

## RICHIAMI SUL CALCOLO DELLE SPINTE SUI MURI DI SOSTEGNO

Quasi tutte le immagini sono tratte da:

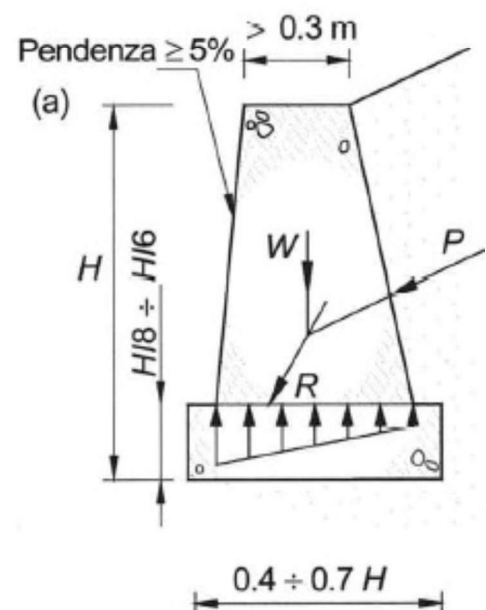
Lancellotta, Costanzo, Foti, PROGETTAZIONE GEOTECNICA – Hoepli Ed. 2011

---

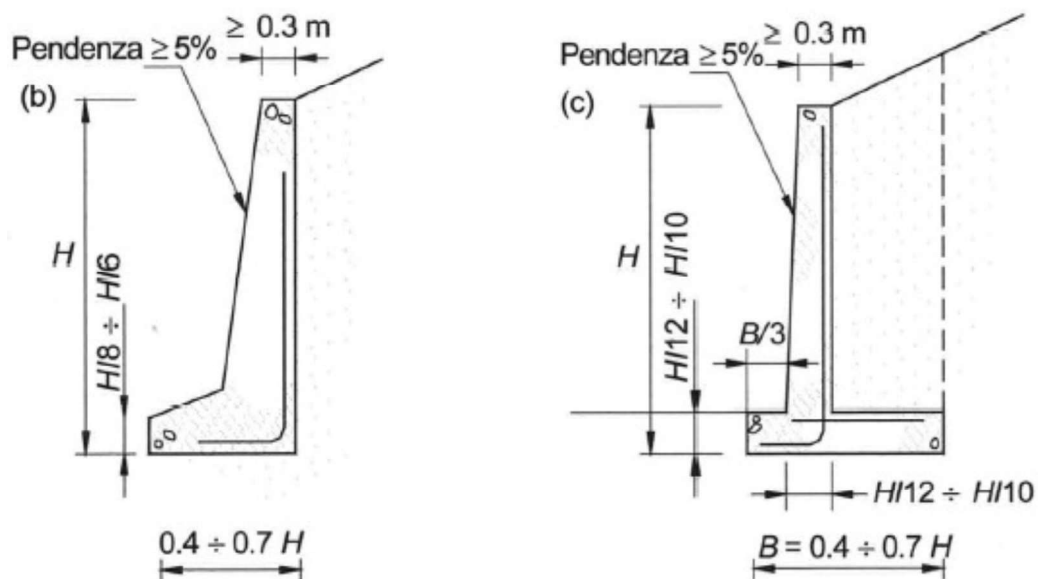
### GENERALITÀ

Sono strutture di sostegno le opere realizzate per garantire stabilità a un fronte di terreno potenzialmente instabile.

Il muro a gravità indica una struttura in pietrame o calcestruzzo la cui stabilità dipende dal peso proprio. Le sue dimensioni sono solitamente determinate in modo che in nessuna sezione si producano sforzi di trazione.

