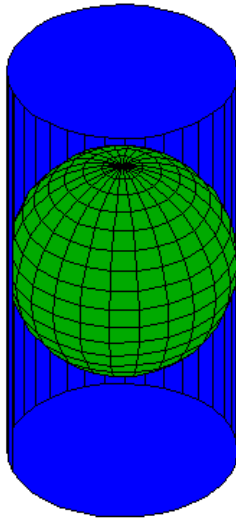
Planar Projection Surface

Peter H. Dana 4/25/95



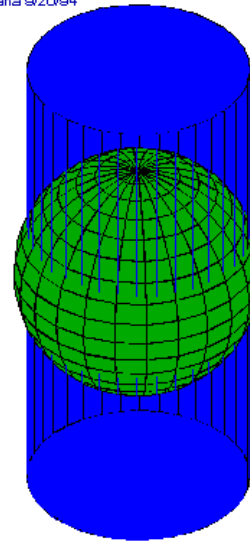
Secant Planar Projection

Peter H. Dana 9/20/94



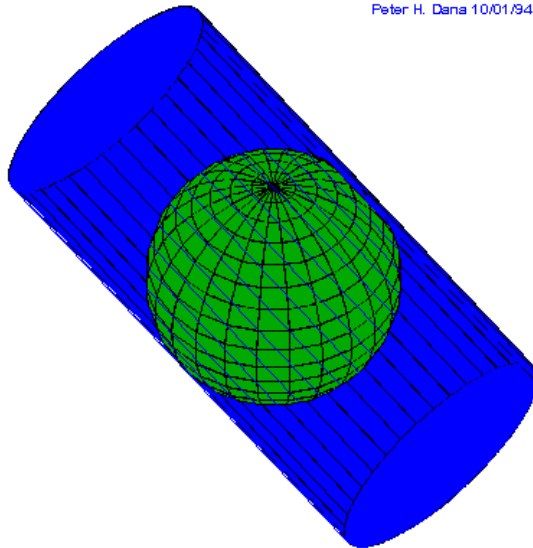
Cylindrical Projection Surface

Peter H. Dana 9/20/94



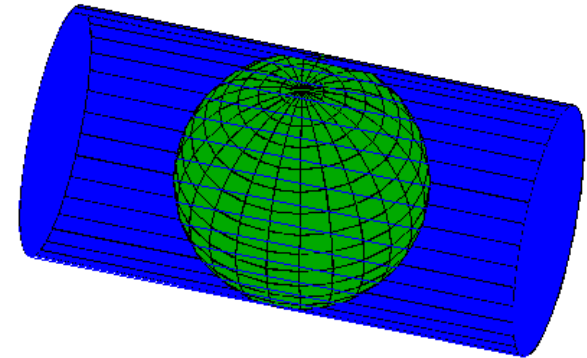
Secant Cylindrical Projection

Peter H. Dana 10/01/94



**Oblique Cylindrical
Projection Surface**

Peter H. Dana 10/01/94



**Transverse Cylindrical
Projection Surface**



Rappresentazioni policentriche

- Per rappresentare vaste zone della superficie terrestre si adottano le *rappresentazioni policentriche*, si suddivide cioè la zona da rappresentare in porzioni, per ognuna delle quali si sceglie un conveniente punto ed una conveniente superficie di proiezione.



Linea standard di proiezione

- Dove la superficie di proiezione tocca il globo preso come modello, la linea di tangenza rappresenta la **linea standard di proiezione**.
- A seconda della superficie di proiezione utilizzata il contatto avviene in un solo punto o lungo una linea che prende il nome di *linea standard* di proiezione.



Scala nominale

- Per ciascuna carta viene stabilita una scala nominale, che è la scala della linea di tangenza.
- La **scala nominale** di una **carta numerica** è la scala che avrebbe una corrispondente carta tradizionale caratterizzata dal medesimo contenuto qualitativo e quantitativo.



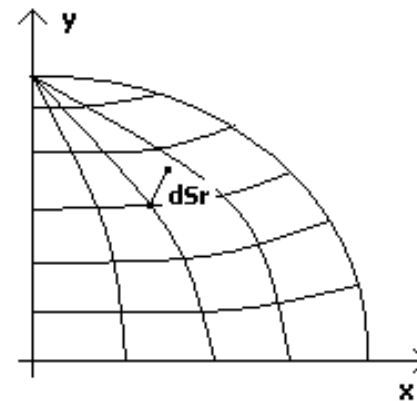
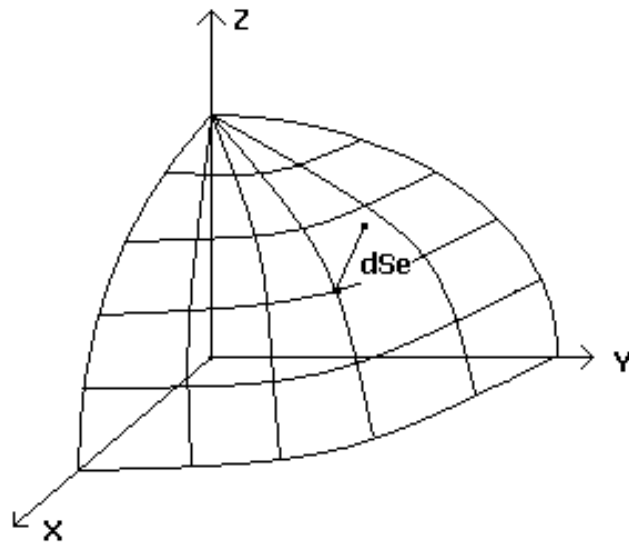
Moduli di deformazione

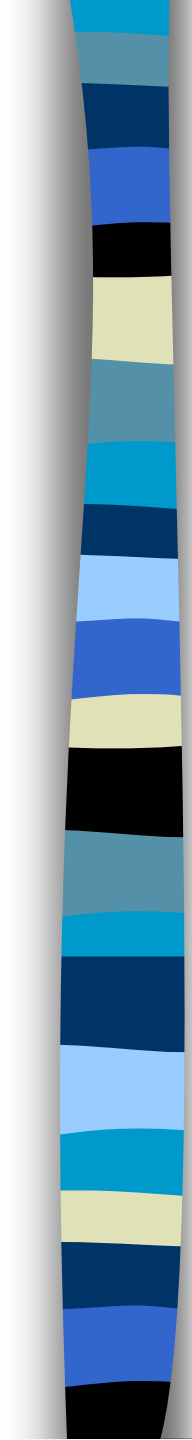
- Per definire la deformazione in un punto della rappresentazione si possono prendere in considerazione due moduli: il *modulo di deformazione lineare* ed il *modulo di deformazione areale*; per quanto riguarda gli angoli si può considerare la deformazione di un determinato angolo in quanto questa, se è presente, dipenderà dall'ampiezza dell'angolo stesso (*deformazione angolare*).

Modulo di deformazione lineare per elementi infinitesimi

- Indicando con dS_e un archetto infinitesimo sull'ellissoide e con dS_r il corrispondente sulla rappresentazione, il rapporto:

$$m = \frac{dS_r}{dS_e}$$



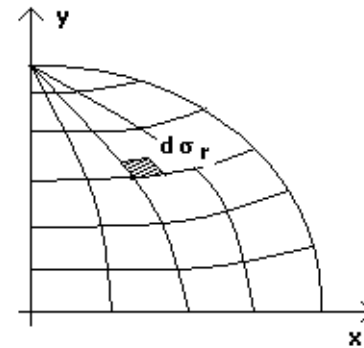
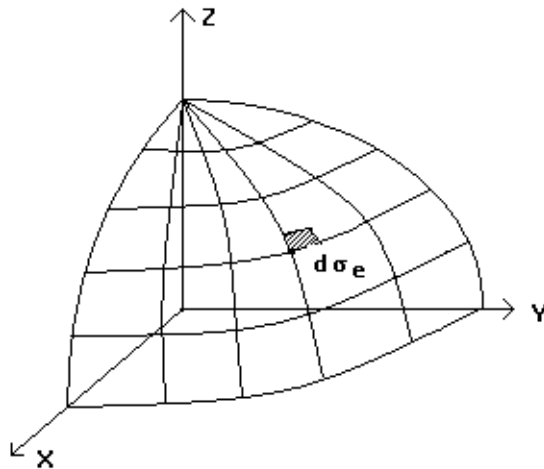
- 
- definisce il **modulo di deformazione lineare per elementi infinitesimi**; questo rapporto varia sempre da punto a punto della rappresentazione, perché nel caso contrario si avrebbe una rappresentazione senza deformazioni.

$$m_A = \frac{d\sigma_r}{d\sigma_e}$$

Modulo di deformazione areale

- Analogamente indicando con $d\sigma_e$ l'area racchiusa da un quadrilatero infinitesimo sull'ellissoide e con $d\sigma_r$ quella racchiusa dal corrispondente quadrilatero sulla rappresentazione, si definisce **modulo di deformazione areale** il rapporto:

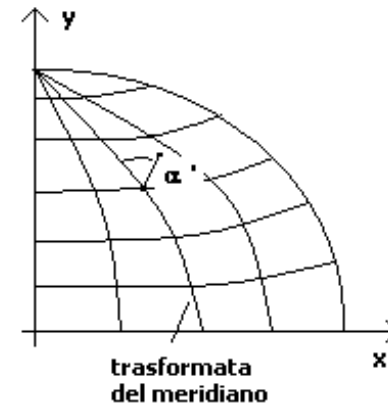
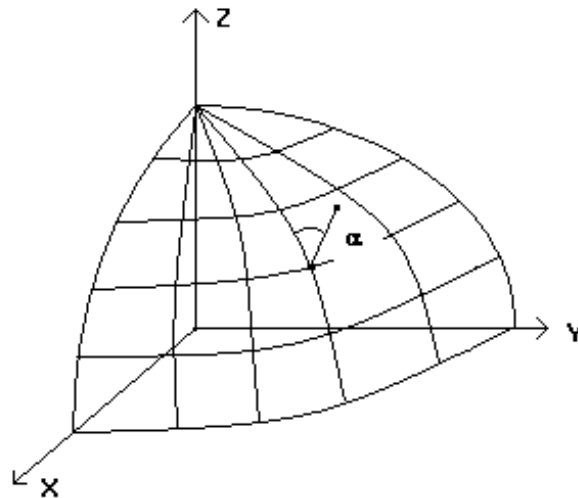
$$m_A = \frac{d\sigma_r}{d\sigma_e}$$

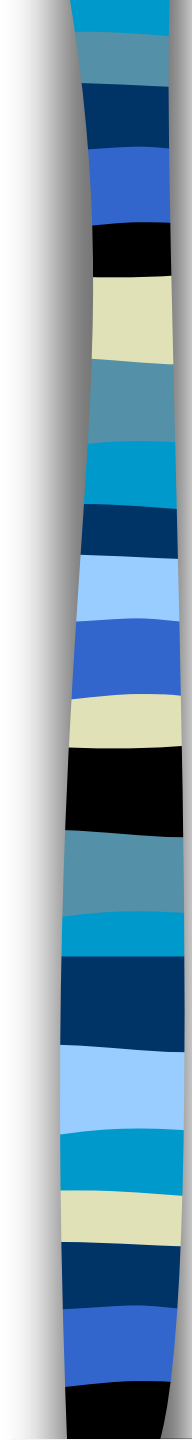


Deformazione angolare

- Si consideri infine un meridiano sull'ellissoide e la linea (trasformata del meridiano) che gli corrisponde nella rappresentazione; un elemento di linea sull'ellissoide forma un angolo α (azimut) con il meridiano, l'elemento corrispondente nella rappresentazione forma un angolo α' con la linea trasformata del meridiano; la **deformazione angolare** si può definire come la differenza:

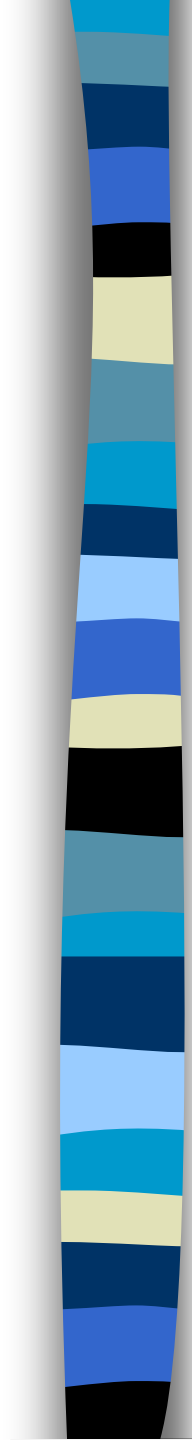
$$\delta = \alpha' - \alpha$$

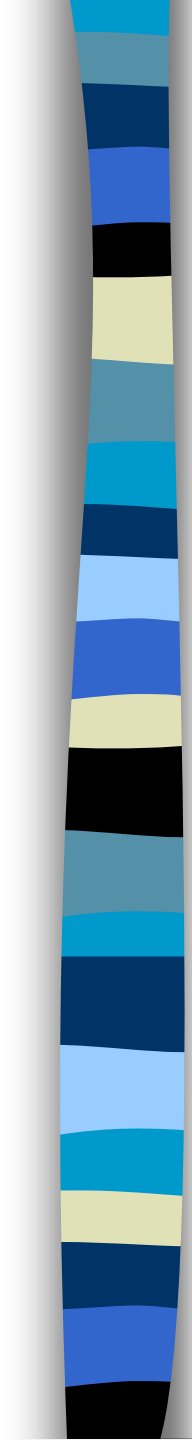


- 
- differenza degli angoli fra le due direzioni;
 - la deformazione di un angolo risulta poi dalla differenza delle deformazioni che competono alle due direzioni che lo formano.

PROIEZIONI CILINDRICHE

- Quando il cilindro è tangente all'Equatore, lungo quest'ultimo il modulo di deformazione è pari ad 1; il reticolato è rettangolare, con meridiani e paralleli rappresentati da linee rette.
- Sul globo i meridiani convergono ai poli, nelle proiezioni cilindriche normalmente orientate, le linee non convergono e la spaziatura fra i meridiani si basa su una regolare ripartizione dell'Equatore.

- 
- Ciò significa che una distanza costante sulla carta, misurata lungo i paralleli, rappresenta distanze reali sulla Terra sempre più piccole man mano che ci si allontana dall'Equatore. Il risultato è che la deformazione aumenta verso i Poli.
 - L'intervallo fra i paralleli varia per ogni proiezione, a seconda della posizione della sorgente luminosa o a seconda del modello arbitrario scelto per la proiezione.

