



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI TRIESTE**

# MODULO 2: Algoritmi di ordinamento (parte II)

**Prof.ssa Giulia Cisotto**

[giulia.cisotto@units.it](mailto:giulia.cisotto@units.it)

Trieste, 7 maggio 2026

# Agenda di oggi

- Bubblesort
- Quicksort
- Counting sort

# Agenda di oggi

- **Bubblesort**
- *Quicksort*
- *Counting sort*

# ALGORITMO



**Input:** un elenco di numeri da ordinare (come una fila di carte)

**1. Confronta** i primi due numeri dell'elenco:

- ▶ Se il primo è maggiore del secondo, scambiali di posto.
- ▶ Altrimenti, lasciali così.

2. Spostati alla coppia successiva (secondo e terzo numero) e fai lo stesso confronto e possibile scambio.

3. Continua così, confrontando ogni coppia adiacente, fino alla fine dell'elenco.

**4. Dopo il primo giro, il numero più grande si sarà spostato alla fine** (come una bolla d'aria che sale in superficie — da qui il nome *Bubble Sort*).

5. Ripeti lo stesso procedimento, ignorando l'ultimo elemento già in posizione.

6. Continua a ripetere i passaggi, ogni volta confrontando una coppia in meno, *finché non ci sono più scambi da fare (oppure per  $n-1$  volte)*.

7. A quel punto, l'elenco è completamente ordinato in ordine crescente.

# BUBBLESORT

---

## ESEMPIO

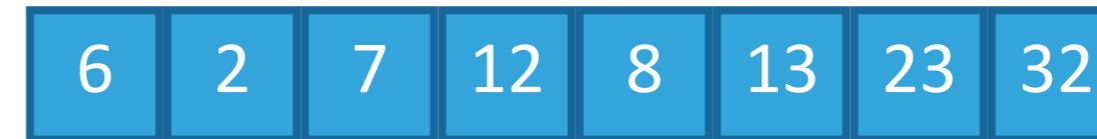
Array da ordinare



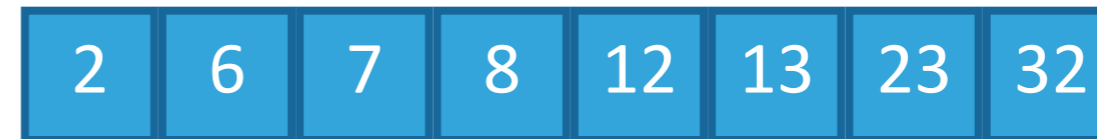
Iterazione completa #1



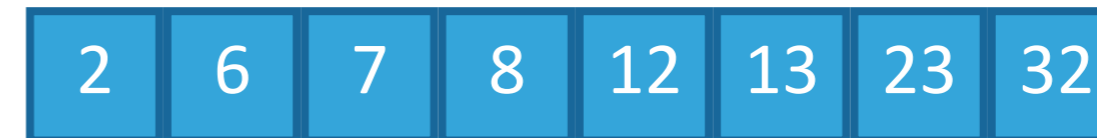
Iterazione completa #2



Iterazione completa #3



Iterazione completa #4



Iterazione completa #5

Bubble Sort non ottimizzato: fa comunque tutte le passate previste, cioè fino a  $n - 1$ .

Bubble Sort ottimizzato: si ferma quando una passata termina con 0 scambi.

## PSEUDOCODICE\*

```
BUBBLE-SORT (A, n)           //input: array A di lunghezza n
for i=1 to n-1
    flag_scambi = Falso      //flag che verifica se sono stati fatti scambi
    for j = 1 to n-i          //faccio confronti e scambi escludendo gli
                              //elementi in coda già ordinati nelle i iterazioni
                              //precedenti
        if A[j] > A[j+1]     //confronto
            scambia A[j] con A[j+1] //scambio
            flag_scambi = Vero   //verifica: ci sono stati scambi?
    if flag_scambi = Falso    //no scambi → ho finito
        return
```

# PRESTAZIONI: CALCOLO NUMERO ITERAZIONI

## BUBBLE-SORT (A, n)

```

for i=1 to n-1
    flag_scambi = Falso
    for j = 1 to n-i
        if A[j] > A[j+1]
            scambia A[j] con A[j+1]
            flag_scambi = Vero
    if flag_scambi = Falso
        return
    
```

Al massimo  $n-1$  iterazioni

Al massimo  $n-i$  iterazioni

Caso peggiore

COSTI UNITARI	COSTO SINGOLA ITERAZIONE CICLO ESTERNO	COSTO COMPLESSIVO per istruzione
$c_1$	$c_1$	$c_1 \cdot (n - 1)$
$c_2$	$c_2$	$c_2 \cdot (n - 1)$
$c_3$	$c_3 \cdot (n - i)$	$c_3 \cdot [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1]$
$c_4$	$c_4 \cdot (n - i)$	$c_4 \cdot [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1]$
$c_5$	$c_5 \cdot (n - i)$	$c_5 \cdot [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1]$
$c_6$	$c_6 \cdot (n - i)$	$c_6 \cdot [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1]$
$c_7$	$c_7$	$c_7 \cdot (n - 1)$
$c_8$	$c_8$	$c_8$

**Nota.**  $c_1, c_2, ..$  sono delle costanti che quantificano il costo di esecuzione della relativa istruzione. Per **esempio**  $c_1$  rappresenta il costo dell'istruzione **for** e include l'inizializzazione dell'indice ( $i=1$ ), il controllo della condizione ( $i \leq n-1$ ) e l'incremento a ogni iterazione.

