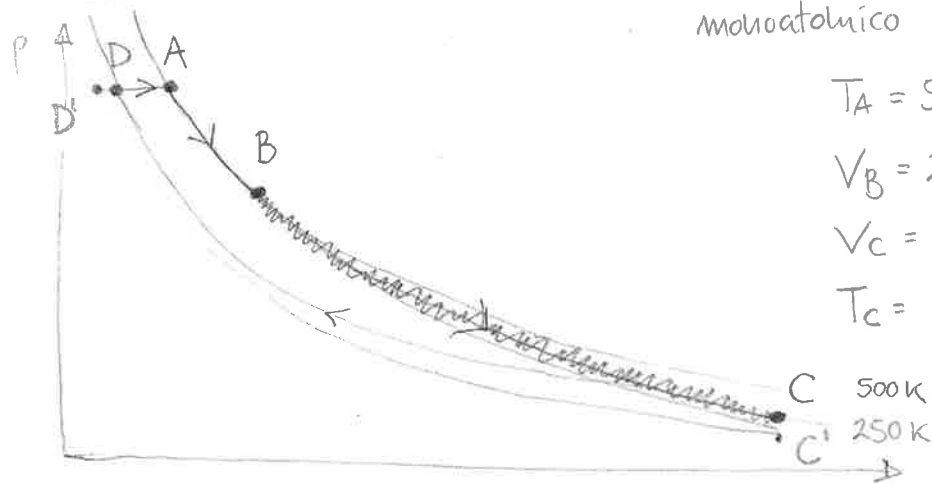


Esercizio n. 1



$n = 1,00$
 monoatomico $c_v = \frac{3}{2}R$, $c_p = \frac{5}{2}R$, $\gamma = \frac{5}{3}$
 $T_A = 500 \text{ K}$, $P_A = 1 \text{ atm} = 101300 \text{ Pa}$
 $V_B = 2V_A$, $T_B = T_A$
 $V_C = 3V_B = 6V_A$
 $T_C = T_A/2 = 250 \text{ K} = T_D$
 $P_D = P_A = 101300 \text{ Pa}$

Applicando l'equazione di stato dei gas reali si ottiene velocemente:

$$V_A = \frac{RT_A}{P_A} = 4,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$V_B = 2V_A = 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$V_C = 6V_A = 2,46 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3$$

$$V_D = \frac{RT_D}{P_D} = \frac{R \frac{1}{2} T_A}{P_A} = \frac{1}{2} V_A = 2,05 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$P_B = \frac{RT_B}{V_B} = \frac{RT_A}{2V_A} = \frac{1}{2} P_A = 50650 \text{ Pa}$$

$$P_C = \frac{RT_C}{V_C} = \frac{R \frac{1}{2} T_A}{6V_A} = \frac{1}{12} P_A = 8442 \text{ Pa}$$

Quindi le coordinate termodinamiche dei 4 stati sono tutte note.

$$a) L_{AB} = \int_A^B p dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{RT_A}{V} dV = RT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 500 \text{ K} \cdot \ln 2 = 2881 \text{ J}$$

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + L_{AB} = L_{AB} = 2881 \text{ J} \quad (\Delta U_{AB} = 0 \text{ perché isoterma})$$

$$L_{BC} = Q_{BC} - \Delta U_{BC} = -\Delta U_{BC} = -c_v (T_C - T_B) = \frac{3}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 250 \text{ K} = 3118 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = 0 \quad (\text{adiabatica})$$

$$L_{CD} = \int_C^D p dV = RT_C \ln \frac{V_D}{V_C} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 250 \text{ K} \cdot \ln \frac{1}{12} = -5165 \text{ J}$$

$$Q_{CD} = L_{CD} = -5165 \text{ J}$$

$$L_{DA} = \int_D^A p dV = P_A (V_A - V_D) = 101300 \text{ Pa} \cdot 2,05 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 2078 \text{ J}$$

$$Q_{DA} = c_p (T_A - T_D) = \frac{5}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 250 \text{ K} = 5196 \text{ J}$$

$$b) \eta = \frac{L_{TOT}}{Q_{ASS}} = 1 + \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 + \frac{Q_{CD}}{Q_{AB} + Q_{DA}} = 1 - \frac{5165}{2881 + 5196} = 0,36$$

Infatti, il gas assorbe calore in AB e DA, mentre cede calore soltanto in CD. In BC non scambia calore, quindi:

$$Q_{ASS} = Q_{AB} + Q_{DA}$$

$$Q_{CED} = Q_{CD}$$

- c) Per calcolare la variazione di entropia dell'universo, è importante notare che, in qualsiasi ciclo, essa coincide con la variazione di entropia associata alle sole trasformazioni irreversibili (per quelle reversibili, infatti, $\Delta S^U = 0$).
L'unica trasformazione irreversibile è l'adiabatica BC:

$$\Delta S^U = \Delta S_{BC}^U = \Delta S_{BC} + \Delta S_{BC}^{amb} = \Delta S_{BC}$$

$= 0$ perché $Q_{BC} = 0$

$$\Delta S^U = \Delta S_{BC} = C_V \ln \frac{T_C}{T_B} + R \ln \frac{V_C}{V_B} =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \ln \left(\frac{1}{2} \right) + 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \ln 3 = 0,49 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