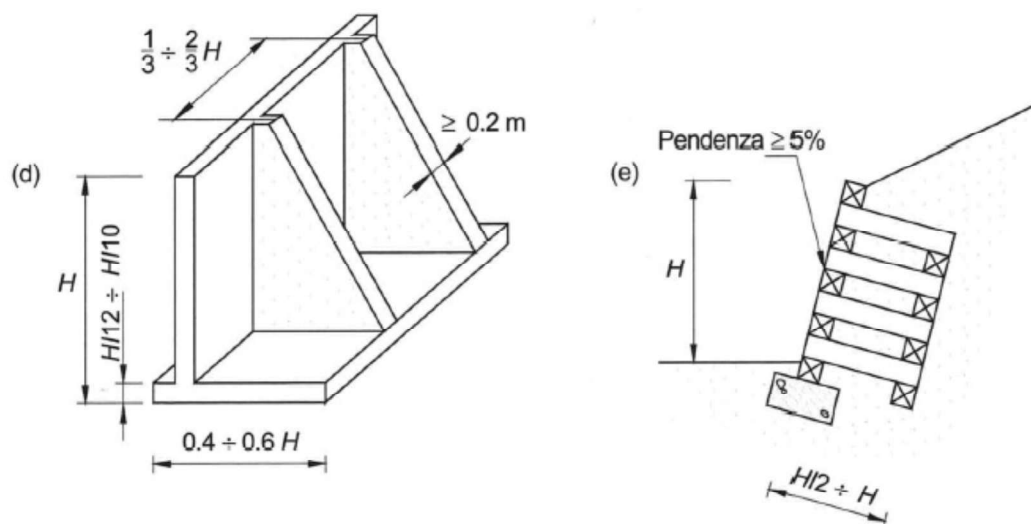


Introducendo armatura in zona tesa si possono realizzare strutture più snelle fino alla ragione a raggiungere la configurazione del muro a mensola che sfrutta il peso del terreno che grava sulla sua rifondazione per garantire la stabilità.



Quando il paramento diventa sottile può essere conveniente realizzare contrafforti o speroni per irrigidirlo e rinforzarlo.

Esistono soluzioni alternative come le strutture prefabbricate in modo da realizzare celle successivamente riempite con terreno e le opere di terra armata e terra rinforzata.

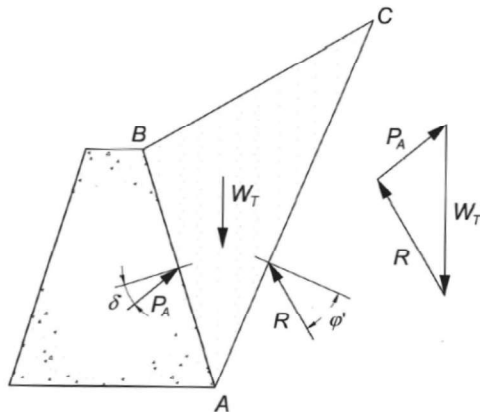


## RICHIAMI SUL CALCOLO DELLA SPINTA ATTIVA

### TEORIA DI COULOMB (O METODO DELL'EQUILIBRIO GLOBALE – 1773)

Il procedimento consiste nell'individuare un meccanismo di collasso e nel valutare il corrispondente valore del carico di collasso da considerazioni di equilibrio globale

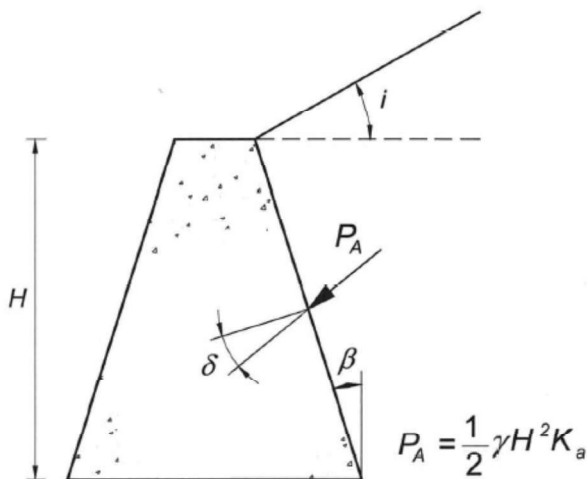
Nel caso della spinta attiva (rilevante per le opere di sostegno) si considera l'equilibrio del cuneo di terreno ABC (considerato come corpo rigido), nella generica posizione della



traccia AC della superficie di scivolamento piana

$W_T$  è noto dalla geometria ipotizzata.

Imponendo la chiusura del triangolo delle forze (condizione necessaria ma non sufficiente per l'equilibrio) si ricava il modulo della spinta risultante sul muro  $P_A$  e della risultante delle azioni sulla superficie di scorrimento  $R$ .