- 
- Per una qualsiasi proiezione il modulo di deformazione lineare per elementi infinitesimi è dato da:

$$m^2 = f^2 \cos^2 \alpha + g^2 \sin^2 \alpha + 2fg \sin \alpha \cos \alpha$$

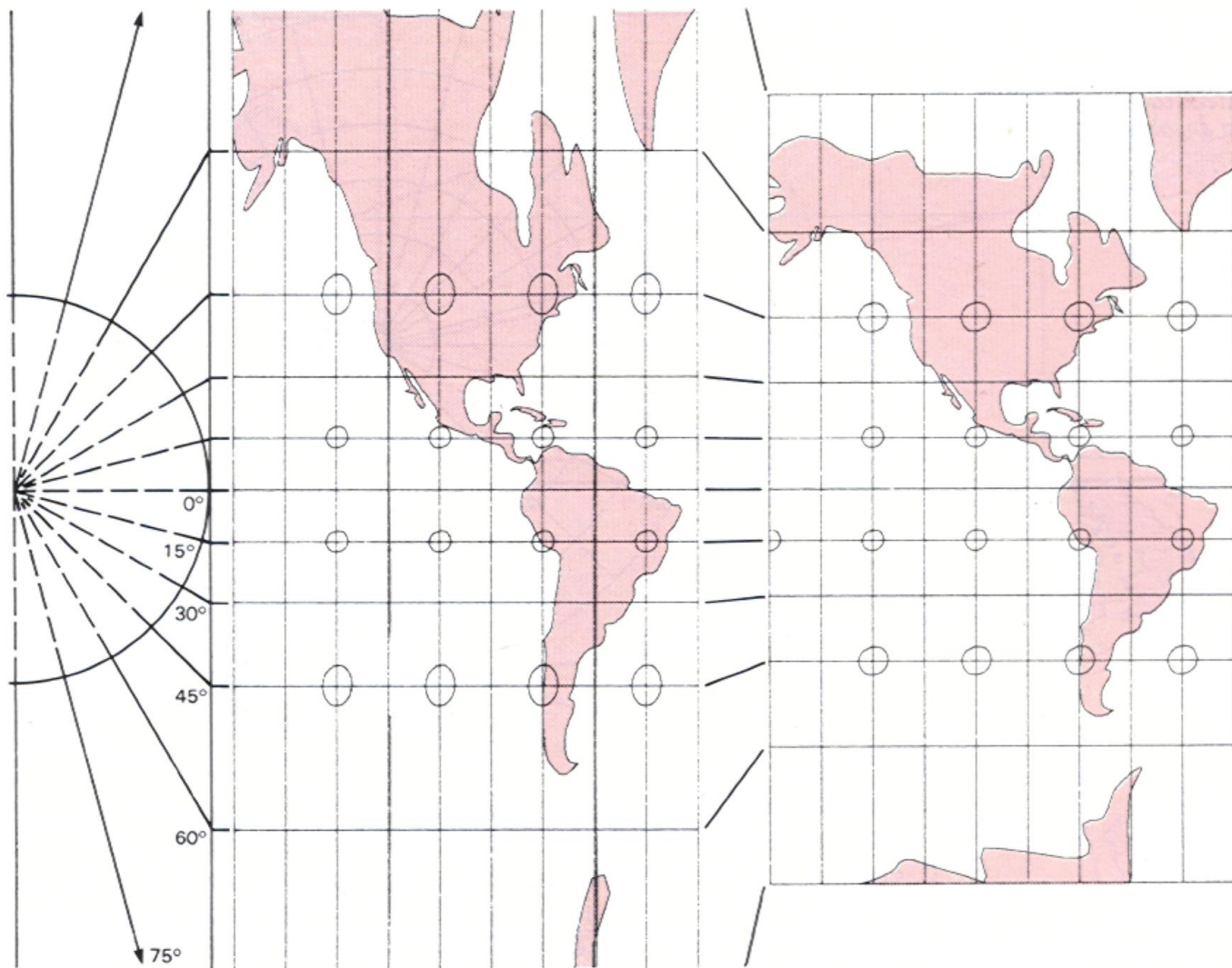
Proiezione cilindrica centrale (prospettica)

- In questa proiezione la sorgente luminosa sta al centro del globo; questo comporta un rapido aumento della spaziatura fra i paralleli verso i Poli che da luogo a forti deformazioni man mano che ci si allontana dall'Equatore verso nord o verso sud.
- Questo aumento nella scala Nord-Sud è accompagnato dall'aumento nella scala Est-Ovest, che è la caratteristica comune delle proiezioni cilindriche. La deformazione delle aree verso i Poli che ne deriva è fortissima.



Proiezione di Mercatore

- Questa proiezione non si ottiene geometricamente ma può essere confrontata con la proiezione geometrica cilindrica centrale.
- In questa proiezione la spaziatura fra paralleli non aumenta così rapidamente come nella proiezione cilindrica centrale ed anche la scala Nord-Sud non varia così rapidamente.



*Confronto fra la proiezione cilindrica centrale
e la proiezione di Mercatore*



Proiezione di Mercatore

- La proiezione di Mercatore è costruita in modo che la scala Nord-Sud aumenti come la scala Est-Ovest: il modulo di deformazione sulla proiezione di Mercatore è uguale in tutte le direzioni in ogni punto della carta (ma esso vale 1 soltanto lungo l'Equatore): la rappresentazione è **conforme**.

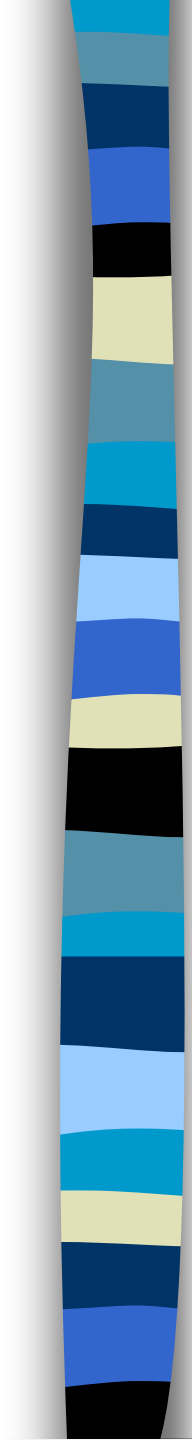


Proiezione di Mercatore

- Nella Proiezione di Mercatore inoltre meridiani e paralleli si intersecano tutti ad angolo retto. La rappresentazione è isogona.
- Nella rappresentazione di Mercatore una linea retta che interseca tutti i meridiani con angolo costante rappresenta una linea di direzione costante: *linea lossodromica*. Tale linea non rappresenta però la distanza più breve fra due punti (*linea ortodromica*).



Confronto fra un arco di cerchio massimo (ortodromica) e un arco di direzione costante (lossodromica) come vengono tracciati sulle proiezioni di Mercatore e Gnomonica

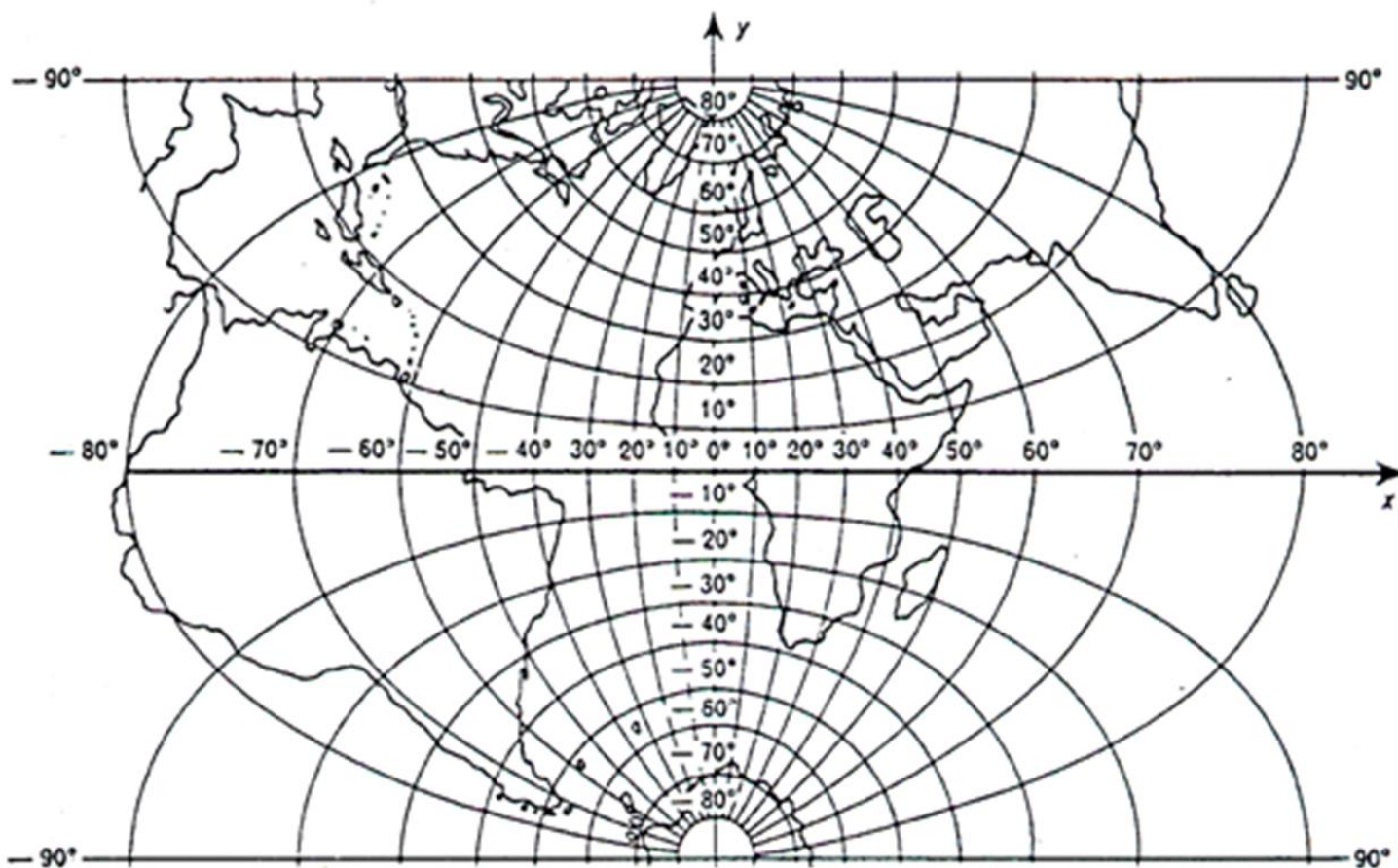
- 
- Per poter utilizzare la rappresentazione per scopi di navigazione si disegna la rotta unendo il punto di partenza ed il punto di arrivo con una linea retta su una rappresentazione gnomonica.
 - In questa rappresentazione, infatti, le linee ortodromiche sono rette. Si riportano poi i punti di intersezione di tale retta con le trasformate dei meridiani sulla rappresentazione di Mercatore. Unendo a due a due con una spezzata tali punti si ottiene la rotta da seguire.

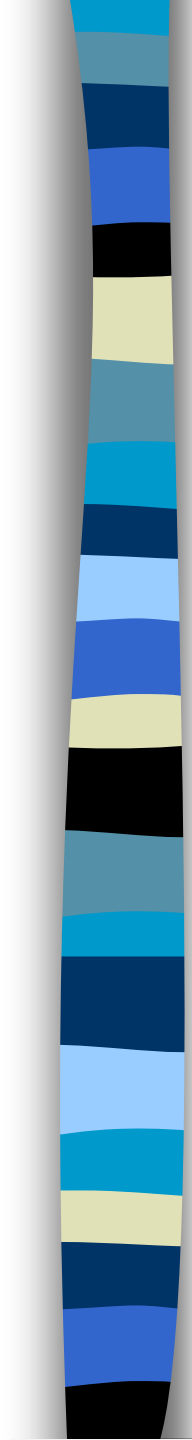
Proiezione Trasversa di Mercatore

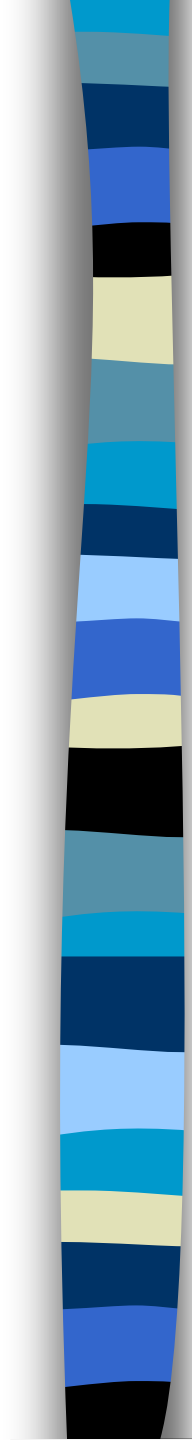
- La Proiezione Trasversa di Mercatore è una Mercatore in cui il cilindro di proiezione è tangente lungo un meridiano (*meridiano centrale*), invece che tangente all'Equatore. Lungo questa linea il modulo di deformazione lineare è unitario.



- Gli altri meridiani intersecano l'Equatore a intervalli crescenti.
- Le **trasformate di meridiani e paralleli sono linee curve** (tranne l'Equatore ed il meridiano centrale che si trasformano in linee rette).

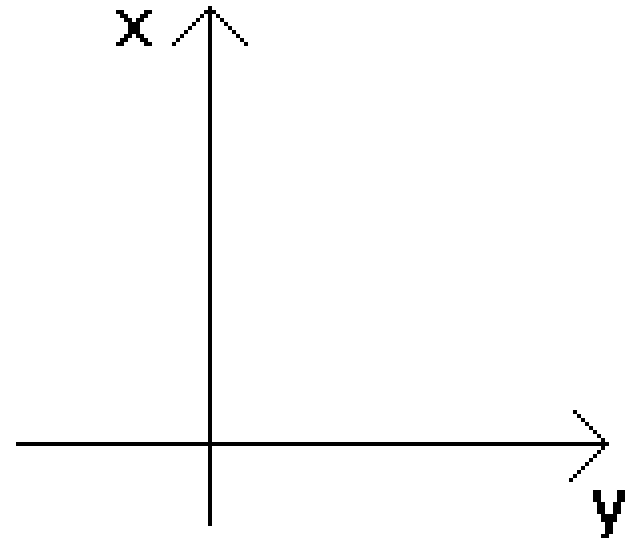


- 
- Anche la Proiezione Traversa di Mercatore è conforme ma non può essere usata per la navigazione perché le linee di rotta costante (lossodromiche) sono curve.
 - Una delle sue più importanti applicazioni consiste nel fatto che questa proiezione costituisce la base per la costruzione del reticolato U.T.M. (Universal Transverse Mercator).

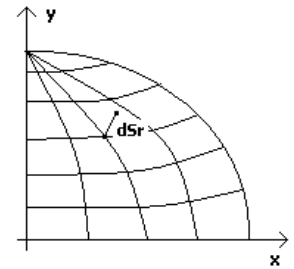
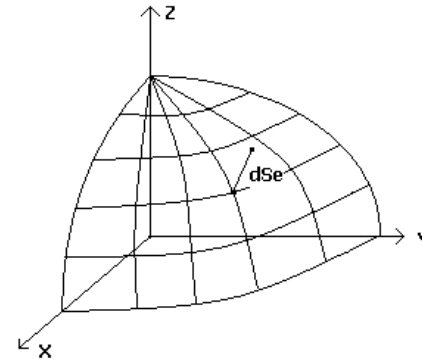
- 
- Questa applicazione fa uso solo di una ristretta fascia della proiezione attorno al meridiano centrale, all'interno della quale l'entità della deformazione è piuttosto piccola.

