FISICA GENERALE

— Parte 3 —

Statistica

Link moodle: https://moodle2.units.it/course/view.php?id=16681

Codice Teams del corso: gz0wuf4

Programma delle lezioni

Lezione 1: Introduzione al corso, ai concetti generali e all'analisi degli errori; stima delle incertezze

Lezione 2: Errori casuali e sistematici, rappresentazione degli errori, cifre significative, discrepanza

Lezione 3: Errori assoluti e relativi, applicazioni particolari della propagazione degli errori, somma in quadratura

Lezione 4: Propagazione degli errori, funzioni di una o più variabili, formula generale; esempi ed esercizi

Lezione 5: Analisi statistica degli errori casuali; media, deviazione standard; errori sistematici

Lezione 6: Rappresentazione dei dati; istogrammi e distribuzioni, distribuzione limite

Lezione 7: Distribuzione normale o gaussiana (prima parte); livelli di confidenza

Lezione 8: Distribuzione gaussiana (seconda parte) e principio di massima verosimiglianza; rigetto dei dati

Lezione 9: Distribuzione binomiale

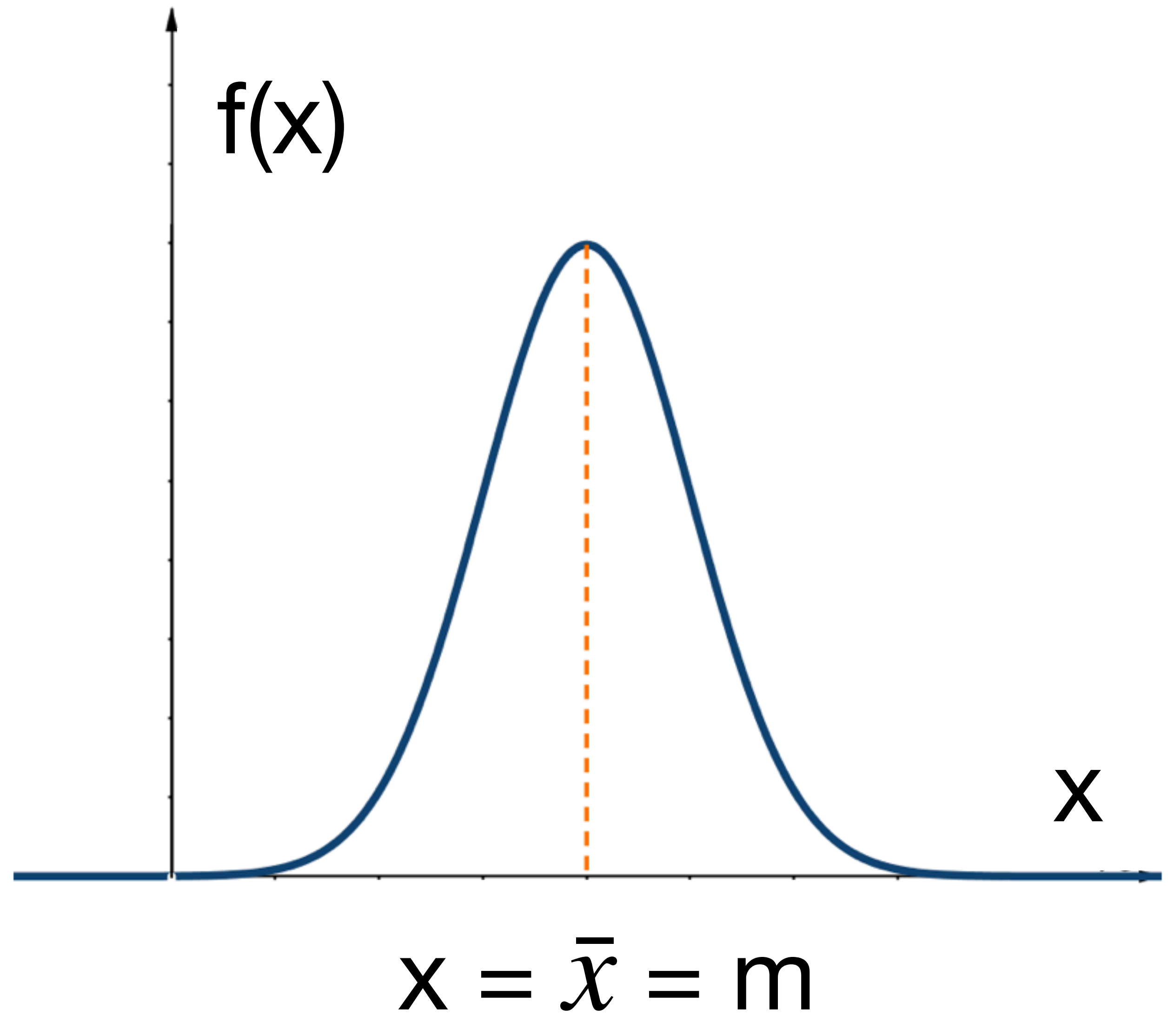
Lezione 10: Distribuzione di Poisson

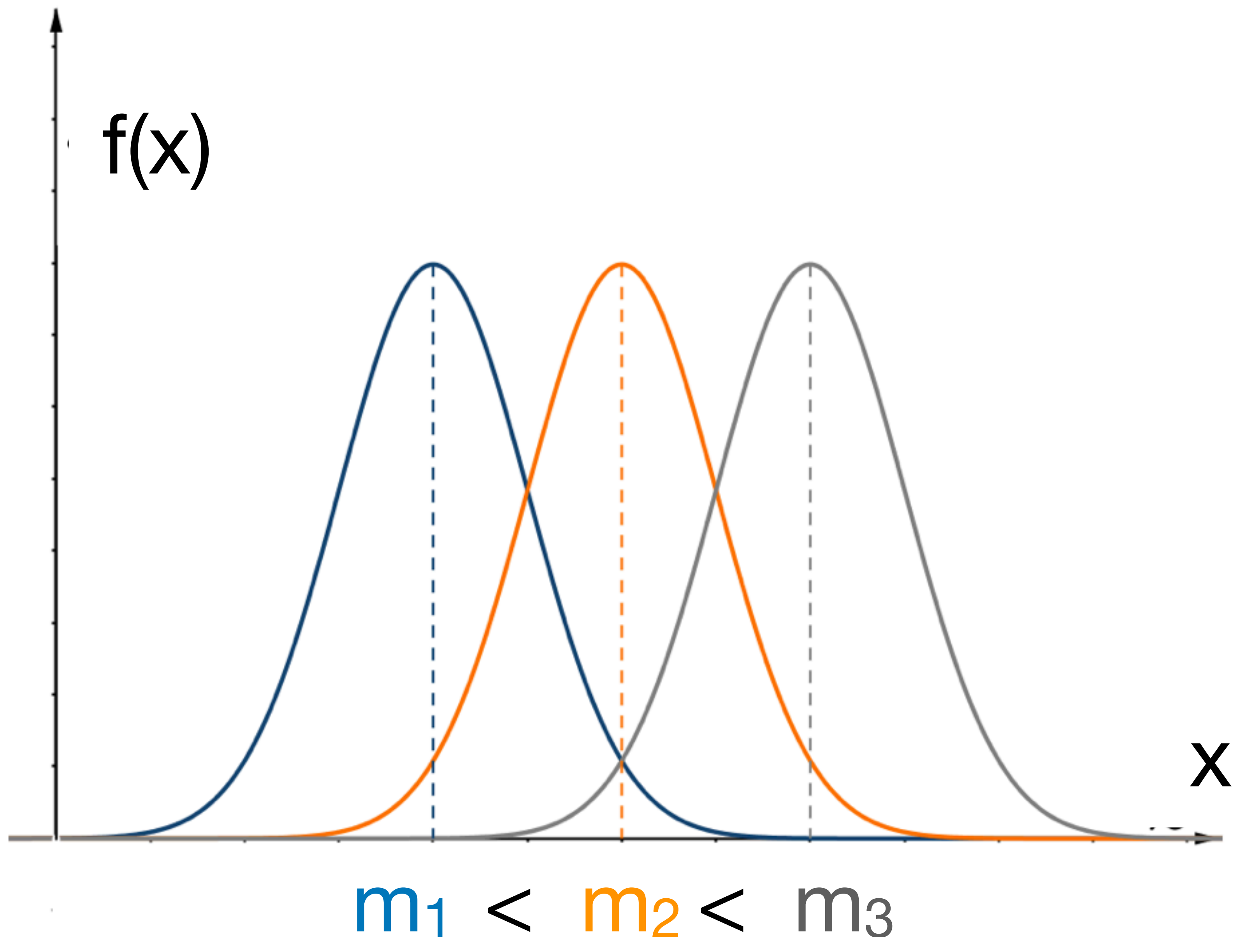
Lezione 11: Metodo dei minimi quadrati; ripasso di eventuali argomenti a richiesta; esercizi

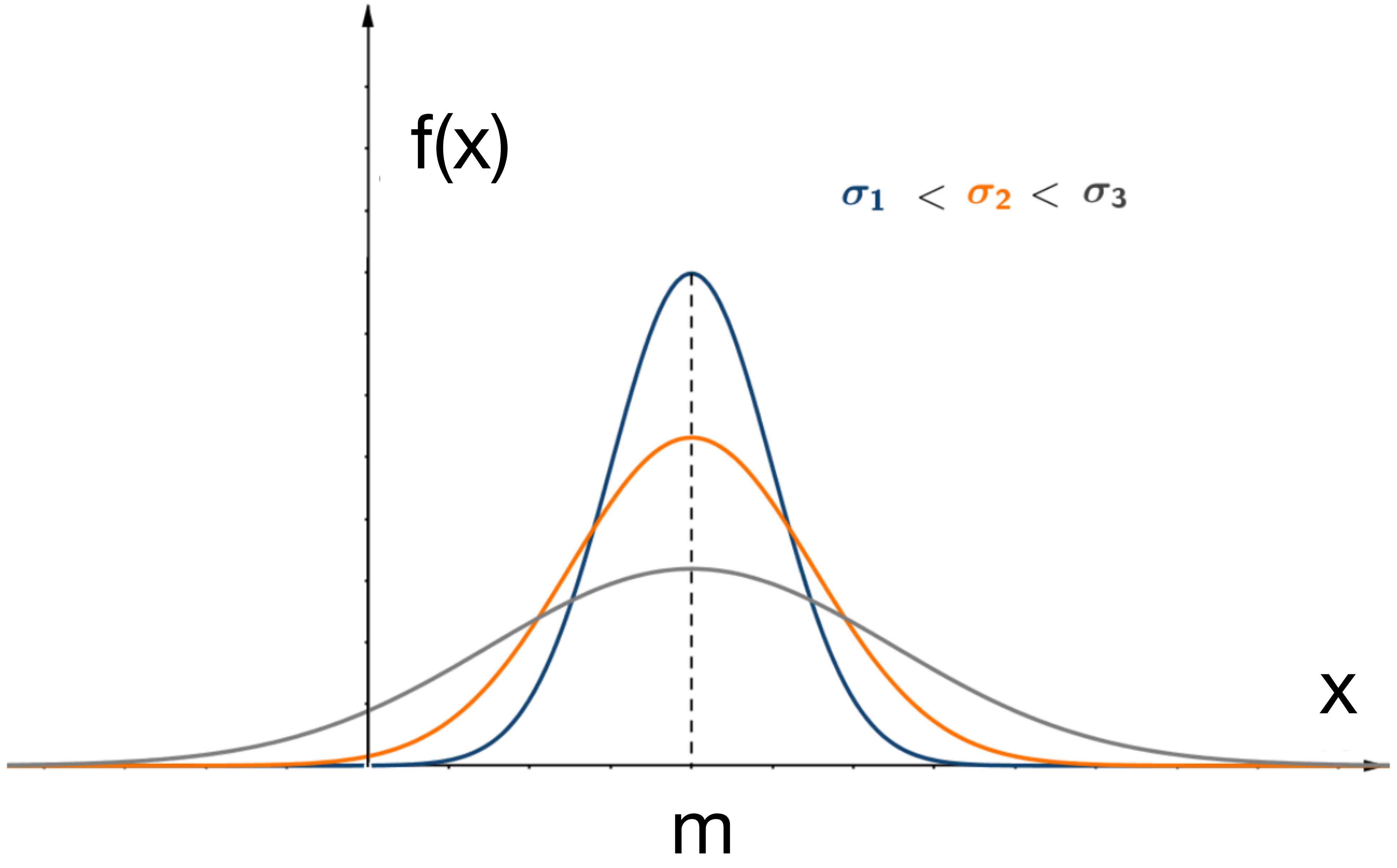
Gaussiana: normalizzazione, media e varianza