Se sia la superficie del muro che l'estradosso del terreno sono piani (ovvero se il cuneo di terreno retrostante è triangolare) si può ricavare analiticamente il valore massimo della spinta  $P_A$  al variare della superficie di scivolamento:

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

dove  $K_a$  vale:

$$K_a = \frac{\cos^2(\varphi' - \beta)}{\cos^2 \beta \cdot \cos(\beta + \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi') \sin(\varphi' - i)}{\cos(\beta + \delta) \cos(\beta - i)}} \right]^2}$$

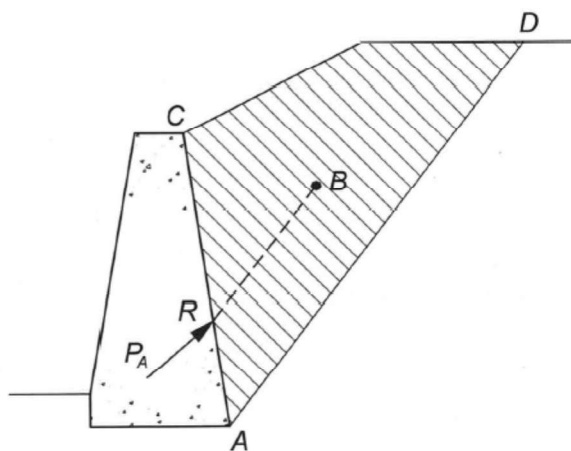
Nel caso in cui  $\beta = i = 0$  l'espressione si semplifica nella:

$$K_a = \frac{\cos^2 \varphi'}{\cos \delta \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi') \sin \varphi'}{\cos \delta}} \right]^2}$$

e, se si assume  $\delta = 0$ , la soluzione di Coulomb coincide con quella di Rankine (vedi).

Per quanto riguarda il punto di applicazione della spinta  $P_A$ : a) il metodo di Coulomb esegue un equilibrio globale e non considera le condizioni di equilibrio locale; b) di conseguenza non è nota quale sia la distribuzione delle tensioni sul muro e quindi nemmeno quale sia la posizione della loro risultante.

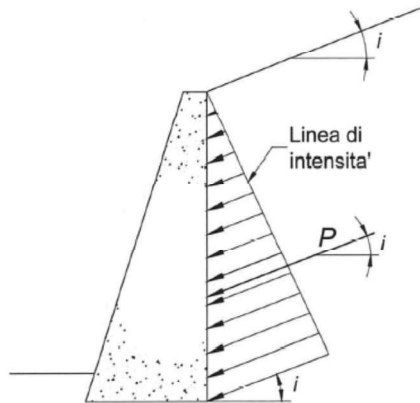
Nel caso di cuneo triangolare, sulla base delle analisi successive dovute a Rankine si può affermare che la pressione sul paramento varia linearmente con la profondità e di conseguenza che la relativa risultante è applicata a  $H/3$  dal piede.



Nel caso di superficie libera del terreno con forma irregolare Terzaghi suggerì di assumere che il punto di applicazione della spinta corrispondente all'intersezione tra la parete del muro e la retta passante per il baricentro del cuneo tracciata parallelamente alla superficie di scivolamento.

## TEORIA DI RANKINE (1857)

La teoria si basa sull'ipotesi lo stato di sforzo agente sul paramento sia lo stesso esistente in condizioni limite su un piano nella stessa posizione appartenente al terreno come ammasso indefinito.



Facendo riferimento allo schema di figura il piano verticale corrispondente al paramento del muro e la superficie libera del terreno sono quindi piani coniugati. Il vettore sforzo  $\sigma'_a$  agente sul piano verticale risulta parallelo la superficie del terreno.

Il valore di  $\sigma'_a$  è dato dalla:

$$\frac{\sigma'_a}{\sigma'_{vo}} = \frac{\cos(i) - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}{\cos(i) + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}$$

in funzione del valore del vettore sforzo agente alla profondità  $z$  sul generico piano parallelo alla superficie.

$$\sigma'_{vo} = \gamma' z \cos(i)$$

In questa ipotesi l'inclinazione del vettore sforzo è quindi imposta e non può essere assunta pari all'angolo di attrito muro-terreno come nella teoria di Coulomb.

