

copia per me in soluzioni

Prova scritta di Matematica e statistica (STB)

04/06/2026

Cognome e nome

Esercizio 1. (2pt) Data la funzione

$$f : [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow [-1, 1], \quad f(x) = \sin x$$

dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

(a.) f non è invertibile

(b.) f è invertibile e $f^{-1}(y) = \frac{1}{\sin y}$

(c.) f è invertibile e $f^{-1}(y) = \arcsin y$

Esercizio 2. (4pt) Data la funzione $f : A \rightarrow B$ $f(x) = x^2$ indicare fra le seguenti affermazioni quali sono vere e quali sono false.

a. Se $A = [0, +\infty[$ e $B = \mathbb{R}$

f è iniettiva

V F

f è suriettiva

V F

f è invertibile

V F

b. Se $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$

f è decrescente

V F

f è inferiormente limitata

V F

Risolvere i seguenti esercizi riportando lo svolgimento.

Esercizio 3. (3 pt) calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{x - 1}$$

Esercizio 4. (5 pt.) Studiare la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$$

Esercizio 5. (3 pt.)

Calcolare il seguente integrale definito (suggerimento: integrare per parti):

$$\int_{-1}^1 x e^x dx.$$

Esercizio 6. (6 pt.)

Assegnato il dato

$$\mathbf{x} = \{-1, 3, -2, 4, 0, -1, -2, 8, -1, 0, -1\}$$

calcolare la media, la moda, la mediana, ed individuare gli eventuali outliers.

Esercizio 7. (7 pt.)

Si consideri l'esperimento relativo al lancio di due dadi non truccati. Si considerino inoltre gli eventi:

$A = \{i \text{ punteggi dei due dadi sono diversi}\}$

$B = \{la \text{ somma dei punteggi e' minore di } 7\}$

$C = \{la \text{ somma dei punteggi e' un numero pari}\}$

Calcolare le seguenti probabilità:

a) $P(B)$

b) $P(B|A)$

c) $P(C)$

d) $P(C|A)$

N.B. La somma dei punti fa 30. I risultati di tutti gli esercizi vanno lasciati in termini di frazione.

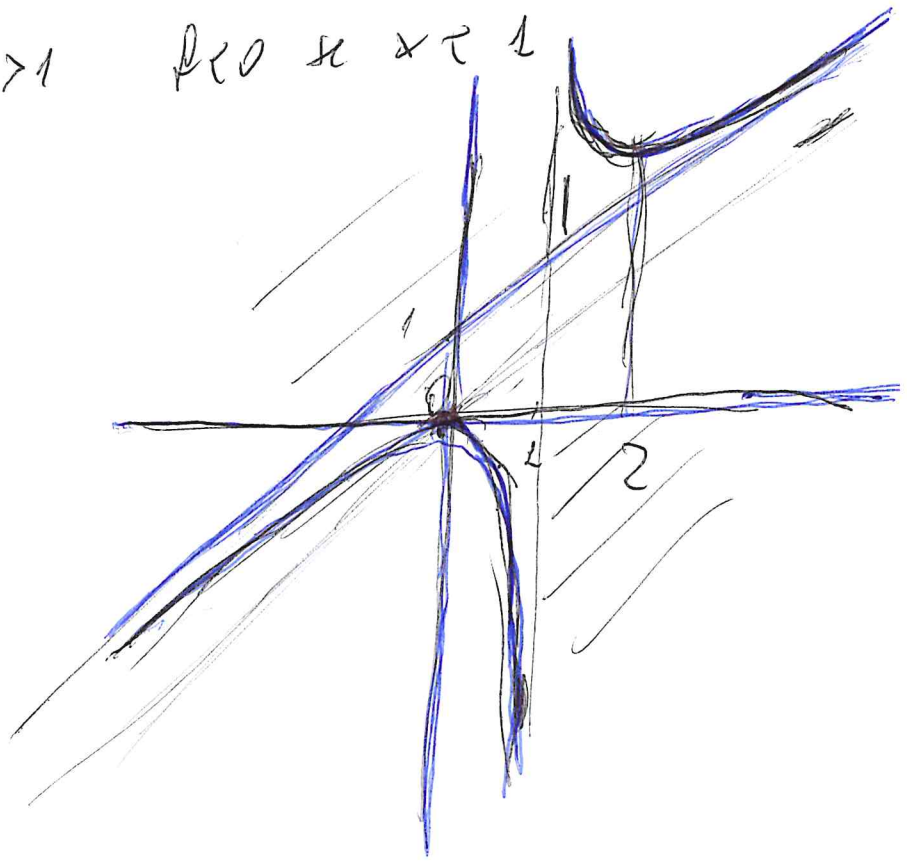
$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{x-1} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^y - 1}{y} = 1$$

$$4) f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

Domínio $x \neq 1$

Signo: $f > 0$ se $x > 1$ $f < 0$ se $x < 1$

$f = 0$ se $x = 0$



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

a Límto do obliquo: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2 - x} = 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^2 + x}{x} = 1$$

$y = x + 1$

$$f = \frac{x^2}{x-1}$$

$$f' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} \quad (2)$$

$$= \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$$

$$f' > 0 \quad \text{se} \quad x > 2 \quad \vee \quad x < 0$$

$$f' < 0 \quad \text{se} \quad x \in]0, 1[\quad \vee \quad]1, 2[$$

$$f' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$f'' = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - 2(x^2-2x)(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{2(x-1)^3 - 2(x^2-2x)(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{2(x-1)^2 - 2(x^2-2x)}{(x-1)^3}$$

$$= \frac{\cancel{2x^2} - \cancel{4x} + 2 - \cancel{2x^2} + \cancel{4x}}{(x-1)^3} = \frac{2}{(x-1)^2} \cdot \frac{1}{x-1}$$

Quora se $x < 1$ Quora se $x > 1$

5)

$$\int_{-1}^1 x e^x dx$$

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C$$

\downarrow \downarrow
g f'

$$\int_{-1}^1 x e^x dx = (x e^x - e^x) \Big|_{-1}^1 = (e - e) - (-e^{-1} - e^{-1}) = 2e^{-1}$$