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

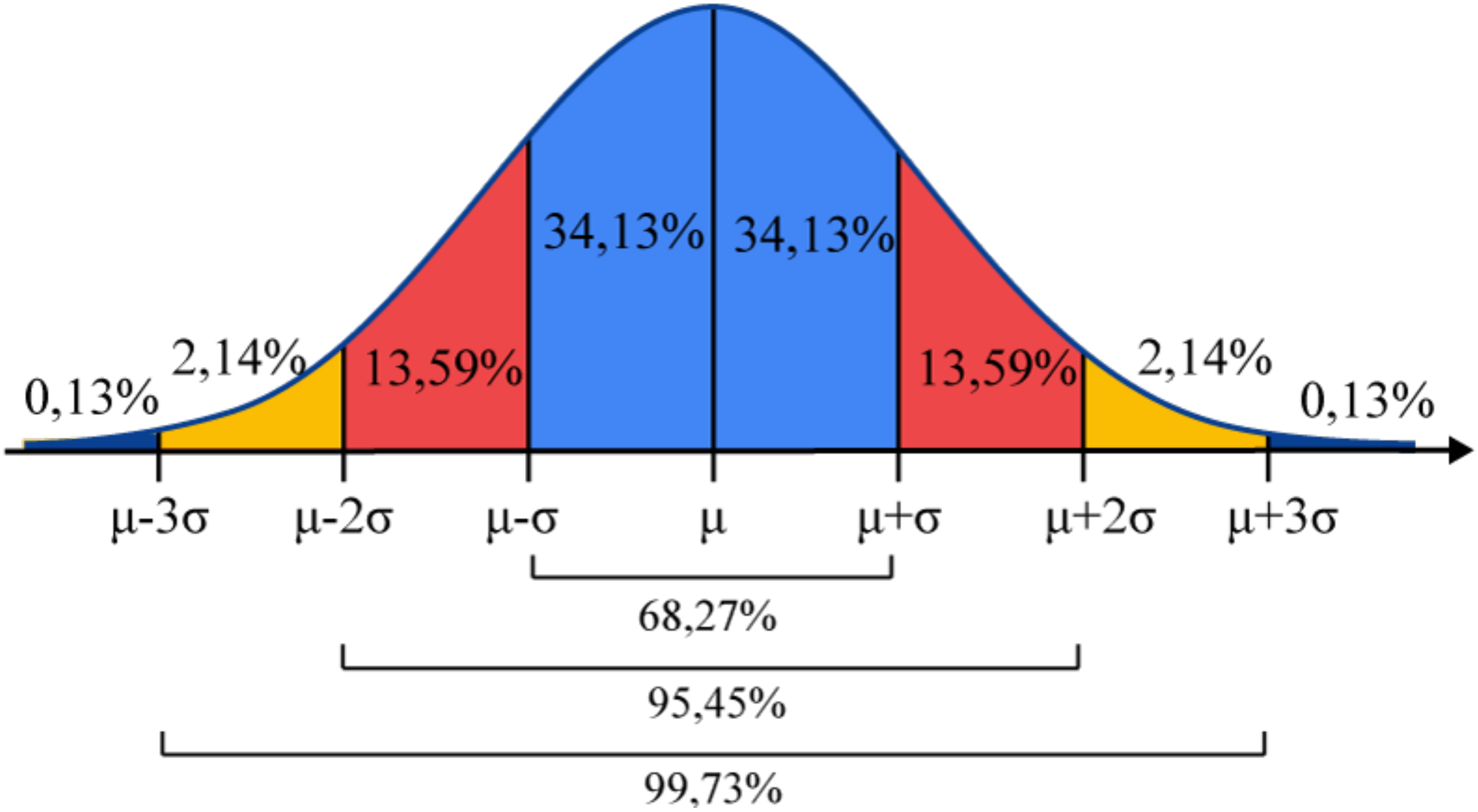
$$f(x) = f_{m,\sigma}(x)$$







Livelli di confidenza

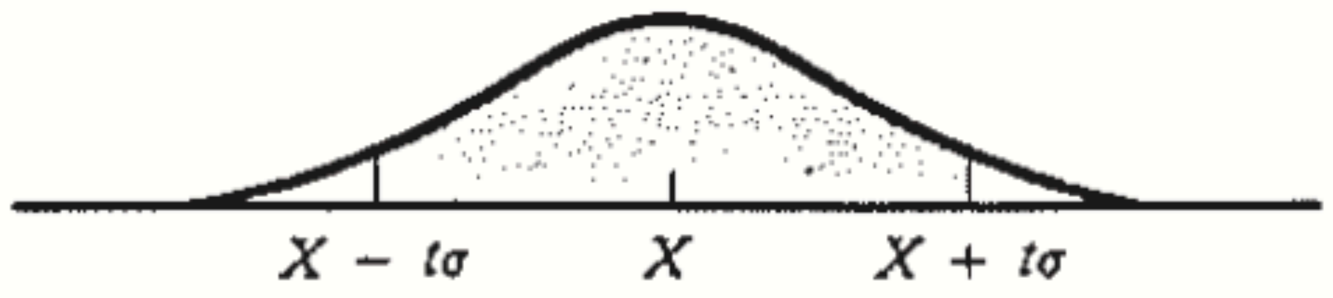


Distribuzione normale standardizzata ed intervalli di probabilità.