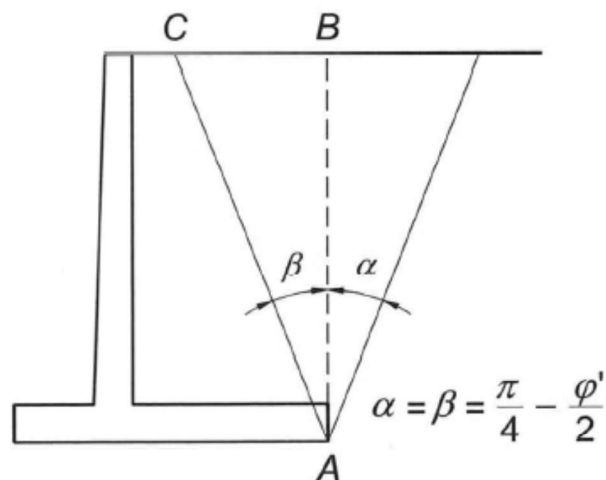
Nel caso particolare di piano di campagna orizzontale l'obliquità è nulla e il valore dello sforzo alla profondità  $z$  sul paramento è dato dalla espressione:

$$\sigma'_a = \sigma'_{vo} \frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'} = \sigma'_{vo} \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$$

L'eventuale presenza di un sovraccarico sul terreno del cuneo va tenuta in conto modificando opportunamente il valore della  $\sigma'_{vo}$

In presenza di superficie scabra del paramento l'adozione della soluzione di Rankine risulta quindi conservativa. Volendo tenere conto dell'attrito muro-terreno è necessario riferirsi alla teoria di Coulomb.

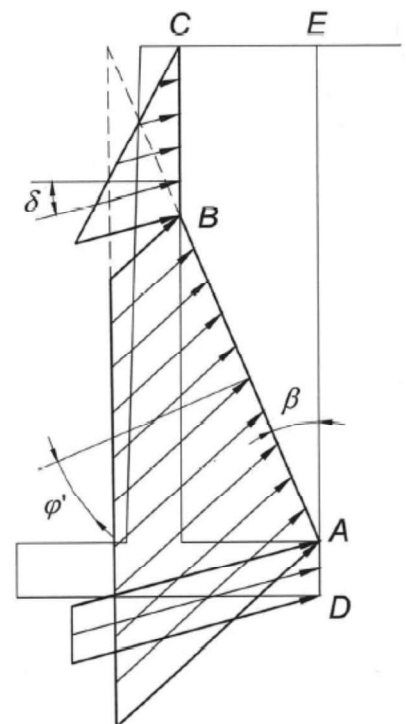
Nel caso di un muro a mensola le ipotesi di Rankine si possono ritenere soddisfatte se le superfici di rottura non intersecano il paramento del muro, come in figura. In questo caso si calcola la spinta sulla sezione virtuale verticale AB.



Se invece la superficie di rottura virtuale incontra il paramento del muro come in figura il calcolo della spinta è più complesso.

Si dovrebbe tenere conto della diversa inclinazione dello sforzo nei diversi tratti.

Nella pratica si fa l'approssimazione che sulla intera parete virtuale DE si possa ancora applicare la teoria di Rankine commettendo un piccolo errore a favore di stabilità.



## VERIFICHE AGLI SLU DEI MURI DI SOSTEGNO

Le verifiche di sicurezza comprendono il controllo dell'esistenza di sufficienti margini di sicurezza nei confronti di:

- ribaltamento (EQU)
- instabilità del complesso opera – terreno (analisi del pendio) (GEO)
- raggiungimento del carico limite del sistema fondazione terreno (GEO)
- scorrimento sul piano di fondazione (GEO)
- collasso della struttura del muro (STR)

SCHEDA 4.1

## OPERE DI SOSTEGNO A GRAVITA'

- Verifiche di stato limite ultimo SLU

---

1. STABILITA' GLOBALE DEL COMPLESSO OPERA-TERRENO: DA1-C2 (A2; M2; R2)

(rilevante nel caso di opere inserite in un pendio)

|      |            |                   |                    |      |                         |
|------|------------|-------------------|--------------------|------|-------------------------|
|      |            | <i>favorevole</i> | <i>sfavorevole</i> |      |                         |
| (A2) | $\gamma_G$ | 1                 | 1                  | (M2) | $\gamma_{\phi'} = 1.25$ |
|      | $\gamma_Q$ | 0                 | 1,3                |      | $\gamma_{c_u} = 1.25$   |

