

**Preappello Estivo**  
*Istituzioni di Matematiche B – prof. Vlacci*  
Corso di Laurea in Geologia A.A. 2021/2022

LEGGERE ATTENTAMENTE IL TESTO E RISOLVERE I QUESITI GIUSTIFICANDO LE RISPOSTE.

---

Scrivere il proprio:

NOME .....

COGNOME .....

Numero Matricola .....

Eventuale indirizzo email per comunicazioni .....

---

ESERCIZIO 1: Calcolare, se esiste,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{y^2 \ln x}{(x-1)^2 + y^2}$$

ESERCIZIO 2: Calcolare, se esistono,

a)  $\int_0^{\pi/2} \sin^3(x) \cos(x) dx$

b)  $\int_0^2 \frac{x+2}{e^{x-3}} dx$ .

Desumere poi che  $\int_{-\infty}^0 \frac{x+2}{e^{x-3}} dx$  non è convergente, mentre  $\int_0^{+\infty} \frac{x+2}{e^{x-3}} dx$  è convergente; si chiede di stabilire il valore di tale integrale improprio.

ESERCIZIO 3: Calcolare

$$\iint_D e^{y^3} \sqrt{xy - y^2} dx dy,$$

ove  $D$  è la regione limitata di piano individuata dalle rette di equazioni  $y = x$ ,  $x = 10y$  e  $y = 1$ .

ESERCIZIO 4: Della funzione

$$f(x, y) = e^y(y+1)(x^2 + x - 2)$$

- a) si determinino gli eventuali punti di massimo/minimo/sella;
- b) si determini e descriva l'insieme di livello  $\mathcal{L} = \{(x, y) : f(x, y) = 0\}$ ;
- c) si determini l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(2, 0, 4)$ ;
- d)\* si stabilisca quanti siano al più i punti estremali di  $f$  ristretta lungo la retta di equazione  $y = x - 1$   
SENZA CALCOLARLI ESPLICITAMENTE.

ESERCIZIO 5: In una regione piana (riferito ad un sistema di coordinate cartesiane ortonormali) la temperatura  $T$  misurata in gradi centigradi varia secondo la legge

$$T(x, y) = x^2 e^{-y}.$$

- 1) Descrivere la curva di livello relativa alla temperatura  $25^\circ$ .
- 2) Trovare tutti i punti estremali di  $T$ .
- 3) Stabilire lungo quale direzione la temperatura  $T$  aumenta più velocemente nel punto di coordinate  $(2, 1)$ .
- 4) Calcolare la temperatura accumulata lungo il segmento congiungente  $(0, 1)$  a  $(1, 0)$ .

ESERCIZIO 6: Se  $L(x, y) = -y \, dx + x \, dy$  e  $\gamma(t) = (t \sin t, 2t)$ , posto  $A = (0, 0)$  e  $B = (0, 2\pi)$ , si determini

$$\int_{\widehat{AB}} L$$

quando l'integrale curvilineo è calcolato lungo la curva  $\gamma$  oppure lungo il segmento che unisce  $A$  a  $B$ .

ESERCIZIO 7: Calcolare

$$\iint_D \frac{1}{(2y - x + 8)^2} \, dx \, dy,$$

ove  $D = \{(x, y) : y^2 \leq x \leq 2y + 3\}$ . dalle curve di equazione  $y = -x$ ,  $x = \sqrt{y}$  e  $y = 2$ .

ESERCIZIO 8:

Calcolare, se esistono,

$$\int_0^3 \frac{x}{x^2 - 9} \, dx \quad \int_0^{\pi/2} \sin^3(x) \cos(x) \, dx \quad \int_0^{\pi/4} \tan^3 x \, dx$$