Livelli di confidenza e funzione degli errori

APPENDICE A
Integrale Normale degli Errori, I

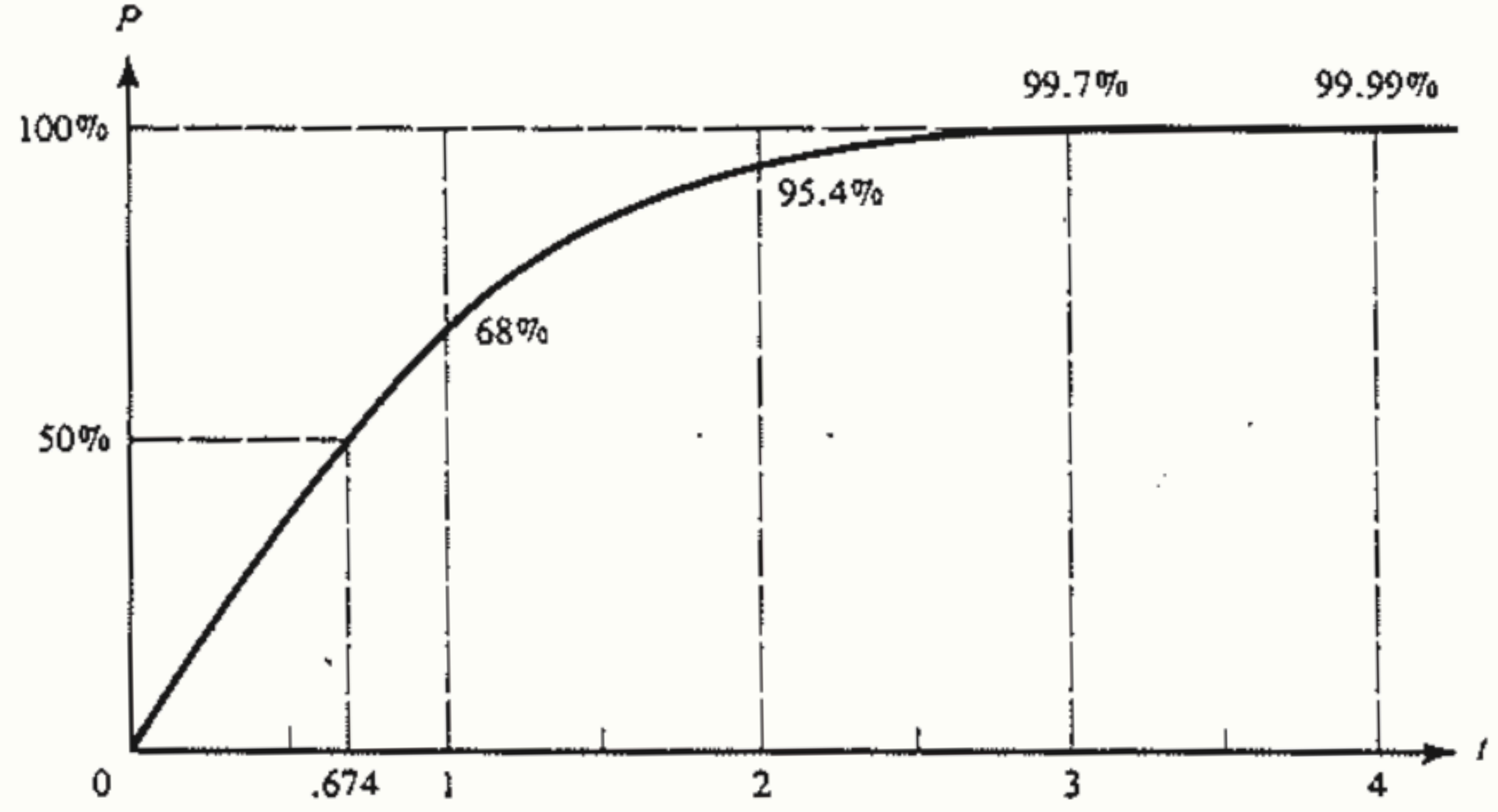
Tabella A. La probabilità percentuale,
$P(\text{entro } t\sigma) = \int_{X-t\sigma}^{X+t\sigma} f_{X,\sigma}(x)dx$,
come una funzione di t.



$$P(\text{entro } t\sigma) = P(X - t\sigma \leqslant x \leqslant X + t\sigma)$$
$$= \int_{X-t\sigma}^{X+t\sigma} f_{X,\sigma}(x)\,dx$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-t}^{t} e^{-z^2/2}\,dz.$$