Rappresentazione di Gauss

- Si assume come asse x della rappresentazione la trasformata di un meridiano, detto **meridiano centrale**, positivo verso le latitudini crescenti;
- l'asse y , ortogonale all'asse x , trasformata dell'Equatore, è positivo verso le longitudini crescenti.



- La rappresentazione è conforme, ovvero il modulo di deformazione lineare per elementi infinitesimi pur variando da punto a punto della rappresentazione, non varia al variare della direzione uscente dal punto.

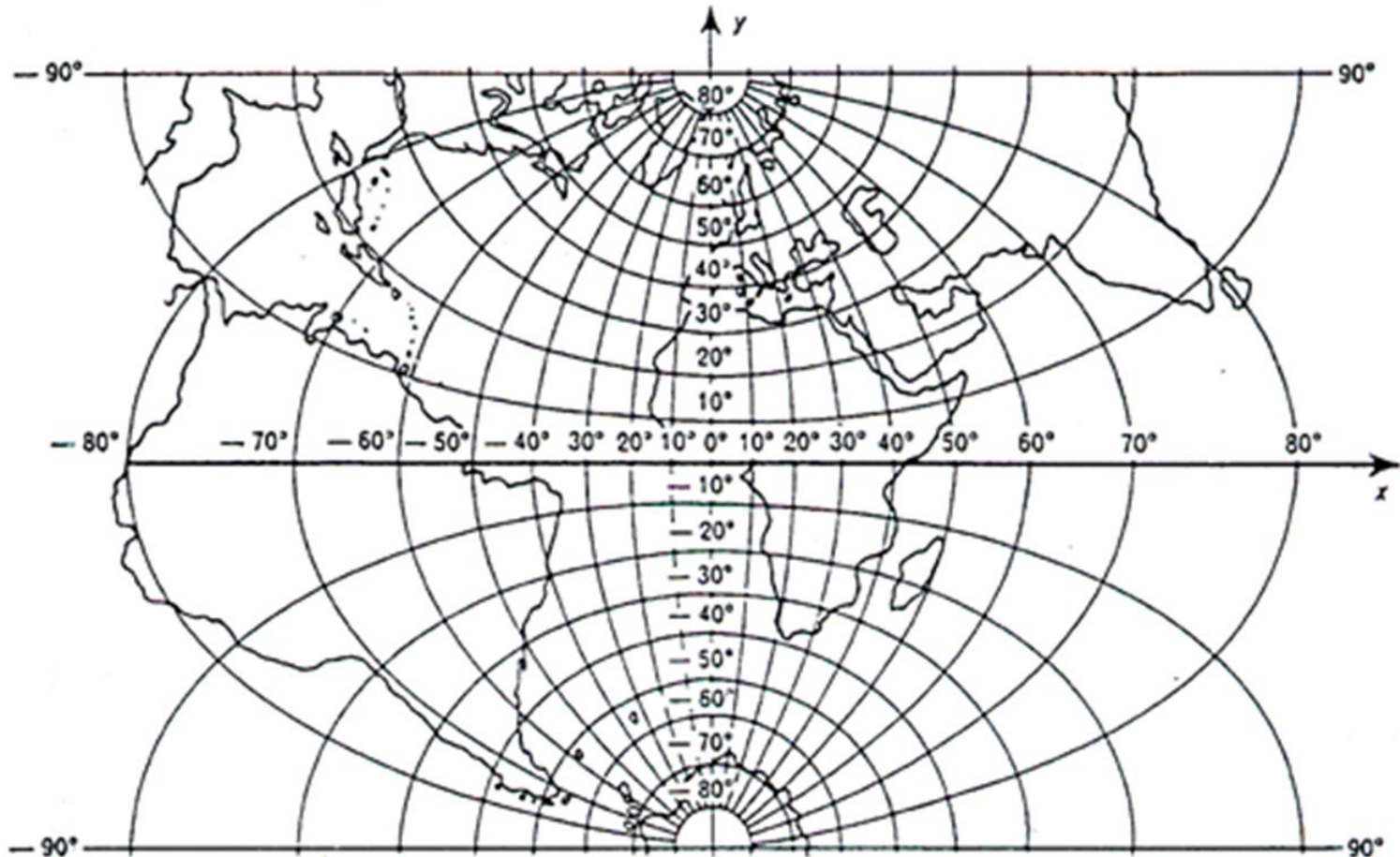


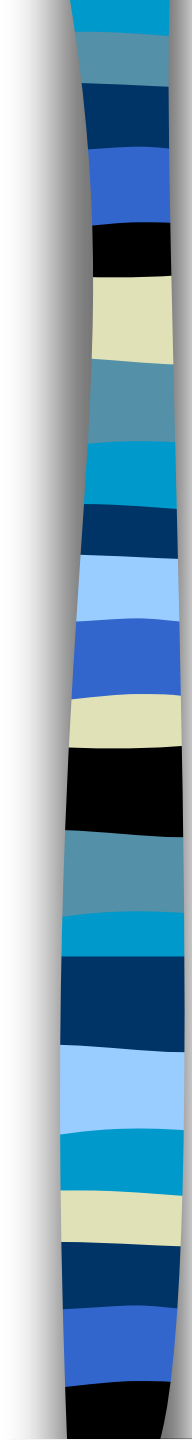
$$m = \frac{dS_r}{dS_e}$$

- La rappresentazione avviene attorno ad un **fuso** stretto centrato sul meridiano centrale (sul quale si devono conservare le distanze) in modo che le equazioni della carta possano svilupparsi in serie della longitudine.



- Deve essere mantenuta la simmetria attorno alla trasformata del meridiano centrale (passando da λ alla $-\lambda$ la x rimane invariata – funzione pari-, mentre la y cambia di segno – funzione dispari).



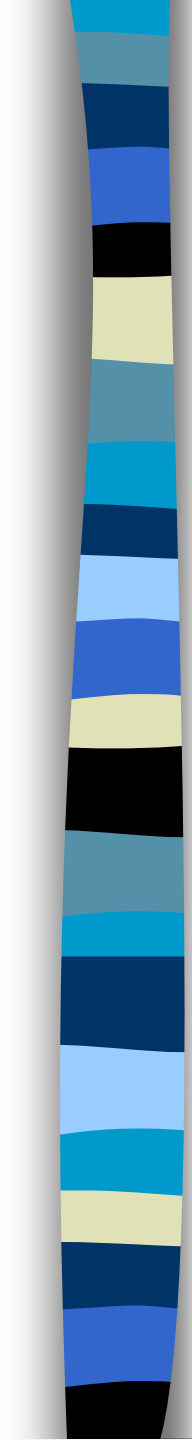
- 
- Queste condizioni consentono di calcolare i coefficienti dello sviluppo in serie, arrivando alla formulazione delle *Equazioni della carta* o *Equazioni di Gauss-Boaga*
 - Tali *Equazioni* estese fino ai termini di 6° grado in λ , consentono di calcolare le coordinate Gaussiane dei punti di cui siano note le geografiche, con una precisione dell'ordine del centimetro, per un fuso di estensione in longitudine pari a 6°:

Equazioni di Gauss-Boaga

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \int_0^{\varphi} \rho d\varphi + \frac{N}{2} \sin \varphi \cos \varphi \lambda^2 + \frac{N \sin \varphi \cos^3 \varphi}{24} (5 - t^2 + 9 \eta^2 + 4\eta^4) \lambda^4 + \\ &+ \frac{N \sin \varphi \cos^5 \varphi}{720} (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2) \lambda^6 \\ y &= \lambda N \cos \varphi + \frac{N}{6} \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2) \lambda^3 + \frac{N \cos^5 \varphi}{120} (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2) \lambda^5 \end{aligned} \right.$$

$$t = \operatorname{tg} \varphi \quad \eta = \frac{e^2}{\sqrt{1-e^2}} \cos \varphi$$

Con λ e φ espressi in radianti.

- 
- Va infine tenuto conto delle False Origini (per l'emisfero Boreale):

per la rappresentazione **UTM** (*):

$$N = x^* \text{ (km)}$$

$$E = (y^* + 500) \text{ (km)}$$

(*) a partire da coordinate ellissoidiche su ED50 (ellissoide internazionale orientamento medio europeo)

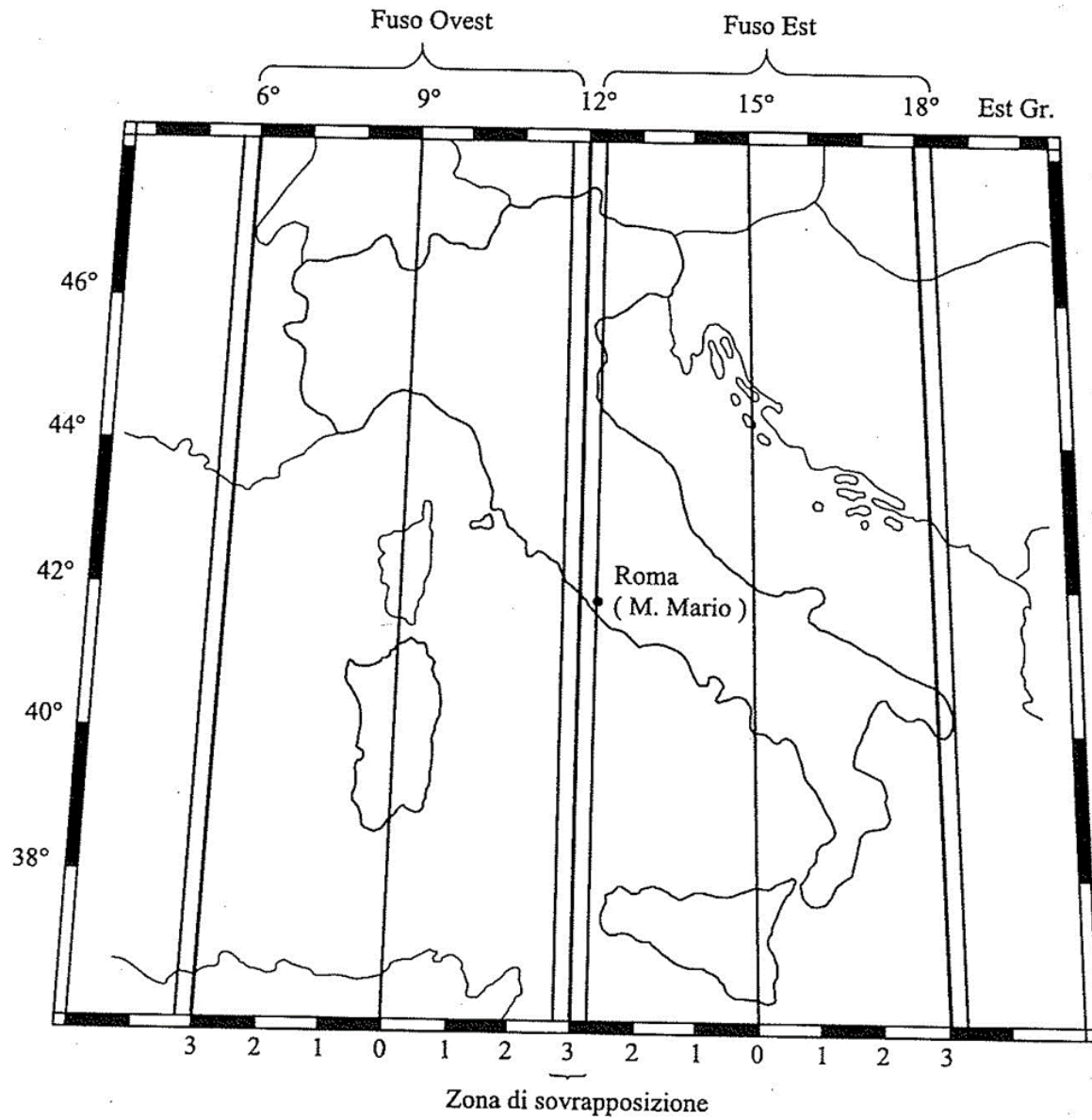


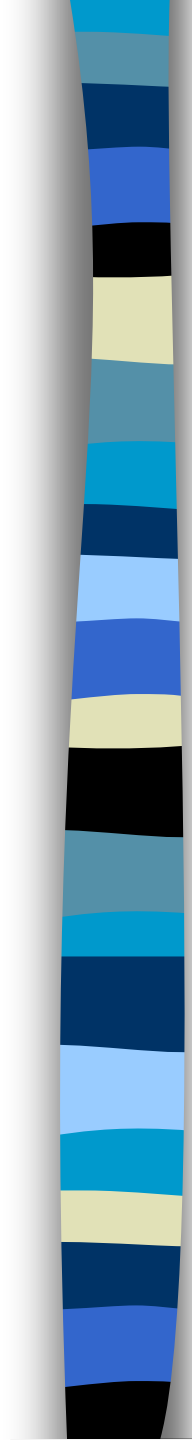
per la rappresentazione **Gauss-Boaga** (**):

Fuso **Ovest**: $N = x^*$ (km) $E = (y^* + 1500)$ (km)

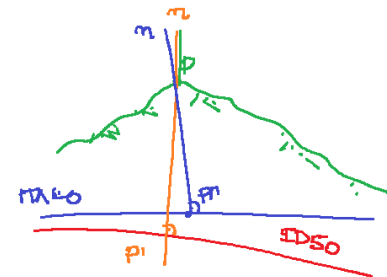
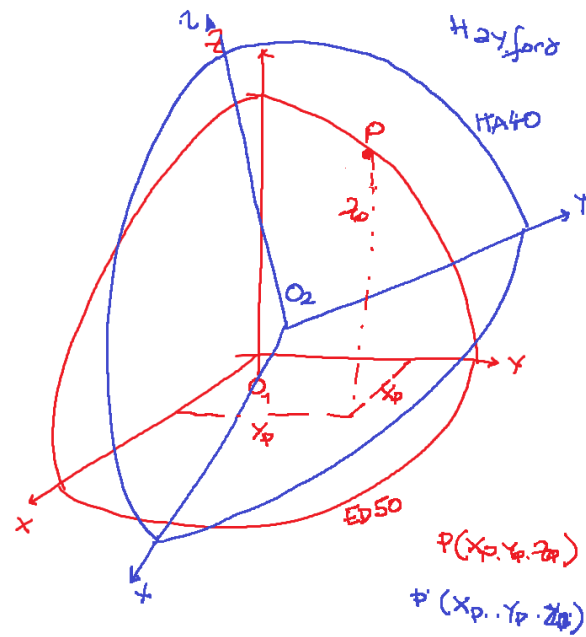
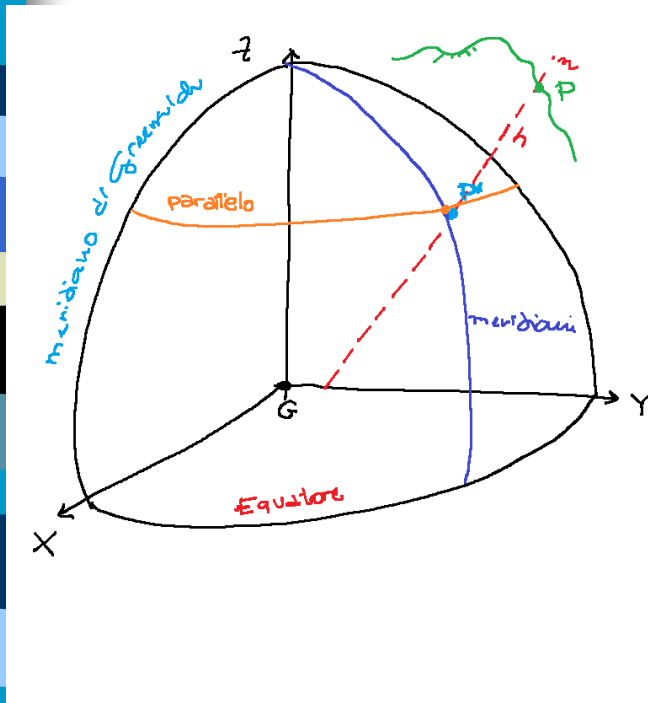
Fuso **Est**: $N = x^*$ (km) $E = (y^* + 2520)$ (km)

(**) a partire da coordinate ellissoidiche su IGM40
(ellissoide internazionale orientato a Roma Monte
Mario)



- 
- con x^* ed y^* coordinate Gaussiane ottenute dalle formule sopravviste e moltiplicate per il **fattore di contrazione $K=0,9996$** .
 - Per punti appartenenti all'emisfero Australe viene imposta una Falsa Origine No per la coordinata Nord , pari a 10.000 km.

