

**PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA 2 – A.A. 2017/18**  
**CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA**

Trieste, 7 febbraio 2019

**Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate.**

1. Nello spazio affine  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$  sono date le rette

$$r \begin{cases} x = 1 \\ y = z \end{cases}, \quad s \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}.$$

- (i) Verificare che  $r$  e  $s$  sono sghembe.
- (ii) Dimostrare che, dato un punto  $Q$  non appartenente a  $r$  nè a  $s$ , esiste una e una sola retta  $q$  passante per  $Q$  e complanare con  $r$  e  $s$ .
- (iii) Nel caso  $Q(0, 2, 1)$ , determinare equazioni parametriche e cartesiane di tale retta  $q$ , e determinare le posizioni reciproche di  $q$  con  $s$  e con  $r$ .

2. Si consideri il piano euclideo con un sistema di riferimento cartesiano.

- (i) Scrivere equazioni della rotazione  $\sigma$  di centro  $P_0(1, 1)$  e angolo  $\theta = \pi/3$ .
- (ii) Scrivere equazioni della riflessione  $\rho_r$ , dove  $r$  è la retta di equazione

$$x - y = 0.$$

- (iii) Posto  $\varphi = \sigma \circ \rho_r$ , scrivere equazioni dell'isometria  $\varphi$  e descriverla geometricamente.

3. Si consideri lo spazio affine  $\mathbb{A}_{\mathbb{C}}^5$  e la sua immersione naturale nello spazio proiettivo  $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^5$ . Sia  $S$  il sottospazio affine di  $\mathbb{A}_{\mathbb{C}}^5$  di equazioni

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_3 - x_4 = 1 \\ x_5 + 2 = 0, \end{cases}$$

e sia  $\bar{S}$  la sua chiusura proiettiva. Qual è la dimensione di  $S$ ? Scrivere equazioni cartesiane per  $\bar{S}$ . Verificare che i suoi punti impropri formano una retta proiettiva  $L$  (sottospazio proiettivo di dimensione 1), e trovare due punti di  $L$ .

4.