t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.00	0.80	1.60	2.39	3.19	3.99	4.78	5.58	6.38	7.17
0.1	7.97	8.76	9.55	10.34	11.13	11.92	12.71	13.50	14.28	15.07
0.2	15.85	16.63	17.41	18.19	18.97	19.74	20.51	21.28	22.05	22.82
0.3	23.58	24.34	25.10	25.86	26.61	27.37	28.12	28.86	29.61	30.35
0.4	31.08	31.82	32.55	33.28	34.01	34.73	35.45	36.16	36.88	37.59
0.5	38.29	38.99	39.69	40.39	41.08	41.77	42.45	43.13	43.81	44.48
0.6	45.15	45.81	46.47	47.13	47.78	48.43	49.07	49.71	50.35	50.98
0.7	51.61	52.23	52.85	53.46	54.07	54.67	55.27	55.87	56.46	57.05
0.8	57.63	58.21	58.78	59.35	59.91	60.47	61.02	61.57	62.11	62.65
0.9	63.19	63.72	64.24	64.76	65.28	65.79	66.29	66.80	67.29	67.78
1.0	68.27	68.75	69.23	69.70	70.17	70.63	71.09	71.54	71.99	72.43
1.1	72.87	73.30	73.73	74.15	74.57	74.99	75.40	75.80	76.20	76.60
1.2	76.99	77.37	77.75	78.13	78.50	78.87	79.23	79.59	79.95	80.29
1.3	80.64	80.98	81.32	81.65	81.98	82.30	82.62	82.93	83.24	83.55
1.4	83.85	84.15	84.44	84.73	85.01	85.29	85.57	85.84	86.11	86.38
1.5	86.64	86.90	87.15	87.40	87.64	87.89	88.12	88.36	88.59	88.82
1.6	89.04	89.26	89.48	89.69	89.90	90.11	90.31	90.51	90.70	90.90
1.7	91.09	91.27	91.46	91.64	91.81	91.99	92.16	92.33	92.49	92.65
1.8	92.81	92.97	93.12	93.28	93.42	93.57	93.71	93.85	93.99	94.12
1.9	94.26	94.39	94.51	94.64	94.76	94.88	95.00	95.12	95.23	95.34
2.0	95.45	95.56	95.66	95.76	95.86	95.96	96.06	96.15	96.25	96.34
2.1	96.43	96.51	96.60	96.68	96.76	96.84	96.92	97.00	97.07	97.15
2.2	97.22	97.29	97.36	97.43	97.49	97.56	97.62	97.68	97.74	97.80
2.3	97.86	97.91	97.97	98.02	98.07	98.12	98.17	98.22	98.27	98.32
2.4	98.36	98.40	98.45	98.49	98.53	98.57	98.61	98.65	98.69	98.72
2.5	98.76	98.79	98.83	98.86	98.89	98.92	98.95	98.98	99.01	99.04
2.6	99.07	99.09	99.12	99.15	99.17	99.20	99.22	99.24	99.26	99.29
2.7	99.31	99.33	99.35	99.37	99.39	99.40	99.42	99.44	99.46	99.47
2.8	99.49	99.50	99.52	99.53	99.55	99.56	99.58	99.59	99.60	99.61
2.9	99.63	99.64	99.65	99.66	99.67	99.68	99.69	99.70	99.71	99.72
3.0	99.73	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.5	99.95	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.0	99.994	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.5	99.9993	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.0	99.99994	—	—	—	—	—	—	—	—	—