Rototraslazione fra DATUM



$$P'(x_p', y_p', z_p')$$

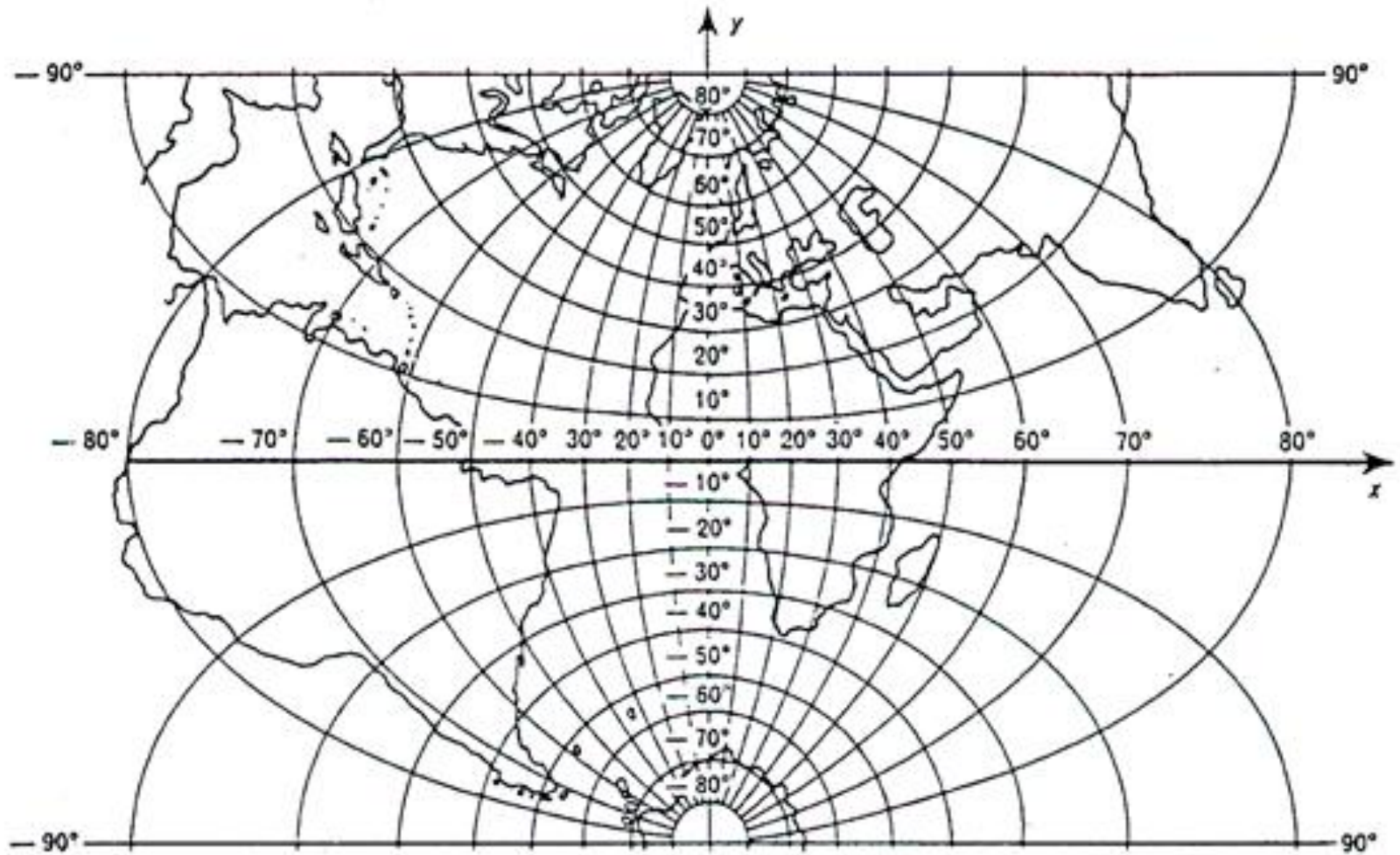
$$P''(x_p'', y_p'', z_p'')$$

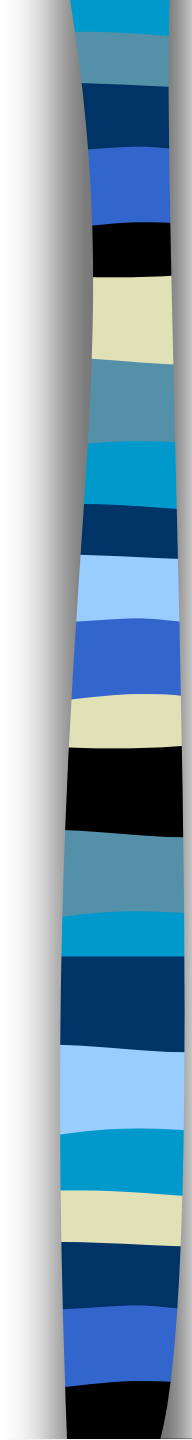
$$\varphi, \lambda \neq \varphi', \lambda'$$

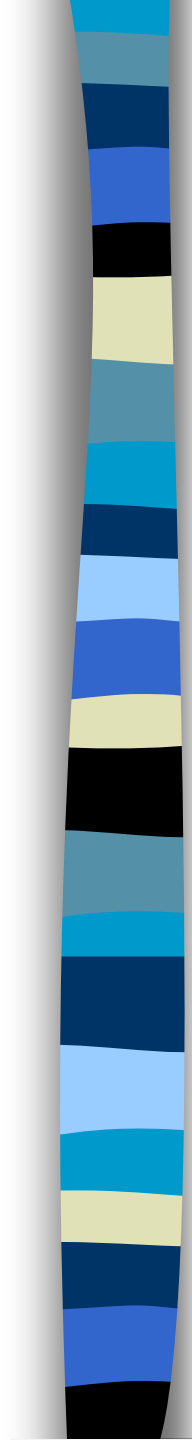
Rappresentazione Gauss-Boaga

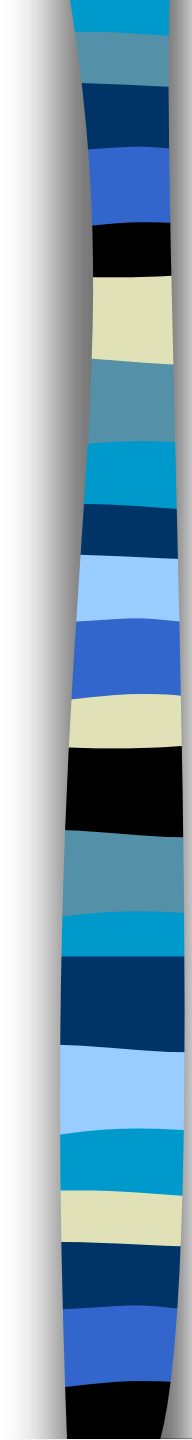
- Le *immagini* dei *paralleli* e dei *meridiani* sono famiglie di curve fra loro perpendicolari (la rappresentazione è conforme) simmetriche rispetto agli assi E, N.
- Le prime rivolgono la convessità all'asse E (trasformata dell'Equatore), le seconde la concavità all'asse N (trasformata del meridiano centrale).

Gauss - Boaga



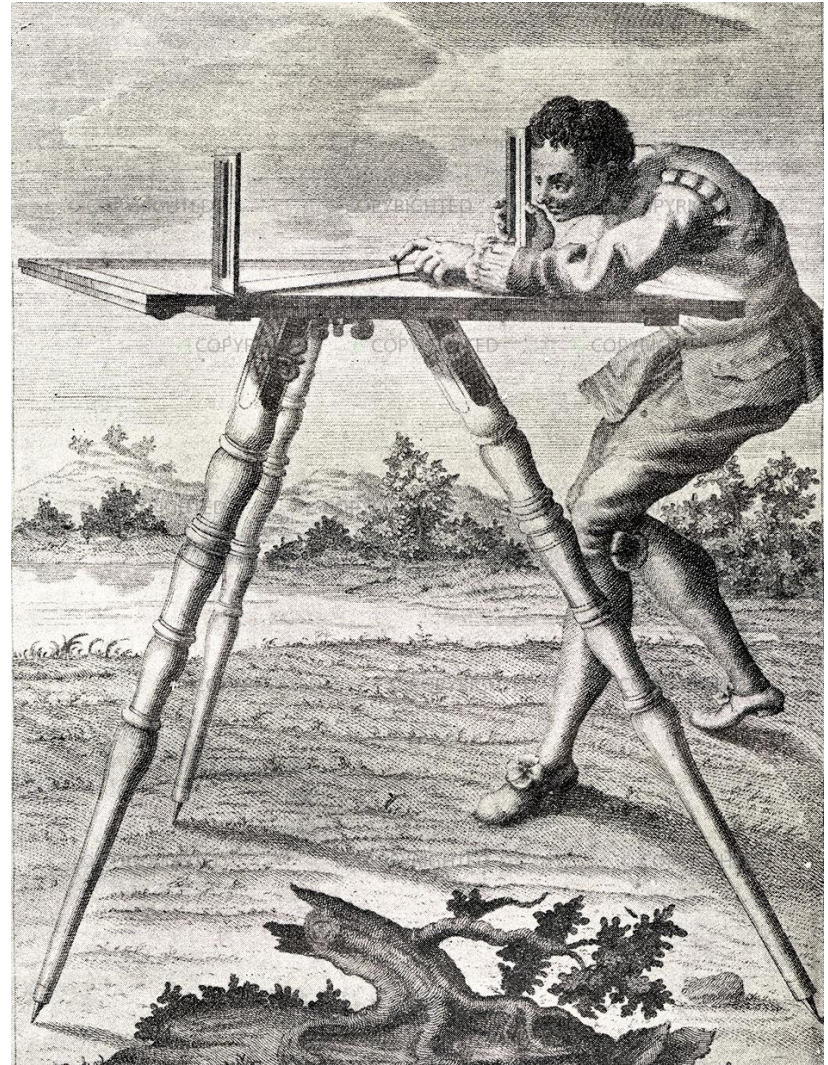
- 
- Inoltre la dilatazione delle distanze, alle nostre latitudini, non supera il $+ 8/10.000$ (allungamento di 8 m su una distanza di 10 km); con l'introduzione del fattore di contrazione ($k = 0.9996$), le conseguenze di tale deformazione, all'interno di ogni elemento della carta, vengono contenute nel $\pm 4/10.000$ e quindi assorbite dall'*errore di graficismo*.

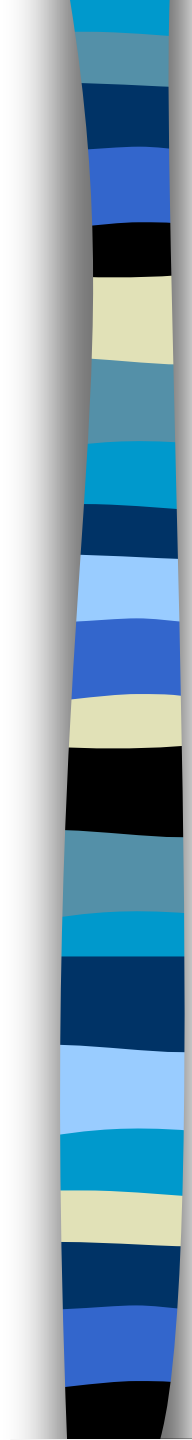
- 
- Il modulo di deformazione lineare m , che è uguale ad 1 soltanto sull'asse N , è sempre maggiore di 1 altrove, e cresce rapidamente all'allontanarsi dall'asse N ; nella rappresentazione tutte le distanze sono quindi dilatate.
 - Con l'introduzione del fattore di contrazione k , abbiamo una zona centrale dove le distanze sono contratte e 2 zone laterali dove si verifica dilatazione sulle distanze.

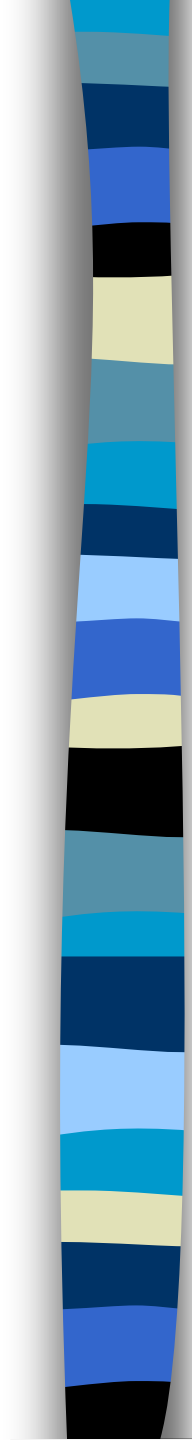
- 
- La rappresentazione grafica alla scala 1:25.000 è suddivisa in fogli (**tavolette**) aventi le dimensioni medie di 40 cm × 40 cm, corrispondenti alle dimensioni reali di 10 km × 10 km.
 - Nella cartografia italiana i fogli al 25.000 vengono tagliati secondo le trasformate di meridiani e paralleli, con una differenza di latitudine di 5' e di longitudine di 7'30", corrispondente mediamente alle dimensioni di 40 cm × 40 cm.