(R2)  $\gamma_R = 1.1$

---

2. VERIFICA A RIBALTAMENTO: equilibrio del corpo rigido (EQU; M2)

|       |            |                   |                    |      |                         |
|-------|------------|-------------------|--------------------|------|-------------------------|
|       |            | <i>favorevole</i> | <i>sfavorevole</i> |      |                         |
| (EQU) | $\gamma_G$ | 0,9               | 1                  | (M2) | $\gamma_{\phi'} = 1.25$ |
|       | $\gamma_Q$ | 0                 | 1,5                |      | $\gamma_{c_u} = 1.25$   |

spinta del terreno  
calcolata con i coefficienti M2

---

3. CAPACITA' PORTANTE E SCORRIMENTO

DA1-C1 (STR)  $\Rightarrow$  (A1; M1; R1)

DA1-C2 (GEO)  $\Rightarrow$  (A2; M2; R2)

oppure

DA2  $\Rightarrow$  (A1; M1; R3)

Per la verifica della stabilità globale del complesso opera-terreno deve essere obbligatoriamente applicato l'approccio A1-C2 (A2-M2-R2).

Per le verifiche di capacità portante e scorrimento la verifica deve essere soddisfatta per almeno uno dei due approcci A1 o A2.

### **STATO LIMITE ULTIMO PER SCORRIMENTO SUL PIANO DI FONDAZIONE**

La verifica nei riguardi dello scorrimento lungo la superficie di contatto tra base della fondazione del muro e terreno è soddisfatta se l'inclinazione sulla verticale della risultante risulta inferiore all'angolo di attrito per la stessa interfaccia. L'azione di progetto  $H$  è la componente del vettore risultante di tutte le forze agenti sul muro parallela al piano di scorrimento. La resistenza  $R$  è il valore della componente parallela al piano di scorrimento della forza di attrito che può esplicarsi. L'angolo di attrito che caratterizza l'interfaccia fondazione terreno dipende anche dalle modalità di getto della fondazione. La resistenza passiva agente a valle della fondazione del muro è normalmente trascurata sia per incertezze sulle caratteristiche del terreno in questa zona sia perché nel corso della vita dell'opera potrebbe lo stesso terreno essere asportato per diversi motivi.

### **STATO LIMITE ULTIMO PER RAGGIUNGIMENTO DEL CARICO LIMITE DELLA FONDAZIONE**

La verifica si esegue con le stesse modalità valide per le fondazioni dirette. Per le stesse ragioni illustrate nel caso della verifica a scorrimento il contributo alla capacità portante associato al sovraccarico a valle  $q_d$  viene normalmente trascurato.



## STATO LIMITE ULTIMO PER RIBALTAMENTO

La verifica si esegue nei confronti della possibile rotazione del muro come corpo rigido intorno all'estremità di valle della fondazione considerata centro di istantanea rotazione e unico punto di contatto della fondazione con il terreno.

Tale circostanza è giustificabile solo per muri fondati su roccia. Tale meccanismo di collasso difficilmente può infatti condizionare le verifiche nel caso di fondazione su terreno essendo normalmente preceduto dal collasso per carico limite del terreno stesso.

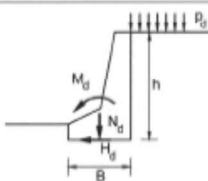
SCHEDA 4.2

### MURI DI SOSTEGNO

- Verifica a lungo termine di capacità portante e scorrimento (SLU)
- Approccio **DA1-C2** (A2; M2; R2)

Verifica  $E_d \leq R_d$  per ogni combinazione di carico

Calcolo dell'azione ( $N_d, H_d, M_d$ )



- Coefficienti di sicurezza parziali per le azioni

(A2)  $\begin{cases} \text{peso proprio muro} & \gamma_g = 1.0 \\ \text{sovraccarico } p_d & \gamma_g = 1.3 \end{cases}$  (M2) spinta attiva valutata con  $\gamma_{q'} = 1.25$   
 $\gamma_{c'} = 1.25$