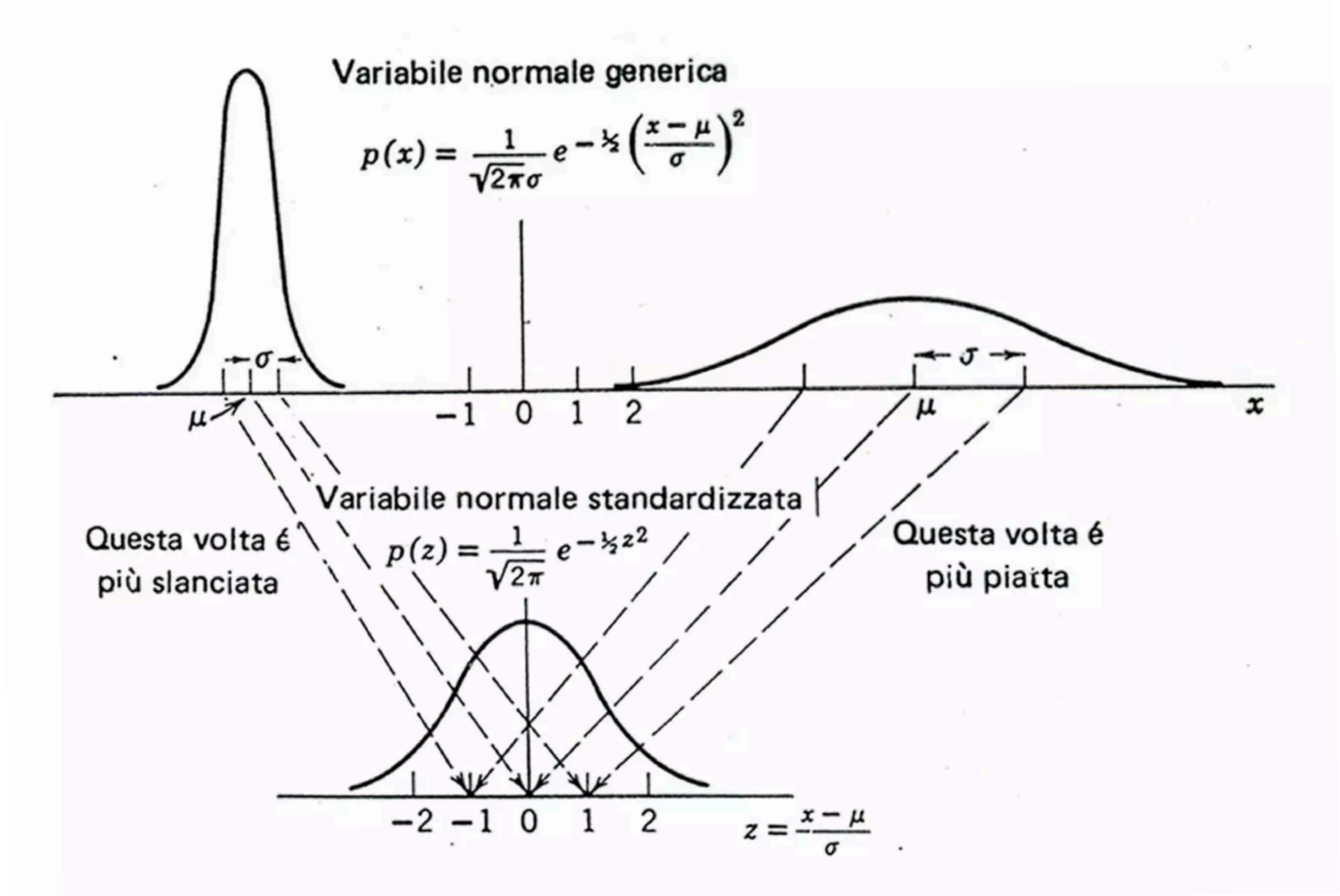
Livelli di confidenza



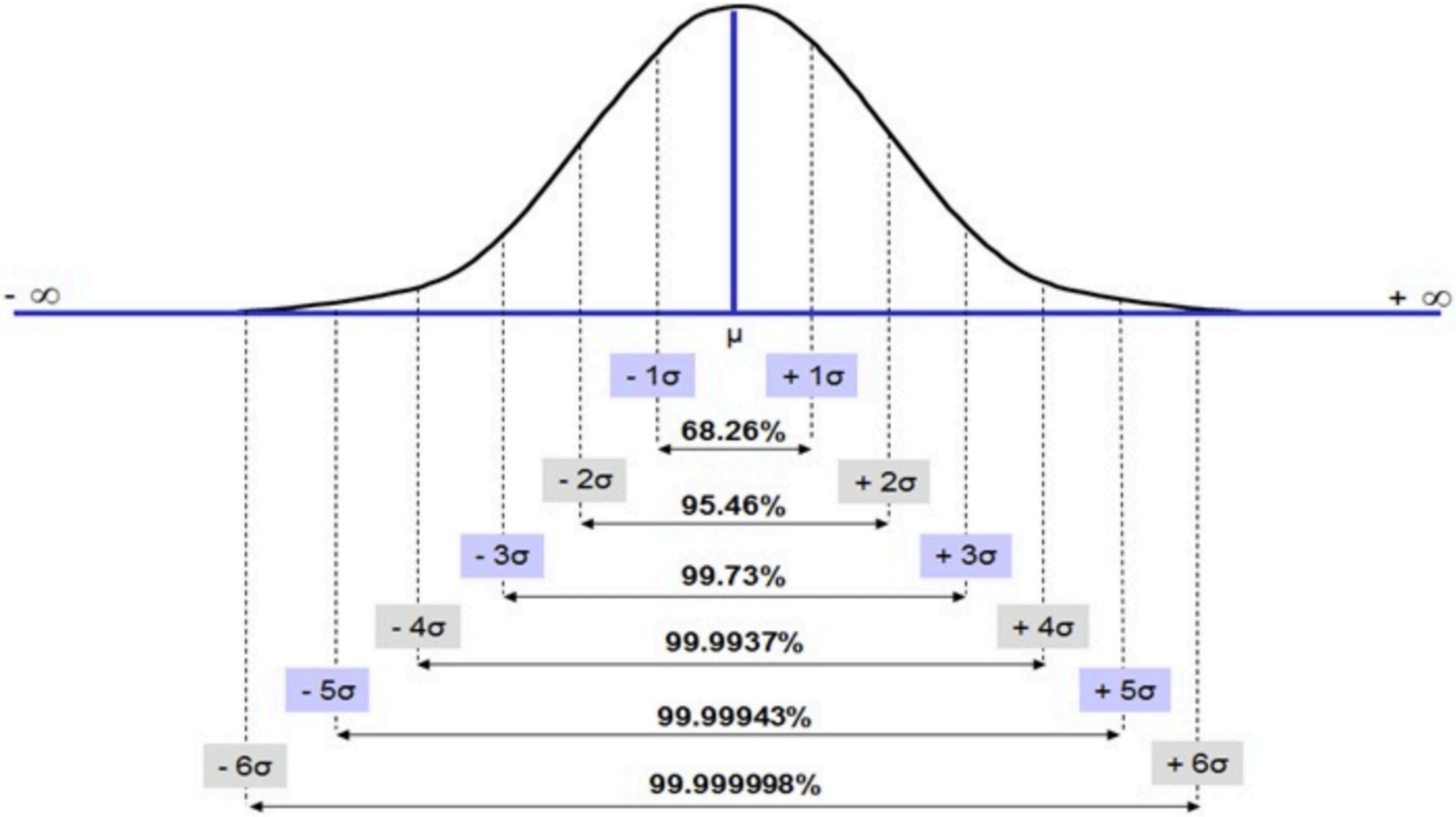
t	0	.25	.5	.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
P (%)	0	20	38	55	68	79	87	92	95.4	98.8	99.7	99.95	99.99

Figura 5.13. *La probabilità* P*(entro* tσ*) che una misura di* x *cada entro* t *deviazioni standard del valore vero* x = X. *Due nomi comuni per questa funzione sono l'"integrale normale degli errori" e la "funzione degli errori"*, erf *(*t*)*.

Distribuzione normale standardizzata



Livelli di confidenza



Distribuzione normale standardizzata ed intervalli di probabilità.

Principio di massima verosimiglianza

Dati $x_1, \ldots, x_N$ e $f_{X,\sigma}(x)$ le stime più probabili di X e σ sono quei valori per i quali $x_1, \ldots, x_N$ sono più probabili

$$P_{X,\sigma}(x_1) \propto \frac{1}{\sigma_1} e^{-(x_1 - X)^2/(2\sigma_1^2)}$$

$$P_{X,\sigma}(x_1, \ldots, x_N) = P_{X,\sigma} \propto \frac{1}{\sigma^N} e^{-\sum_i (x_i - X)^2/(2\sigma^2)}$$

$$\sum_i (x_i - X) = 0$$

$$X = \frac{\sum_i x_i}{N}$$

Giustificazione della media come miglior misura

e analogamente: $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Giustificazione della somma in quadratura