- d) Ora C viene sostituito da C', che ha lo stesso volume ma una temperatura minore, in quanto raggiunto da B con adiabatica reversibile:

$$T_C' V_C'^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$T_C' = T_B \left(\frac{V_B}{V_C'} \right)^{\gamma-1} = 500 \text{ K} \left(\frac{1}{3} \right)^{2/3} = 240 \text{ K} = T_{D'}$$

Tutta l'isoterma C'D' si sposta "più in basso" e

$$V_{D'} = \frac{RT_{D'}}{P_D} = \frac{8,314 \cdot 240 \text{ J}}{101300 \text{ Pa}} = 1,97 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 < V_D$$

Pertanto cambiano sia Q_{DA} che Q_{CD} :

$$Q_{D'A} = C_P (T_A - T_{D'}) = \frac{5}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 260 \text{ K} = 5396 \text{ J} (> Q_{DA})$$

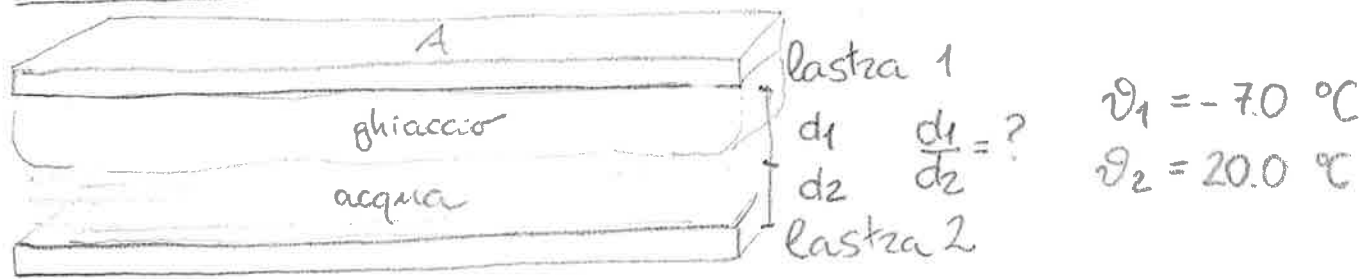
$$Q_{C'D'} = L_{C'D'} = RT_{C'} \ln \frac{V_{D'}}{V_C'} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 240 \text{ K} \cdot \ln \left(\frac{1,97}{24,6} \right) = -5044 \text{ J} (> Q_{CD})$$

Quindi:

$$\eta' = 1 + \frac{Q_{C'D'}}{Q_{AB} + Q_{D'A}} = 1 - \frac{5044}{2881 + 5396} = 0,39 (> \eta)$$

Spostando l'isoterma C'D' "più in basso" è aumentata l'area racchiusa dal ciclo, e quindi il rendimento.

Esercizio n 2



$$k_1 = 5,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{K cm s}}$$

$$k_2 = 1,4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{K cm s}}$$

Consideration: preliminari:

- l'interfaccia tra ghiaccio ed acqua si trova alla temperatura $\vartheta_0 = 0,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$
- in condizioni stazionarie, il calore Q_1 che fluisce attraverso il ghiaccio in un intervallo di tempo Δt deve essere uguale al calore Q_2 che fluisce attraverso l'acqua nello stesso Δt

Quindi $Q_1 = Q_2$

$$k_1 \frac{A}{d_1} (\vartheta_0 - \vartheta_1) \Delta t = k_2 \frac{A}{d_2} (\vartheta_2 - \vartheta_0) \Delta t$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{k_1}{k_2} \frac{(\vartheta_0 - \vartheta_1)}{(\vartheta_2 - \vartheta_0)} = \frac{5,3}{1,4} \cdot \frac{7,0 \text{ }^{\circ}\text{C}}{20,0 \text{ }^{\circ}\text{C}} = 1,325$$

Esercizio n. 3

- Considerazioni preliminari:
la ciminiera separa l'interno dall'esterno e i due ambienti però comunicano (= stessa pressione) alla base (p_0) ed in cima (p_1).
- All'esterno della ciminiera, in condizioni statiche, p_0 e p_1 sono legate dalla legge di Stevino

$$p_0 = p_1 + \rho_e g h$$

- All'interno della ciminiera possiamo supporre un flusso stazionario ed applicare Bernoulli:

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho_i v_0^2 = p_1 + \rho_i g h + \frac{1}{2} \rho_i v_i^2$$

≈ 0

- Quindi:
- $$\begin{cases} p_0 = p_1 + \rho_e g h \\ p_0 \approx p_1 + \rho_i g h + \frac{1}{2} \rho_i v_i^2 \end{cases}$$

$$\rho_e g h \approx \rho_i g h + \frac{1}{2} \rho_i v_i^2$$

$$\rho_e \approx \rho_i \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v_i^2}{g h} \right)$$

- A questo punto sfruttiamo l'ipotesi che l'aria sia un gas perfetto, per cui:

$$pV = nRT$$

$$T = \frac{pV}{nR} \propto \frac{1}{\rho} \quad \text{e, naturalmente, } \rho \propto \frac{1}{T}$$

- Quindi:
- $$\frac{1}{T_e} \approx \frac{1}{T_i} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v_i^2}{g h} \right)$$

$$T_i \approx T_e \left(1 + \frac{v_i^2}{2gh} \right) = 295 \text{ K} \left(1 + 0,395 \right) = 411 \text{ K}$$