Calcolo della resistenza  $R_d$  (capacità portante)

$e = \frac{M_d}{N_d}$   $B_R = B - 2e$

- Coefficienti di sicurezza parziali

(M2)  $\gamma_{q'} = 1.25$   
 $\gamma_{c'} = 1.25$   $\tan(\phi'_d) = \frac{\tan(\phi'_k)}{1.25}$   $c'_d = \frac{c'_k}{1.25}$

(R1)  $\gamma_R = 1.0$

$q_{UM} = \frac{1}{2} \gamma B_R N_{\gamma} i_{\gamma} + q_d N_{q_i} i_q + c'_d N_{c_i} i_c$

$R_d = \frac{q_{UM} B_R}{\gamma_R}$

$N_d \leq R_d$

Calcolo della resistenza  $R_d$  (scorrimento)

- Coefficienti di sicurezza parziali

(M2)  $\gamma_{q'} = 1.25 \Rightarrow \tan(\phi'_d) = \frac{\tan(\phi'_k)}{1.25}$

(R2)  $\gamma_R = 1.0$

$R_d = \frac{N_d \tan \delta_d}{\gamma_R}$   $\delta_d = f(\phi'_d)$

$H_d \leq R_d$

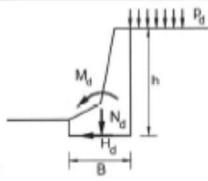
SCHEDA 4.3

### MURI DI SOSTEGNO

- Verifica a lungo termine di capacità portante e scorrimento (SLU)
- Approccio **DA2** (A1; M1; R3)

Verifica  $E_d \leq R_d$  per ogni combinazione di carico

Calcolo dell'azione ( $N_d, H_d, M_d$ )



- Coefficienti di sicurezza parziali per le azioni

(A1)  $\begin{cases} \text{peso proprio muro} & \gamma_g = 1.0 \text{ (favorevole)} \\ \text{spinta attiva} & \begin{cases} \text{aliquota derivante da peso proprio terreno} & \gamma_g = 1.3 \\ \text{sovraccarico } p_d & \gamma_g = 1.5 \end{cases} \end{cases}$

Calcolo della resistenza  $R_d$  (capacità portante)

$e = \frac{M_d}{N_d}$   $B_R = B - 2e$

- Coefficienti di sicurezza parziali

(M1)  $\gamma_{q'} = 1.0$ ;  $\gamma_{c'} = 1.0$

(R3)  $\gamma_R = 1.4$

$q_{UM} = \frac{1}{2} \gamma B_R N_{\gamma} i_{\gamma} + q_d N_{q_i} i_q + c'_d N_{c_i} i_c$

$R_d = \frac{q_{UM} B_R}{\gamma_R}$

$N_d \leq R_d$

Calcolo della resistenza  $R_d$  (scorrimento)

- Coefficienti di sicurezza parziali

(M1)  $\gamma_{q'} = 1.0 \Rightarrow \phi'_d = \phi'_k$

(R3)  $\gamma_R = 1.1$

$R_d = \frac{N_d \tan \delta_d}{\gamma_R}$   $\delta_d = f(\phi'_d)$

$H_d \leq R_d$

## AZIONI SISMICHE

### Mononobe- Okabe (1929)

Metodo pseudo-statico estensione del metodo di Coulomb (equilibrio-limite)

- Spostamenti sufficienti a garantire il raggiungimento delle
- condizioni limite (attive o passive)
- Terreno granulare con criterio di rottura alla Mohr-Coulomb
- Assenza di falda
- Piano campagna regolare (orizzontale o inclinato)
- Assenza di fenomeni di liquefazione