$$q = x + A$$

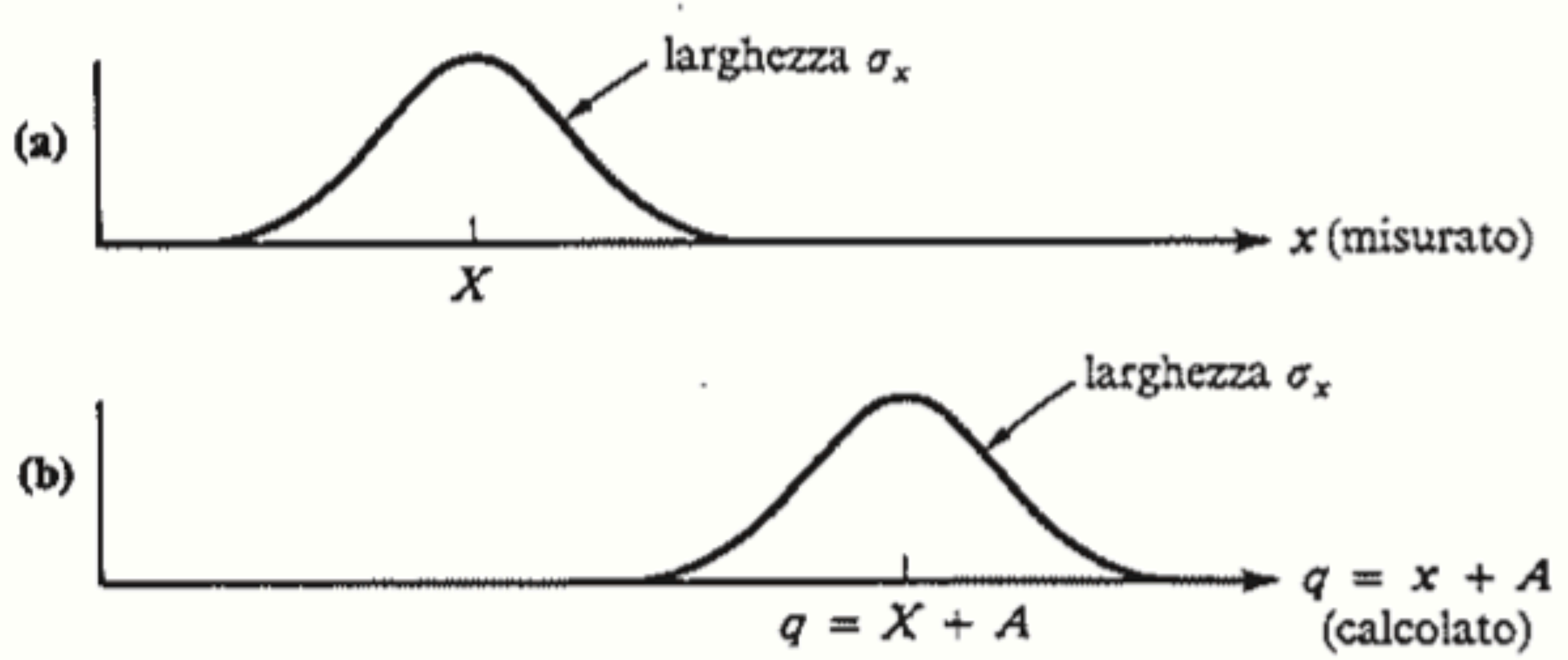


Figura 5.14. *Se i valori misurati di* x *sono normalmente distribuiti con centro* $x = X$ *e larghezza* σ_x*, allora i valori calcolati di* $q = x + A$ *(con* A *fissato e noto) saranno normalmente distribuiti con centro* $q = X + A$ *e la stessa larghezza* σ_x*.*

