

Esercizio 1:

a) Il lago si considera come un serbatoio, quindi non cambia la temperatura

\Rightarrow Il blocco di rame passa da T_1 a T_L scambiando calore, il quale può essere calcolato direttamente con la formula data dal calore specifico

\rightarrow calore assorbito dal lago:

$$Q_L = -Q_1 = -mc(T_f - T_i) = -mc(T_L - T_1)$$

$$\Rightarrow \Delta S_L = \frac{Q_L}{T_L} = mc \left(\frac{T_1}{T_L} - 1 \right) = 95,7 \text{ J/K}$$

Per il blocco di rame calcolo l'integrale definito a partire dalla variazione della funzione di stato entropia

$$\Rightarrow \Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_L} \frac{\delta Q_R}{T} = \int_{T_1}^{T_L} mc \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_L}{T_1}$$
$$= -77,8 \text{ J/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_U = \Delta S_1 + \Delta S_L = 17,9 \text{ J/K} > 0$$

b) L'entropia è una funzione di stato la cui variazione dipende solo dal punto iniziale e finale dello stato del sistema.

Il blocco di rame, sia dopo aver percorso l'altezza h , sia dopo l'impatto con la superficie mantiene la stessa temperatura, pressione, volume e composizione molecolare.

$\Rightarrow \Delta S_1 = 0 \text{ J/K}$; Il lago invece finisce per arru-bire, a seguito dell' impatto, l'energia potenziale del blocco, per mezzo dello scambio di calore

$$\Rightarrow \Delta S_u = \Delta S_L = \frac{mgh}{T_L} = 1,73 \text{ J/K} > 0$$

c) Il calore scambiato

tra un blocco e l'altro deve essere sempre lo stesso essendo (uniti) un sistema isolato

$$\Rightarrow Q_3 = -Q_4 \rightarrow mc(T_{eq} - T_3) = -mc(T_{eq} - T_4)$$

$$\rightarrow T_{eq} = \frac{T_3 + T_4}{2}, \text{ dove } T_{eq} \text{ è la temperatura di equilibrio.}$$

Ormai come nel punto a) è sufficiente calcolare l'integrale lungo una trasformazione reversibile

$$\Delta S_{1,2} = mc \int_{T_{3,4}}^{T_{eq}} \frac{dT}{T} = mc \ln \left(\frac{T_{eq}}{T_{3,4}} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta S_u = \Delta S_1 + \Delta S_2 = mc \ln \left(\frac{(T_3 + T_4)^2}{4 T_3 T_4} \right)$$

$$= 5,5 \text{ J/K} > 0$$

Esercizio 2: $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ $p_1 = 5 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

a) Dalla definizione di calore specifico a volume costante si ottiene

$$C_v = \left(\frac{dq}{dT} \right)_v = \left(\frac{du}{dT} \right)_v = \frac{d}{dT} (u_0 + cT - bpT)_v$$
$$= c - bT \left(\frac{dp}{dT} \right)_v - bp$$

Ma sappiamo dall'equazione di stato che

$$p = \frac{v - v_0 - bT}{-2} \Rightarrow \left(\frac{dp}{dT} \right)_v = \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow C_v = c - bp - T \frac{b^2}{2}$$

Analogamente per il calore specifico a pressione costante

$$\rightarrow C_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_p = \left(\frac{dh}{dT} \right)_p \quad \text{con } h \text{ entalpia per unit\`a di massa}$$

$$h = u(p, T) + pV(p, T)$$

$$l = p(v_0 - 2p + bT) + (u_0 + cT - bpT)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dh}{dT} \right)_p = \cancel{2p} + c - \cancel{bp} = c$$

b) Essendo una trasformazione adiabatica dal primo principio si ottiene: $(U = mu)$

$$L = -\Delta U = -U(p_1, T_1) + U(p_0, T_0)$$

$$= -mc(T_1 - T_0) + mb(p_1 T_1 - p_0 T_0) = -1737,5 \text{ J/K} < 0$$

c) Vogliamo calcolare la variazione di entropia lungo la trasformazione adiabatica, tuttavia sappiamo come descrivere scambi di calore solo per trasform. isobare ed isocore.

⇒ Strategia:

1° trasformaz.
$$p_0, V_0 \xrightarrow[V \text{ cost.}]{} p_1, V_1$$

2° trasformaz.
$$p_1, V_1 \xrightarrow[p \text{ cost.}]{} p_1, V_f$$

La temperatura T_2 è scelta in modo da realizzare entrambe le trasformazioni e far sì che assieme colleghino i punti dello stato iniziale e finale della trasform. adiabatica.

$$\Rightarrow \Delta S_p = \int \frac{dQ_p}{T} = m c \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = 3,38 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_v = m \int c_v \frac{dT}{T} = m \left(c \ln \left(\frac{T_2}{T_0} \right) - \frac{b}{2} \int (v_0 - v_i + bT) \frac{dT}{T} \right)$$

$$- \frac{b^2}{2} (T_2 - T_0) =$$

$$= m \left(c \ln \left(\frac{T_2}{T_0} \right) - 2 \frac{b^2}{2} (T_2 - T_0) - \frac{b}{2} \underbrace{(v_0 - v_i)}_{\substack{\text{" Eq. stato} \\ (2p_0 - b T_0)}} \right) \ln \left(\frac{T_2}{T_0} \right)$$

$$= 6,45 \text{ J/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_v + \Delta S_p = 9,83 \text{ J/K}$$

Esercizio 3:

All'equilibrio sappiamo che

$$F_A = F_g \Rightarrow \rho_{H_2O} V_i g = \rho_{H_2O} h_i l^2 g$$
$$l = \rho l^3 g = mg$$

$\Rightarrow h_i = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} \cdot l \Rightarrow$ il punto più basso della barra del cubo è ad una profondità h_i

$h_i = d$ studio moto di tale punto $y(t)$

$$\Rightarrow \underbrace{\ddot{y}(t)}_m \rho l^3 = -\rho_{H_2O} (y(t)+d) l^2 g \rightarrow F_A$$
$$+ \rho l^3 g \rightarrow F_g$$

sostituendo d

\Rightarrow

$$\ddot{y}(t) + \frac{\rho_{H_2O} g}{l} y(t) = 0 = \omega^2$$

moto armonico

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho l}{\rho_{H_2O} g}} = 0,45 \text{ s}$$