

(4) (5 punti) Si consideri la famiglia di coniche affini reali dipendente dal parametro $a \in \mathbb{R}$:

$$x^2 - 2xy + y^2 - 2ax + 2y = 0$$

Studiando la matrice associata, si determinino le coniche degeneri della famiglia e il tipo di coniche non degeneri, al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Geometria 2 - Prova scritta
10 giugno 2026
Prof. Valentina Beorchia

Cognome	Nome

(1) Nello spazio affine standard $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$ con il riferimento affine canonico, si considerino le rette r ed s date da:

$$r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = t, \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 2\tau \\ y = 1 - \tau \\ z = 2, \end{cases}$$

- (1) **(3 punti)** Si dica se r e s sono parallele, incidenti o sghembe;
- (2) **(3 punti)** si scriva un'equazione cartesiana del fascio di piani di sostegno s ;
- (3) **(4 punti)** si determinino delle equazioni di un'affinità $f : \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3 \rightarrow \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$ tale che

$$f(r) = s, \quad f(s) = r.$$

(2) Si consideri lo spazio euclideo standard $\mathbb{E}_{\mathbb{R}}^3$ con il sistema cartesiano canonico.

- (1) **(3 punti)** Si scrivano delle equazioni per il luogo dei punti appartenenti al piano H di equazione $y - z + 2 = 0$ e aventi uguale distanza dai punti $A(1, 0, -1)$ e $B(2, 1, -1)$. Si descriva geometricamente l'insieme trovato.
- (2) **(4 punti)** si scriva un'equazione cartesiana del generico piano ortogonale ad H e passante per $P = (1, 0, 0)$;
- (3) **(4 punti)** si dica, giustificando la risposta, se la famiglia di piani del punto precedente è un fascio, e in caso affermativo si trovino due generatori del fascio.

(3) (6 punti) Sia $f : \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2 \rightarrow \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ la proiettività che trasforma ordinatamente E_0, E_1, E_2, U in U, E_0, E_1, E_2 , dove E_0, E_1, E_2 sono i punti fondamentali e U è il punto unità. Scrivere equazioni di f e determinare i suoi punti fissi.