Giustificazione della somma in quadratura

$$q = Bx$$

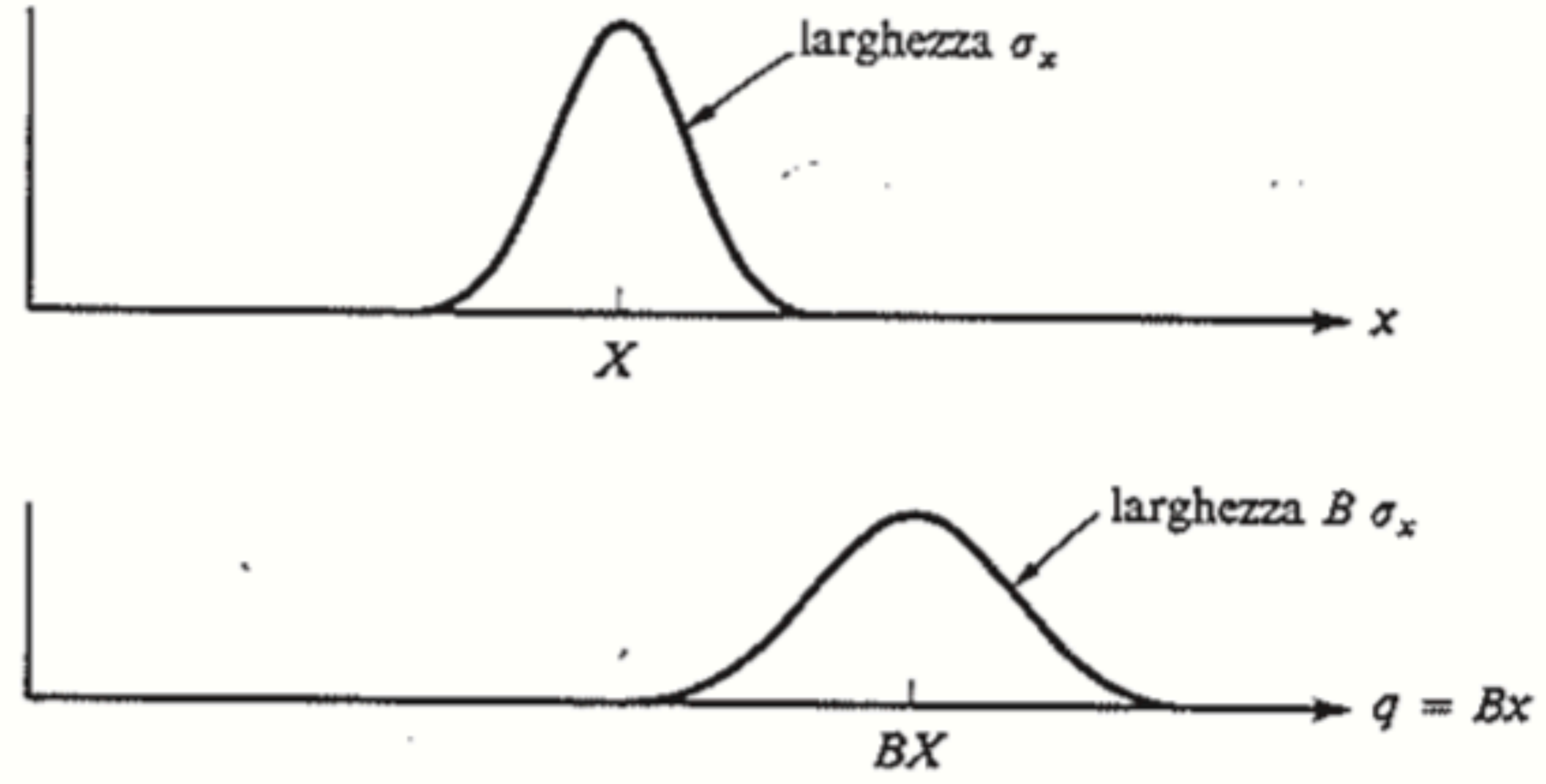


Figura 5.15. *Se i valori misurati di* x *sono normalmente distribuiti con centro* $x = X$ *e larghezza* σ_x*, allora i valori calcolati di* $q = BX$ *(con* B *fissato e noto) saranno normalmente distribuiti con centro* BX *e larghezza* $B\,\sigma_x$*.*

Giustificazione della somma in quadratura

Somma di due grandezze misurate

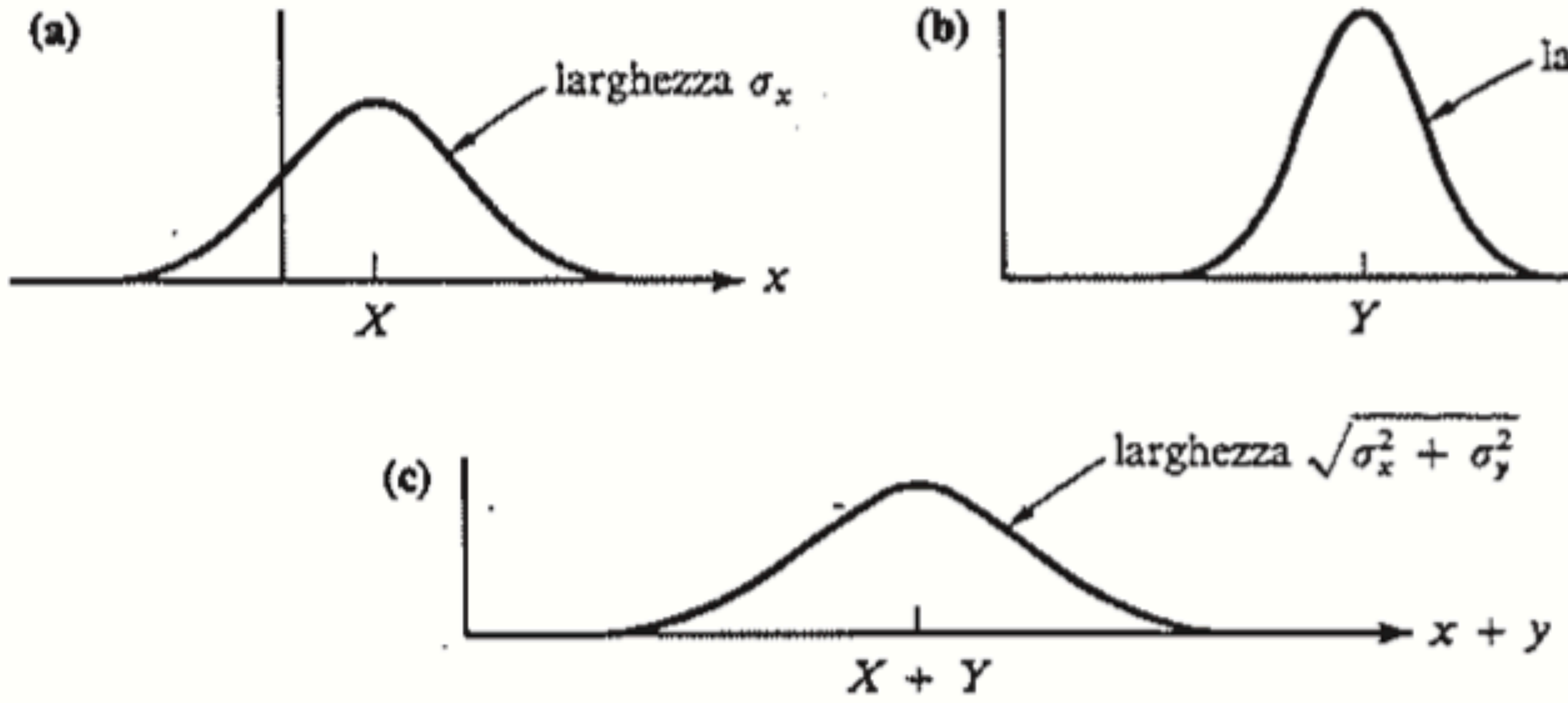


Figura 5.16. *Se le misure di x e y sono indipendenti e normalmente distribuite con centri X e Y e larghezza σ_x e σ_y, allora i valori calcolati di x + y sono normalmente distribuiti con centro X + Y e larghezza $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$.*

Rigetto dei dati e criterio di Chauvenet

$$x_1, x_2, x_3, \cancel{x_4}, \ldots, x_N$$

3.8, 3.5, 3.9, 3.9, 3.4, 1.8

$x_1, \ldots, x_N$

$$t_{sus} = \frac{x_{sus} - \bar{x}}{\sigma_x}$$

n (peggiori di x_{sus}) $= NP$ (al di fuori di $t_{sus}\,\sigma_x$)

Se $n < 1/2$ allora x_{sus} NON segue il criterio di Chauvenet e deve essere rigettata