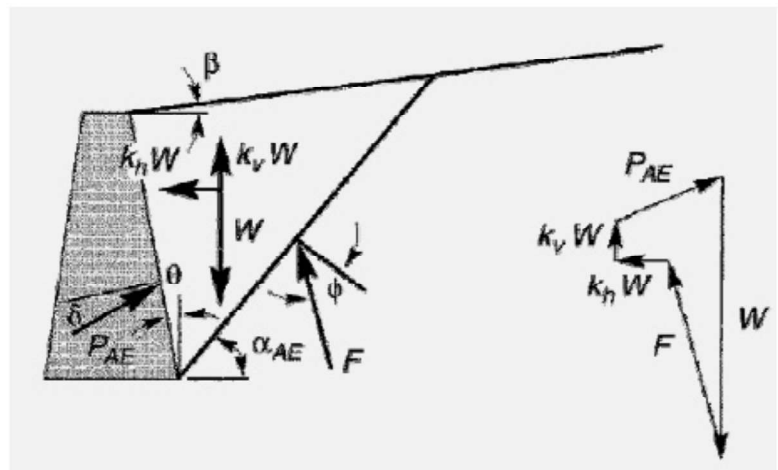
### Spinta attiva secondo Mononobe-Okabe (1929)

$$P_{AE} = \frac{1}{2} K_{AE} \gamma H^2 (1 - k_v)$$

Dove:

$$K_h = a_h/g \quad K_v = a_v/g$$

$$\psi = \tan^{-1}[k_h/(1 - k_v)]$$



$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \psi)}{\cos \psi \cos^2 \theta \cos(\delta + \theta + \psi) \left[ 1 + \frac{\sin(\delta + \phi) \sin(\phi - \beta - \psi)}{\cos(\delta + \theta + \psi) \cos(\beta - \theta)} \right]^2} \quad \text{per } \phi - \beta \geq \psi$$

#### 7.11.6.2.1 Metodi di analisi

A meno di analisi dinamiche avanzate, l'analisi della sicurezza dei muri di sostegno in condizioni sismiche può essere eseguita mediante i metodi pseudostatici e i metodi degli spostamenti.

L'analisi pseudostatica si effettua mediante i metodi dell'equilibrio limite. Il modello di calcolo deve comprendere l'opera di sostegno, il cuneo di terreno a tergo dell'opera, che si suppone in stato di equilibrio limite attivo (se la struttura può spostarsi), e gli eventuali sovraccarichi agenti sul cuneo suddetto.

Nell'analisi pseudostatica, l'azione sismica è rappresentata da una forza statica equivalente pari al prodotto delle forze di gravità per un opportuno coefficiente sismico.

Nelle verifiche allo stato limite ultimo, i valori dei coefficienti sismici orizzontale  $k_h$  e verticale  $k_v$  possono essere valutati mediante le espressioni

$$k_h = \beta_m \cdot \frac{a_{max}}{g} \quad (7.11.6)$$

$$k_v = \pm 0,5 \cdot k_h \quad (7.11.7)$$

dove

$a_{max}$  = accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  = accelerazione di gravità.

In assenza di analisi specifiche della risposta sismica locale, l'accelerazione massima può essere valutata con la relazione

$$a_{max} = S \cdot a_g = S_s \cdot S_T \cdot a_g \quad (7.11.8)$$

dove

$S$  = coefficiente che comprende l'effetto dell'amplificazione stratigrafica ( $S_s$ ) e dell'amplificazione topografica ( $S_T$ ), di cui al § 3.2.3.2;

$a_g$  = accelerazione orizzontale massima attesa su sito di riferimento rigido.

Nella precedente espressione, il coefficiente  $\beta_m$  assume i valori riportati nella Tab. 7.11-II.

Per muri che non siano in grado di subire spostamenti relativi rispetto al terreno, il coefficiente  $\beta_m$  assume valore unitario.

Nel caso di muri di sostegno liberi di traslare o di ruotare intorno al piede, si può assumere che l'incremento di spinta dovuta al sisma agisca nello stesso punto di quella statica. Negli altri casi, in assenza di specifici studi si deve assumere che tale incremento sia applicato a metà altezza del muro.

**Tabella 7.11.II** - *Coefficienti di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito.*

|                         | Categoria di sottosuolo |            |
|-------------------------|-------------------------|------------|
|                         | A                       | B, C, D, E |
|                         | $\beta_m$               | $\beta_m$  |
| $0,2 < a_g(g) \leq 0,4$ | 0,31                    | 0,31       |
| $0,1 < a_g(g) \leq 0,2$ | 0,29                    | 0,24       |
| $a_g(g) \leq 0,1$       | 0,20                    | 0,18       |