# PRESTAZIONI: CALCOLO NUMERO ITERAZIONI

COSTI UNITARI	COSTO SINGOLA ITERAZIONE CICLO ESTERNO	COSTO COMPLESSIVO per istruzione
$c_1$	$c_1$	$c_1 \cdot (n - 1)$
$c_2$	$c_2$	$c_2 \cdot (n - 1)$
$c_3$	$c_3 \cdot (n - i)$	$c_3 \cdot [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1]$
$c_4$	$c_4 \cdot (n - i)$	$c_4 \cdot [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1]$
$c_5$	$c_5 \cdot (n - i)$	$c_5 \cdot [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1]$
$c_6$	$c_6 \cdot (n - i)$	$c_6 \cdot [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1]$
$c_7$	$c_7$	$c_7 \cdot (n - 1)$
$c_8$	$c_8$	$c_8$

## Calcolo costo complessivo

$$T(n) = c_1(n - 1) + c_2(n - 1) + \dots$$

$$\dots + (c_3 + c_4 + c_5 + c_6)[(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1] + \dots$$

$$\dots + c_7(n - 1) + c_8$$

Si nota che:

$$(c_3 + c_4 + c_5 + c_6)[(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1] = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-i} (c_3 + c_4 + c_5 + c_6)$$

Tenendo solo i costi dominanti:

Somma dei primi n-1 numeri interi

$$T(n) = O(n) + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-i} O(1) = O(n) + \sum_{i=1}^n i = O(n) + \frac{n(n+1)}{2} = O(n^2)$$

Progressione aritmetica notevole

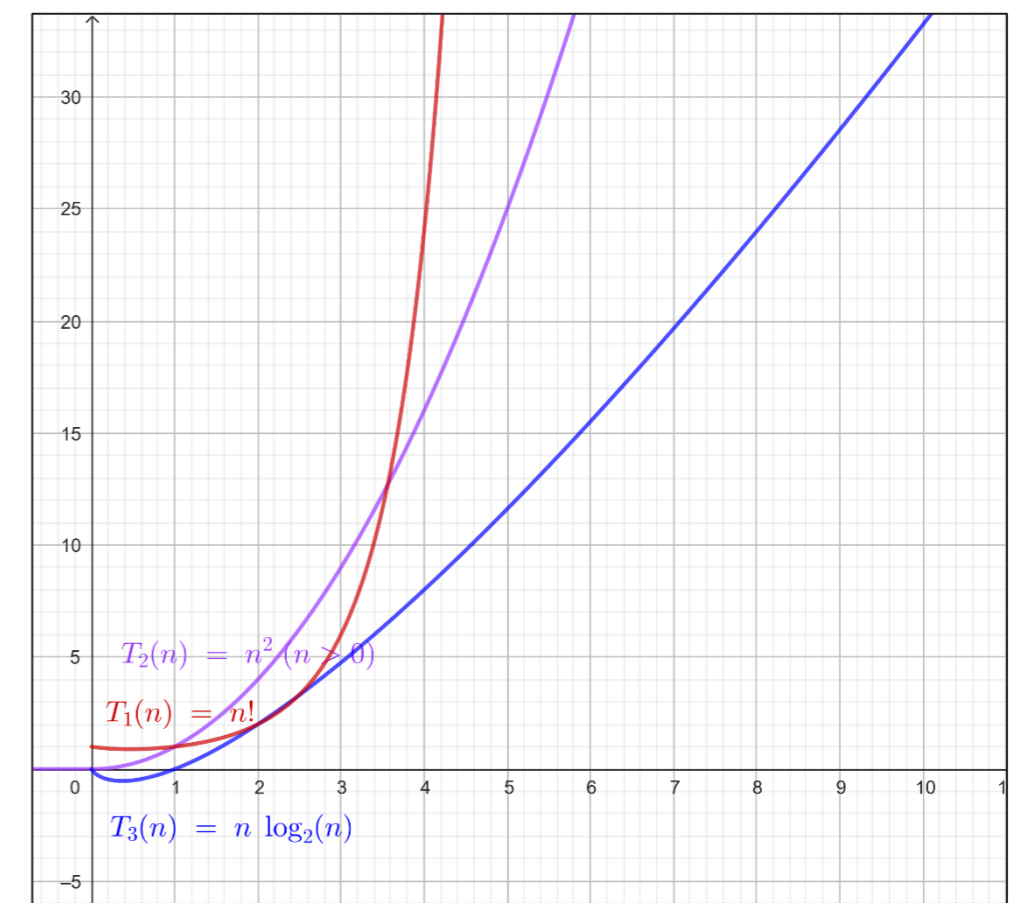
# CONFRONTO CON ALTRI ALGORITMI DI ORDINAMENTO

Caso migliore (array già ordinato):  $O(n)$

Caso medio/peggiore:  $O(n^2)$

Algoritmo	Caso peggiore	Caso migliore
Bogosort	$O(n!)$	$O(n)$
Insertion sort	$O(n^2)$	$O(n)$
Merge sort	$O(n \log_2 n)$	$O(n \log_2 n)$
Bubble sort	$O(n^2)$	$O(n)$

Insertionsort  
Bogosort Bubblesort Mergesort



## Note

- Insertion Sort: nel caso migliore, ogni elemento viene confrontato con il precedente e non serve spostare nulla. Quindi fa circa  $n-1$  confronti:  $O(n)$ .
- Merge Sort: divide comunque il vettore fino ai sottovettori di dimensione 1 e poi fa tutti i merge. Quindi anche nel caso migliore resta  $O(n \log n)$ .



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI TRIESTE**