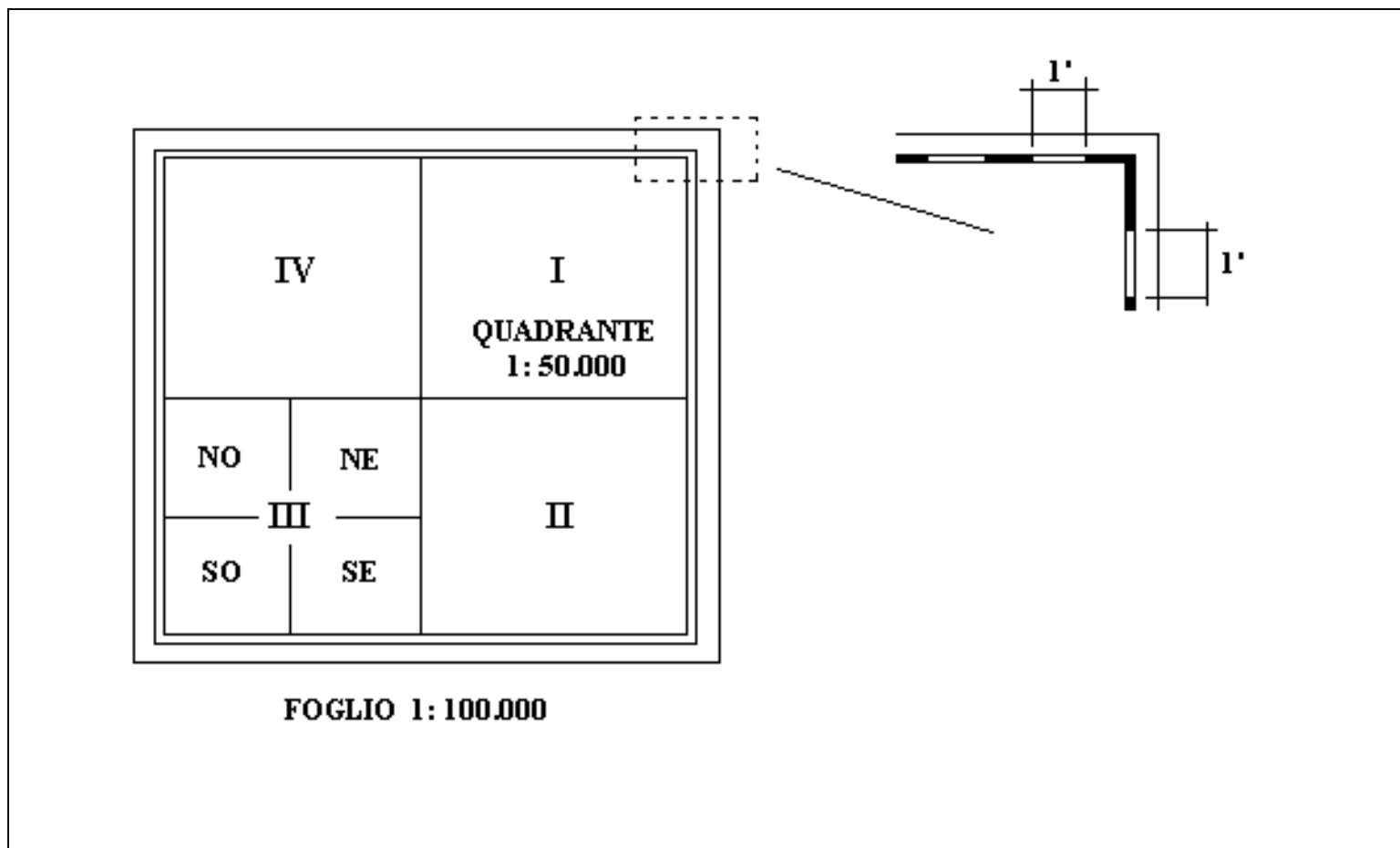
Tavoletta pretoriana

- La tavoletta pretoriana era costituita da una tavoletta orizzontale montata su un treppiede e munita di bussola, quadrato delle ombre, scala dei gradi e alidada. Permetteva di tracciare direttamente su un foglio gli angoli di posizione dei luoghi traggurdati, in modo da ottenere un'immediata trascrizione planimetrica del territorio da rilevare.

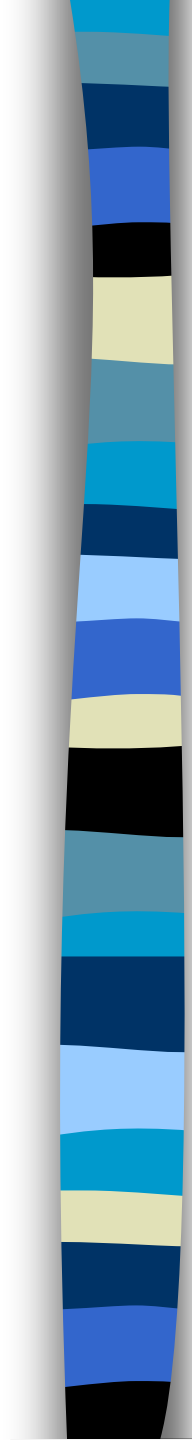


- 
- Le rette $x = \text{cost.}$ e $y = \text{cost.}$ Sono riportate sui fogli con un intervallo di 1 km e costituiscono il **reticolato chilometrico**.
 - Esse risultano inclinate rispetto ai bordi del foglio dell'angolo γ (*convergenza del meridiano*). Il valore di γ al centro del foglio è riportato sul bordo della carta.

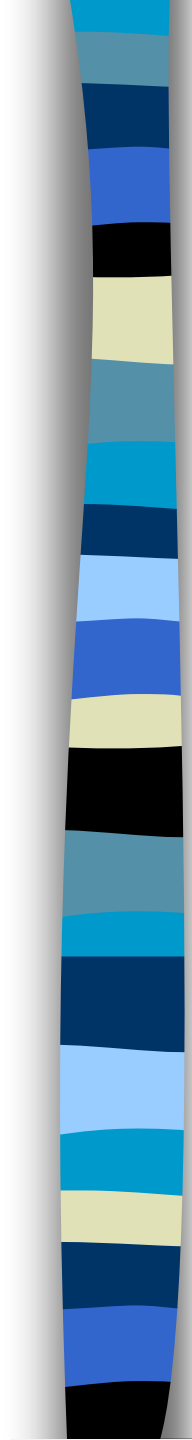
- 
- Il **foglio in scala 1: 100.000** è contraddistinto da un numero ed ha le dimensioni medie di 40 cm × 40 cm, per cui comprende 4 quadranti alla scala 1: 50.000, contrassegnati con i numeri romani I, II, III, IV, aventi le stesse dimensioni.
 - Ogni quadrante è ulteriormente suddiviso in quattro tavolette alla scala 1: 25.000, contrassegnate con le sigle NO, NE, SO, SE.



Suddivisione del foglio alla scala 1: 100.000 della carta d'Italia

- 
- La *nuova carta 1:50.000*, inquadrata rispetto al sistema di riferimento europeo unificato (ED50) è suddivisa in fogli che si estendono per **12' in latitudine e 20' in longitudine**.

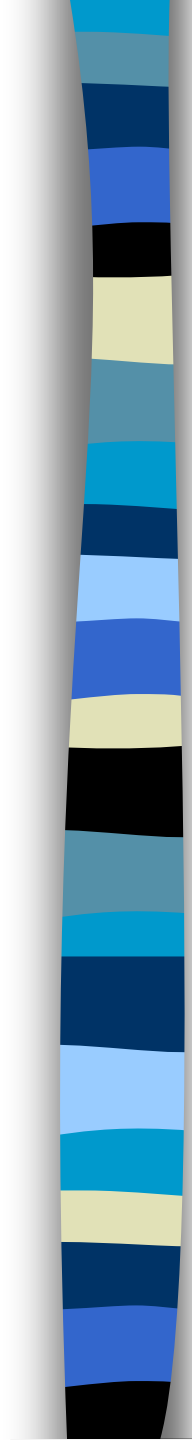
Nella terminologia universale la rappresentazione di Gauss è chiamata **U.T.M.**

- 
- Essa è estesa a buona parte del globo terrestre con esclusione delle calotte polari al disopra della latitudine $\pm 80^\circ$, per le quali viene adottata la Proiezione Stereografia Polare, indicata come sistema U.P.S. (Universal Polar Stereographic).



Rappresentazione U.T.M.

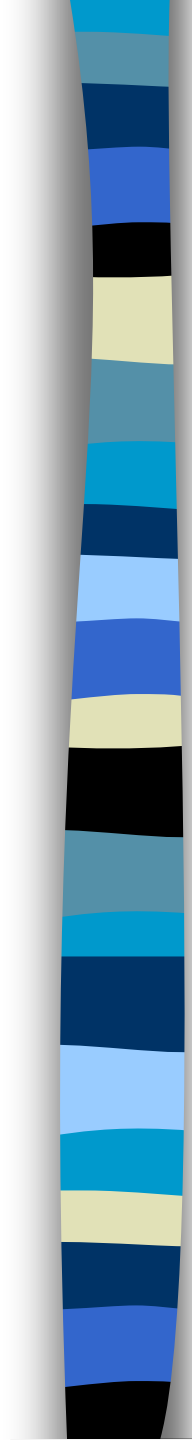
- La superficie dell'ellissoide terrestre è suddivisa in 60 fusi di 6° di longitudine ciascuno, numerati progressivamente a partire dall'antimeridiano di Greenwich e procedendo verso Est.
- All'interno di ciascun fuso di 6° le coordinate vengono contate a partire dall'Equatore e dal meridiano centrale del fuso, cui viene attribuita una ascissa convenzionale (**falsa origine**) di 500 km allo scopo di evitare valori negativi delle ascisse dei punti a Ovest del meridiano centrale.

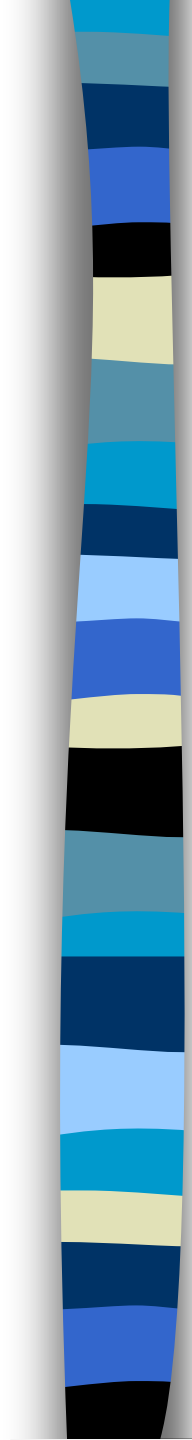
- 
- Il calcolo delle coordinate piane viene effettuato con le formule di Gauss ed ai valori così ottenuti viene applicata una riduzione di 4/10.000.
 - Nel sistema U.T.M. si usa indicare con N l'asse delle ordinate e con E quello delle ascisse, iniziali dei punti cardinali verso cui sono orientati rispettivamente i loro versi positivi; si avrà quindi:

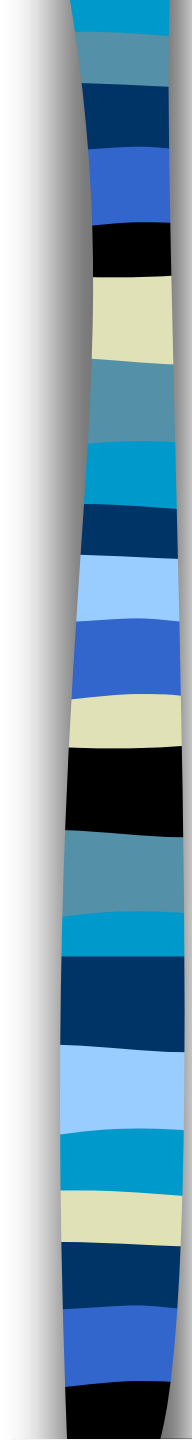
$$N = x^* \text{ km}$$

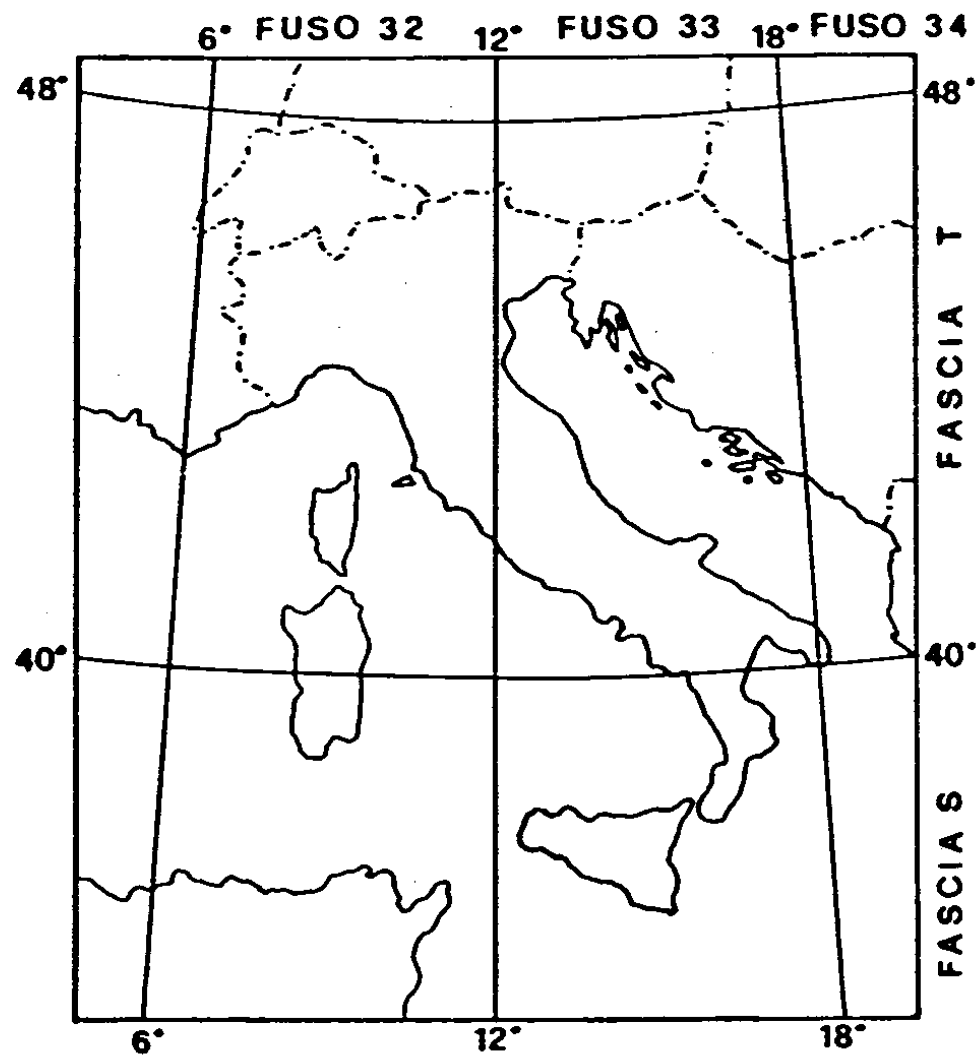
$$E = (y^* + 500) \text{ km}$$

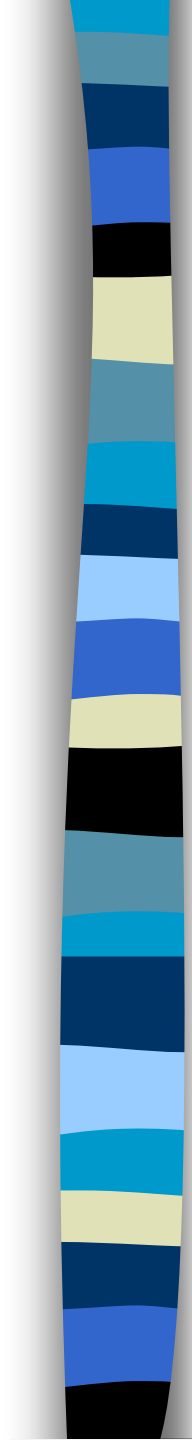
- Essendo x^* e y^* i valori ottenuti dalle formule di Gauss e ridotti del fattore di contrazione.

