

II PROVETTA DI GEOMETRIA 2 A.A. 2017/18
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Trieste, 14 giugno 2018.

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate.

- (1) Sia f un'isometria del piano euclideo \mathbb{E}^2 prodotto di tre riflessioni.
- (a) Dimostrare che se i tre assi passano tutti per un punto O , allora f è una riflessione.
 - (b) Dimostrare che se i tre assi sono paralleli, allora f è una riflessione.

(Suggerimento: in ciascun caso scegliere opportunamente il sistema di riferimento).

- (2) Nel piano proiettivo reale $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ in cui è fissato un riferimento proiettivo, sono dati i punti $A[0, 0, 1]$, $B[0, 1, 0]$, $C[1, 0, 0]$, $D[1, 1, 1]$, e $A'[1, 0, 0]$, $B'[0, 1, 1]$, $C'[0, 0, 1]$, $D'[1, 2, 3]$. Verificare che esiste una e una sola proiettività T che manda ordinatamente A, B, C, D in A', B', C', D' . Scrivere equazioni di tale proiettività, della forma $\rho x'_i = \sum_{j=0}^2 a_{ij} x_j$, con $i = 0, 1, 2$. Verificare che T ha tre punti fissi e determinarli.

- (3) Al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$ si considerino le coniche euclidee C_t di equazione

$$2xy - 2x - 2ty - 2 = 0.$$

- (a) Si scriva la matrice simmetrica associata a C_t e se ne determini il rango in funzione di t ;
- (b) Si determini il tipo di C_t in funzione di t e se ne scriva l'equazione canonica;
- (c) nel caso che C_t sia a centro, si determinino le coordinate di tale centro;
- (d) si scriva l'equazione della chiusura proiettiva $\bar{C}_t \subset \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ e si determinino i punti impropri di C_t .