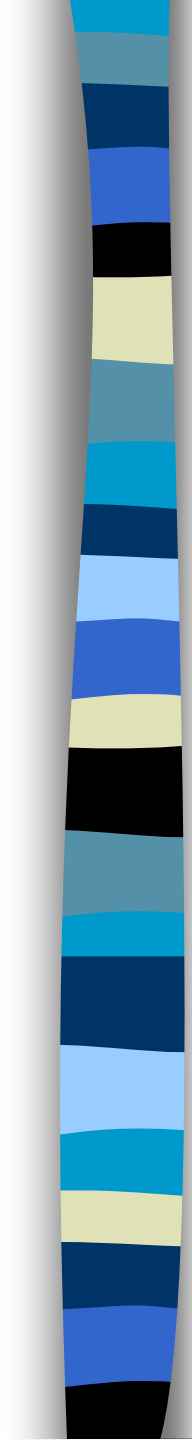
- 
- Il territorio italiano risulta interamente compreso, salvo una piccola parte della penisola salentina, nei fusi 32 e 33: il primo è compreso fra 6° e 12° Est Greenwich, il secondo fra 12° e 18° Est Greenwich; i due meridiani centrali, le cui trasformate piane costituiscono l'asse delle ordinate dell'uno e dell'altro fuso, sono rispettivamente quelli 9° e 15° Est Greenwich.

- 
- Per individuare i punti in modo univoco si è ritenuto opportuno suddividere ulteriormente l'ellissoide con 20 fasce parallele dell'ampiezza di 8° in latitudine, a partire dal parallelo 80° Sud fino a quello 80° Nord: tali fasce vengono contraddistinte da lettere maiuscole convenzionali.
 - La parte comune ad un fuso e ad una fascia viene chiamata *zona*, ha un'ampiezza di 6° in longitudine e 8° in latitudine ed è univocamente individuata dal numero del fuso e dalla lettera della fascia.

- 
- L'Italia è interamente coperta dalle fasce, contraddistinte dalle lettere S e T, la prima si estende in latitudine da 32° a 40°, la seconda da 40° a 48°.
 - Il territorio italiano comprende quindi le zone 32 S, 32 T, 33 S, 33 T e, per la citata porzione della penisola salentina, le 34 S e 34 T.



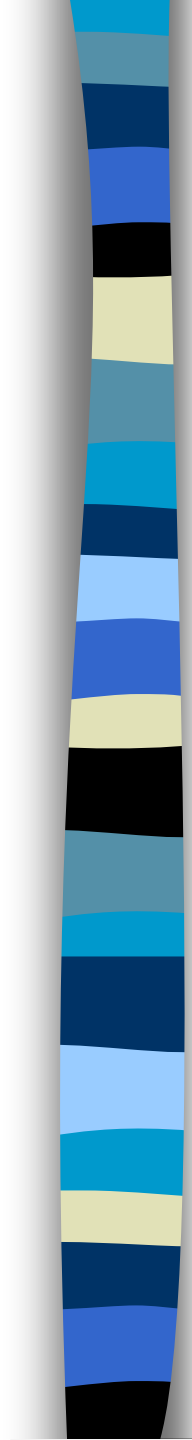
- 
- La rappresentazione piana di ogni zona è stata infine ulteriormente suddivisa in quadrati di 100 km di lato mediante rette parallele agli assi del sistema di riferimento del fuso: ogni quadrato è individuato da una coppia di lettere maiuscole di cui la prima indica la colonna, la seconda la riga.

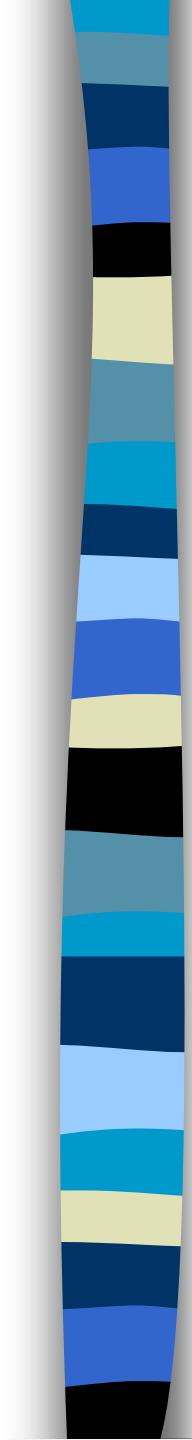
- 
- Sulla base di tale suddivisione la designazione completa di un punto qualsiasi viene così effettuata a mezzo di un'unica sigla costituita dal numero del fuso, dalla lettera della fascia, dalla coppia di lettere che individuano il quadrato di 100 km di lato ed infine dalle coordinate E e N del punto stesso.

PROIEZIONI CONICHE

- Il cono è la superficie standard di proiezione di questo gruppo di proiezioni.
- Nel caso polare tutte le coniche hanno linee rette regolarmente intervallate, partenti dal polo, che rappresentano i meridiani.

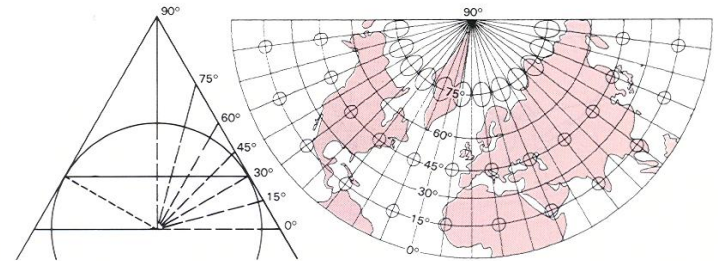


- 
- Le principali differenze fra queste proiezioni derivano dalla scelta del parallelo (o paralleli) standard e dalla diversa spaziatura fra i paralleli che sono sempre cerchi concentrici intorno al polo. E' raro trovare proiezioni coniche traverse o oblique, si farà riferimento quindi solo alle coniche polari.

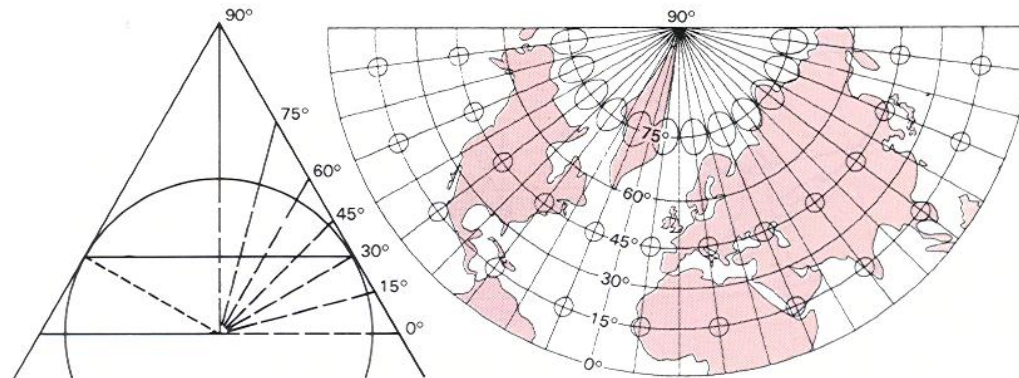
- 
- Le proiezioni coniche polari con singoli paralleli standard hanno meridiani retti radianti dal polo; il loro angolo varia in relazione al parallelo standard. Per ogni data apertura di meridiani, che può arrivare a 360° , tutte queste coniche con lo stesso parallelo standard hanno lo stesso angolo fra i meridiani. Questo rapporto è noto come costante del cono.

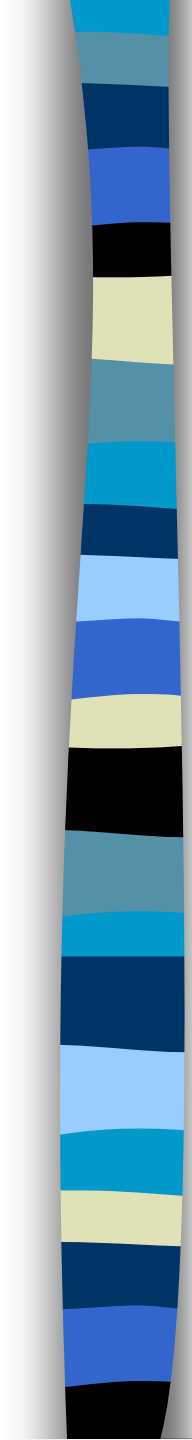
Proiezione conica centrale (prospettica)

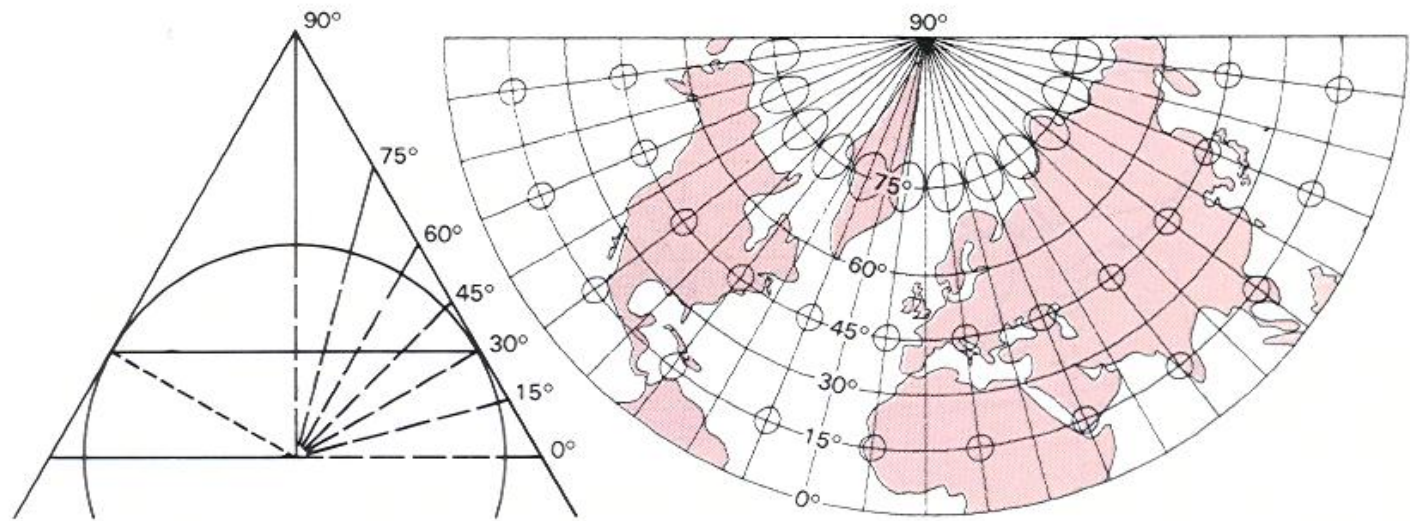
- Il cono della proiezione conica centrale è tangente lungo un parallelo standard, con la sorgente luminosa al centro del globo. Il raggio del parallelo standard è, in proiezione, la sua distanza dal vertice del cono.



- Gli altri paralleli sono cerchi concentrici, intervallati in accordo con le intersezioni proiettate sul cono; questa spaziatura aumenta rapidamente, in ogni direzione, allontanandosi dal parallelo standard.



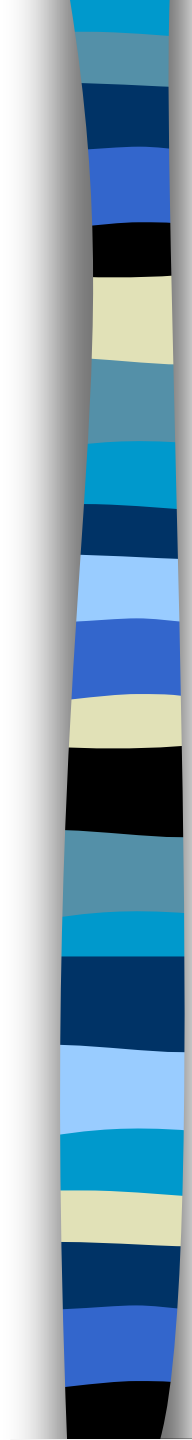
- 
- Il parallelo standard è diviso regolarmente; la scala è corretta solo lungo questo parallelo e aumenta allontanandosene. I meridiani sono linee rette irradianti dal polo, con una spaziatura determinata dalla divisione del parallelo standard.
 - Questa proiezione, data l'assenza di caratteristiche particolarmente utili, è raramente utilizzata.

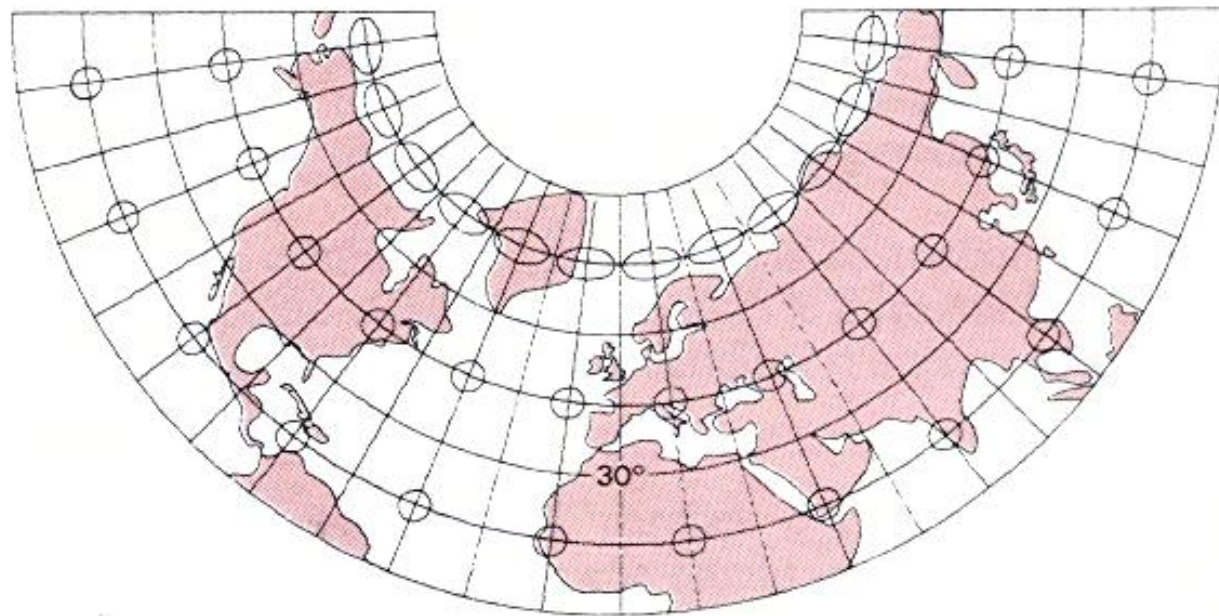


*Proiezione conica centrale (prospettica)
avente come parallelo standard il 30° parallelo*

Proiezione conica ordinaria o di Tolomeo

- Questa proiezione risulta *afilattica*. Per ottenerla si dispone il cono tangente ad un parallelo di latitudine φ_0 e si proiettano i meridiani dal centro della sfera, che si trasformano così nelle generatrici del cono.
- I paralleli invece non si ottengono per proiezione, ma vengono riportati lungo le sezioni del cono normali all'asse, e ad una distanza reciproca uguale all'arco di meridiano compreso fra essi; la proiezione si dice *modificata*.

- 
- Vi è un solo parallelo standard, il cui raggio è definito dalla sua distanza dal vertice del cono, come nella conica centrale. I meridiani sono regolarmente spazati lungo il parallelo standard e i paralleli sono cerchi concentrici, regolarmente spazati lungo i meridiani.
 - La scala è esagerata ovunque tranne sul parallelo standard e lungo i meridiani.



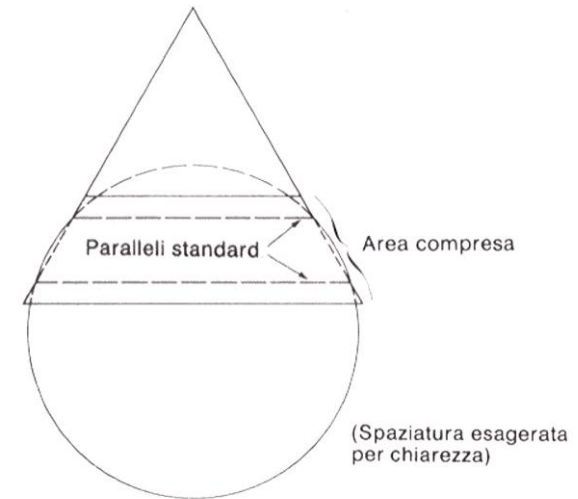
*Proiezione conica semplice avente come
parallelo standard il 30° parallelo*

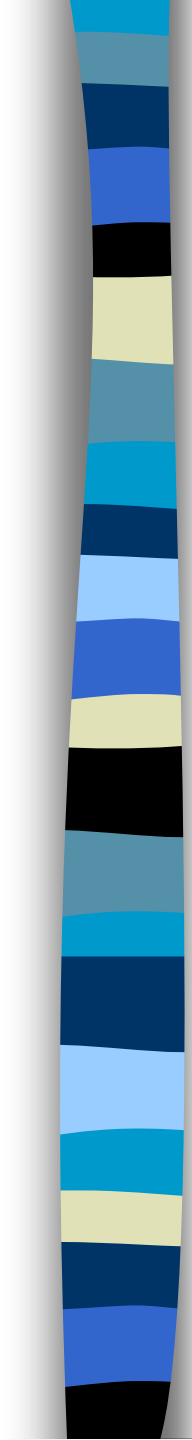
Proiezioni Coniche con due paralleli standard

- Invece di essere tangente alla superficie del globo, il cono di proiezione può tagliarla trasversalmente: in questo caso il cono viene chiamato cono secante.
- In questo caso si ha una proiezione con due paralleli standard invece di uno. Questa proiezione ha il vantaggio di presentare deformazioni più contenute ed ha due zone a scala corretta invece di una, lungo i due paralleli standard.

Proiezioni Coniche con due paralleli standard

- Si scelgono i due paralleli, spazati in modo tale che la loro distanza sia corrispondente ai due terzi circa dell'estensione Nord-Sud della carta. In questo modo gli errori di scala vengono distribuiti su tutta l'area della carta.

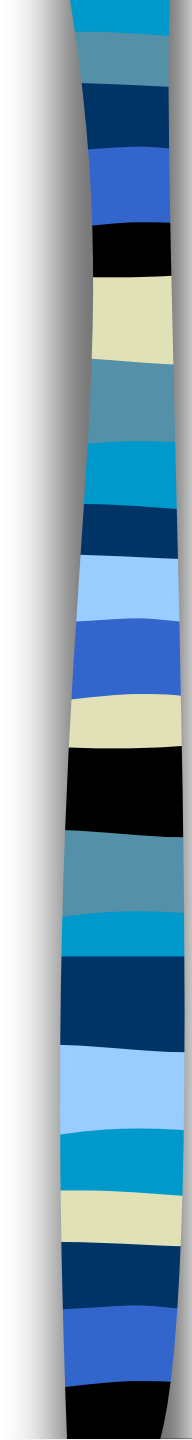


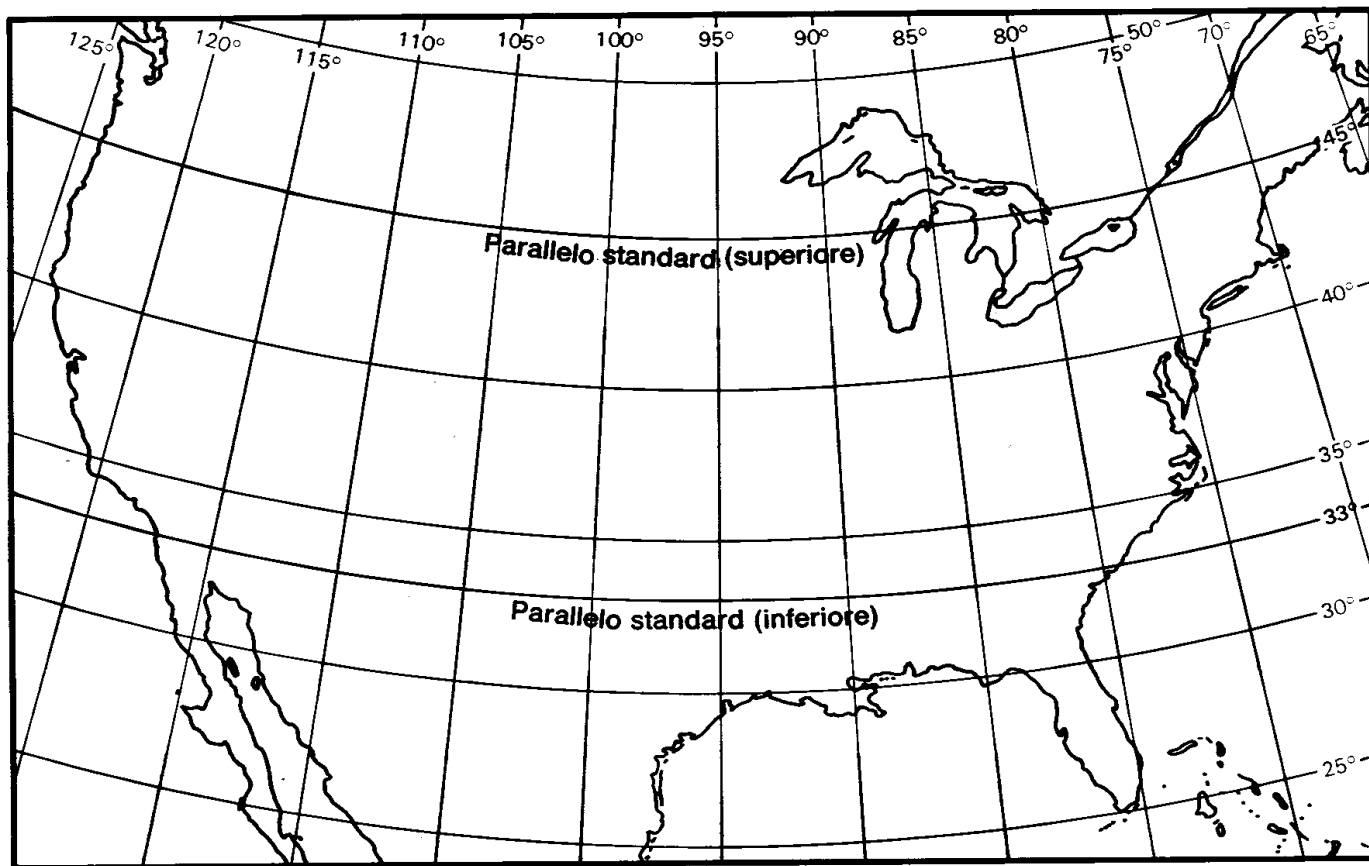
- 
- Gli altri paralleli sono cerchi concentrici disegnati attorno al centro del parallelo tangente.
 - La spaziatura fra i paralleli si basa sulla vera distanza sulla superficie del globo, non sulla distanza lungo il cono secante. Infine, i paralleli standard vengono regolarmente divisi e si disegnano i meridiani congiungendo i punti di divisione.



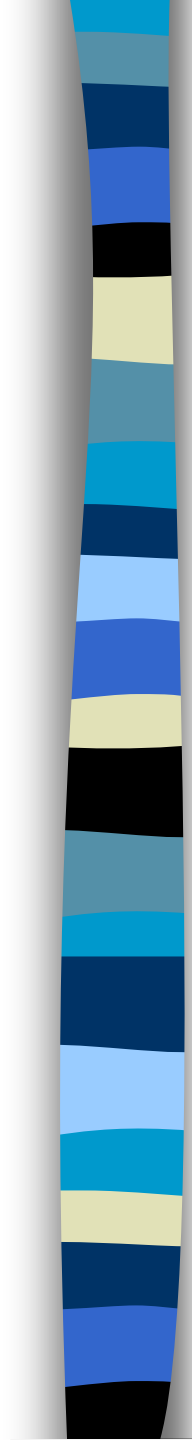
Proiezione Conforme di Lambert

- In questa proiezione i paralleli sono archi di cerchio concentrici.
- I meridiani sono linee rette convergenti verso un punto, che è il centro dal quale i paralleli vengono disegnati.
- La spaziatura fra i paralleli lungo ogni meridiano viene calcolata in modo tale che la rappresentazione risulti *conforme*.

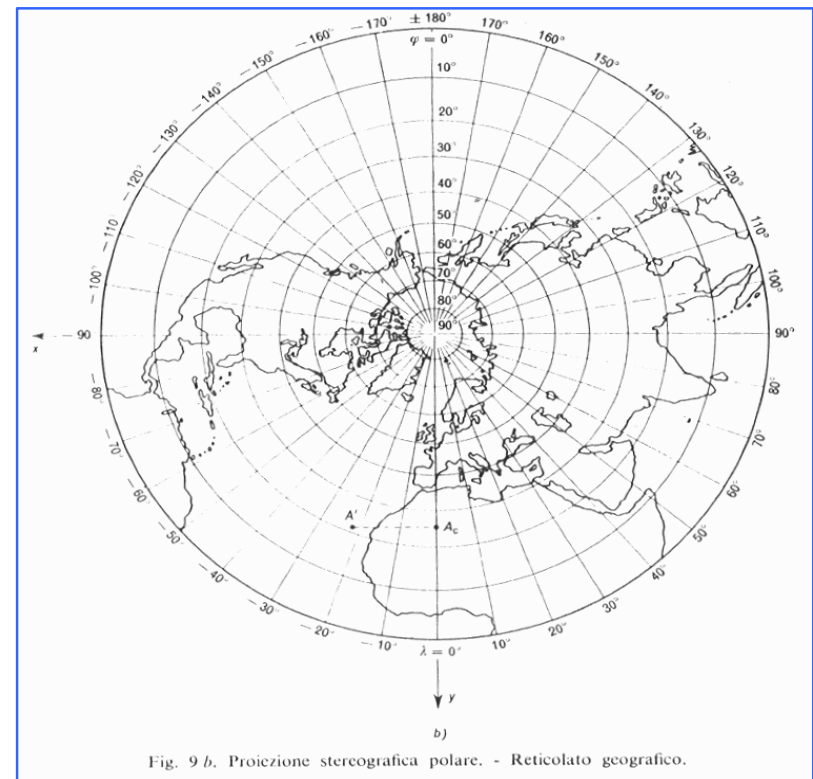
- 
- Il modulo di deformazione lineare per elementi infinitesimi non varia in un punto, quindi, al variare della direzione uscente dal punto. Inoltre trasformate di paralleli e meridiani si intersecano ad angolo retto, essendo la rappresentazione *isogona*.



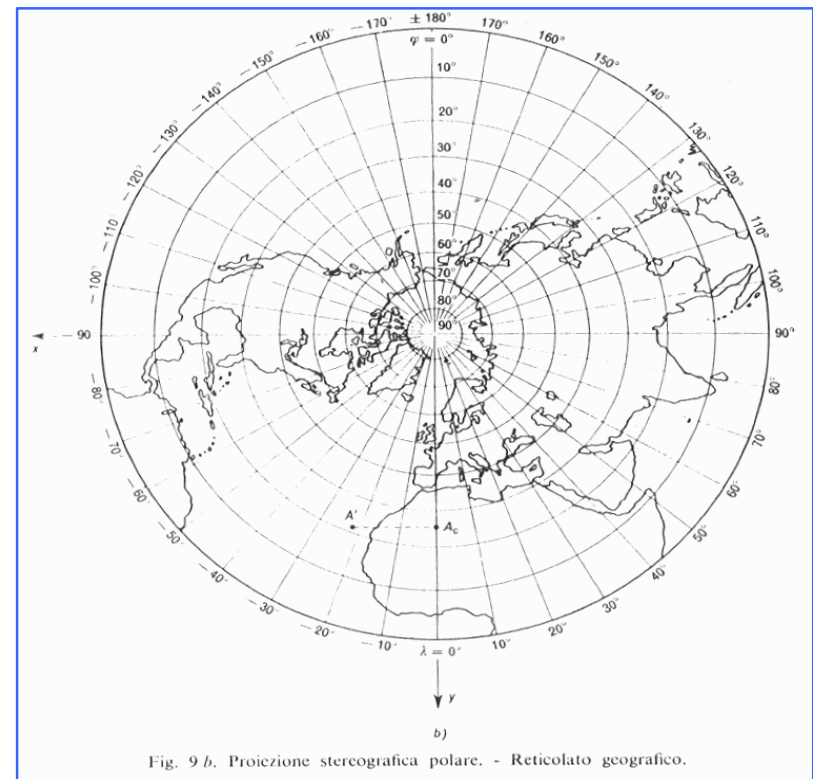
Proiezione conica conforme di Lambert

- 
- La posizione della sorgente luminosa per la proiezione stereografica è il punto esattamente opposto a quello di tangenza, cioè agli antipodi del centro della proiezione.

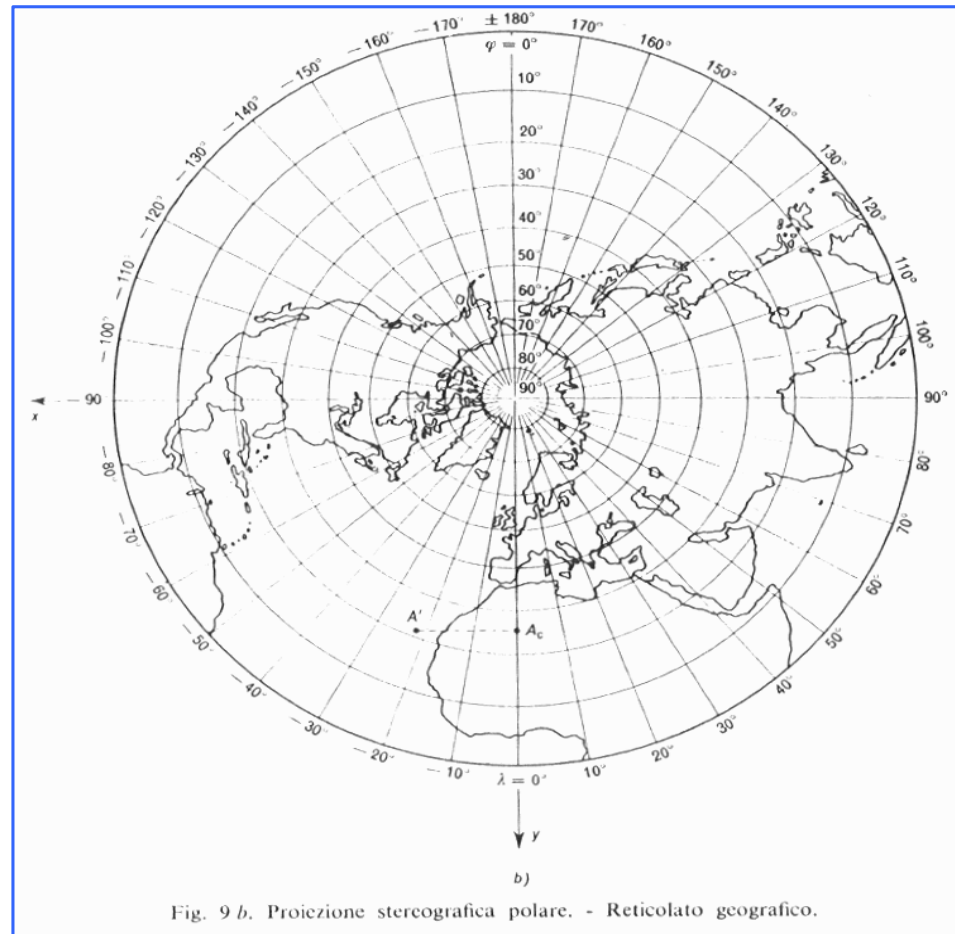
- I meridiani sono linee rette uscenti dal Polo. I paralleli sono cerchi concentrici con centro nell'origine degli assi.
- I raggi di queste circonferenze sono maggiori dei raggi dei corrispondenti paralleli ed in particolare all'Equatore corrisponde una circonferenza di raggio $2R$.



- La spaziatura fra i paralleli è ottenuta per proiezione. La rappresentazione è conforme.
- Meridiani e paralleli si intersecano ad angolo retto.

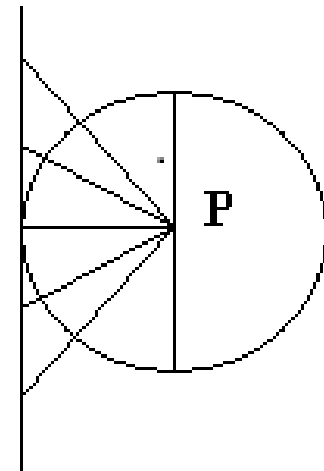


Proiezione Stereografica Polare

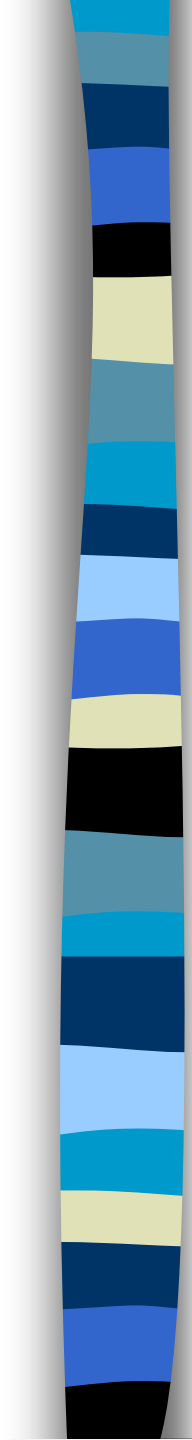


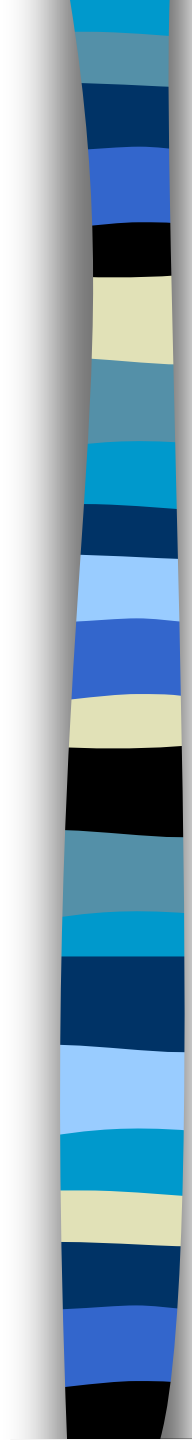
PROIEZIONE GNOMONICA

- In questa proiezione la sorgente luminosa è al centro del globo: questo fa sì che la distanza fra i paralleli aumenti rapidamente a partire dal centro e che non sia possibile rappresentare su questa proiezione un intero emisfero.



p. centrografica

- 
- L'incremento esagerato dei valori di scala lontano dal centro rende inutile la proiezione se non per piccole parti dell'emisfero.
 - La caratteristica più importante di questa proiezione è che tutte le linee rette che vi sono disegnate rappresentano cerchi massimi sul globo (linee geodetiche).

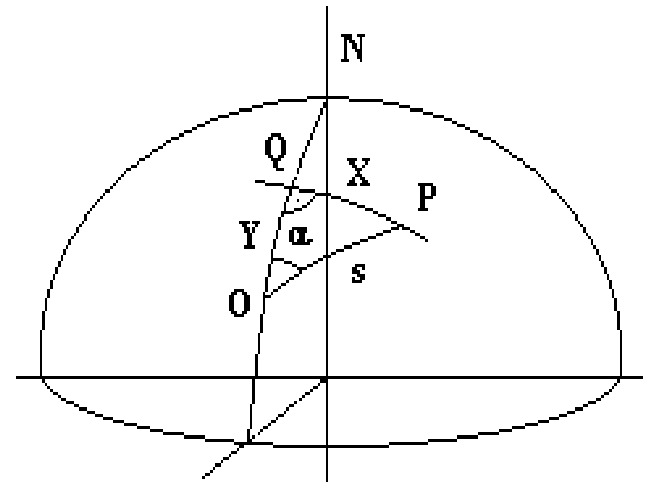
- 
- Un cerchio massimo è dato dall'intersezione di un piano passante per il centro della terra con la superficie terrestre.
 - Il fatto che i cerchi massimi appaiano come **rette** sulla proiezione, rende quest'ultima molto utile nella navigazione. Congiungendo infatti due punti con una linea retta sulla rappresentazione, tale linea rappresenterà la rotta fra i due punti. L'arco di cerchio massimo tracciato sulla proiezione gnomonica viene poi trasferito sulla proiezione di Mercatore per la **navigazione**.



RAPPRESENTAZIONE DI CASSINI - SOLDNER

- La rappresentazione di Cassini-Soldner è usata dal Catasto Italiano per disegnare le mappe catastali e per eseguire con notevoli semplificazioni i calcoli relativi alle reti di inquadramento.

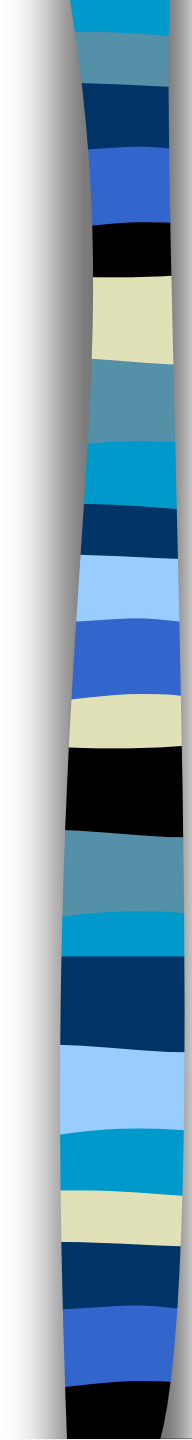
- Preso un punto di riferimento O di coordinate ellissoidiche φ_0, λ_0 , le coordinate cartografiche x, y di un punto P di coordinate φ, λ si fanno coincidere con le coordinate geodetiche rettangolari X, Y di P rispetto ad O .



- 
- le equazioni della rappresentazione sono dunque:

$$\begin{cases} x = X \\ y = Y \end{cases}$$

- La rappresentazione è *afilattica* ma le deformazioni sono dello stesso ordine di quelle della rappresentazione di Gauss.

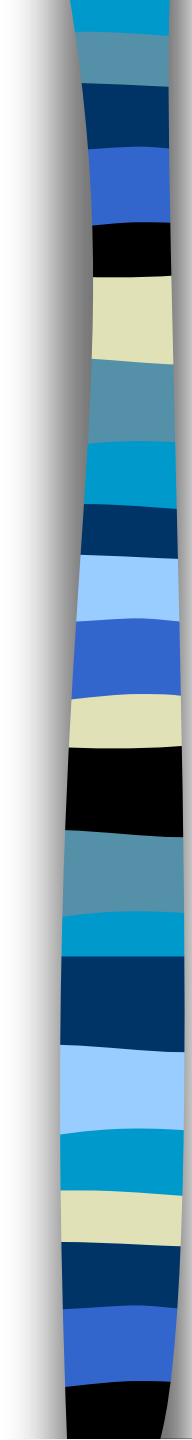
- 
- Nella direzione normale al meridiano passante per l'origine O si ha il valore minimo pari a $m = 1$, nella direzione parallela il valore massimo, pari a:

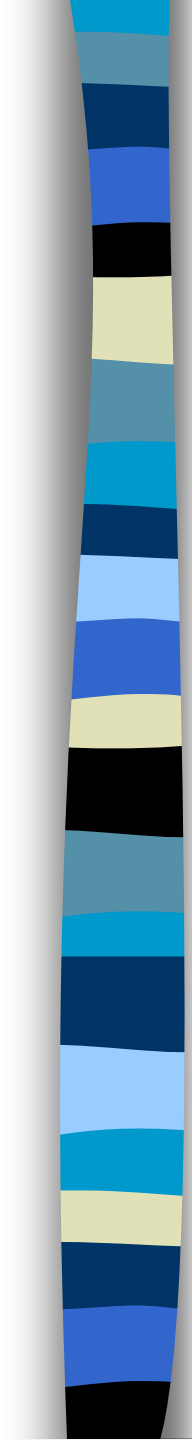
$$m = \frac{x^2}{2\rho_0 N_0}$$

- 
- Il *modulo di deformazione areale* in un punto di ascissa x vale:

$$m_A = 1 + \frac{x^2}{2\rho_0 N_0}$$

- Poiché i valori di x nelle applicazioni del Catasto non superano qualche decina di km, m_A risulta sufficientemente prossimo ad 1 per poter considerare la rappresentazione di Cassini-Soldner come praticamente *equivalente*.

- 
- La carte del Catasto sono a scala elevata (1: 1000, 1: 2000, 1: 4000) ed inoltre la zona rappresentata nell'intorno dell'origine O viene limitata in modo tale che i calcoli delle coordinate dei punti di inquadramento del rilievo possano essere eseguiti sul piano della rappresentazione.
 - Ciò significa che le differenze fra le distanze e gli angoli misurati sull'ellissoide devono essere inferiori alle tolleranze di misura.

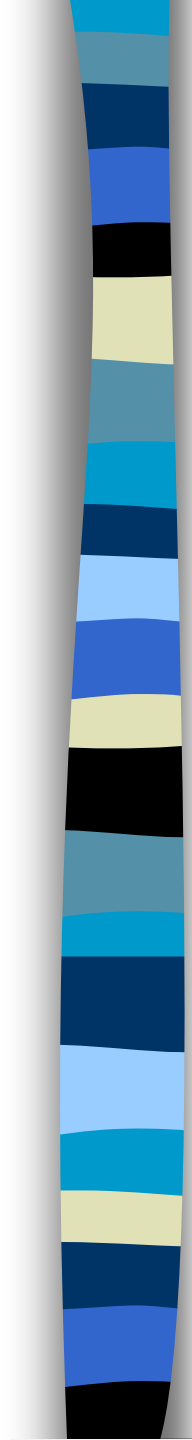
- 
- In base alle tolleranze ammesse per le misure nei rilievi catastali la zona rappresentata può essere estesa fino a comprendere punti distanti circa 70 km dal punto origine.
 - Il territorio nazionale risulta suddiviso in 35 zone per ognuna delle quali è definita un'origine.

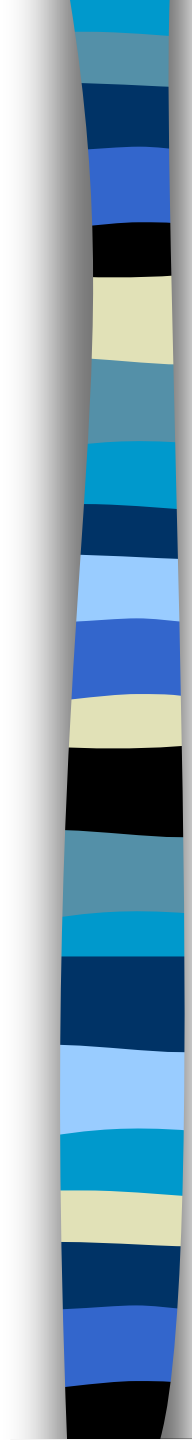


LA CARTA TECNICA REGIONALE NUMERICA (C.T.R.N.)

- Scala nominale 1:2000

Scala media dei fotogrammi 1: 8000
(precisione metrica equivalente a carta in
scala 1:2000)

- 
- Contenuto grafico tridimensionale suddiviso in nove classi principali:
 - Orografia
 - Idrografia
 - Vegetazione
 - Edifici e costruzioni
 - Viabilità

- 
- Reti energetiche
 - Elementi divisori del terreno
 - Limiti Amministrativi
 - Punti noti