

Equazioni di Maxwell

• $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}) dV = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$

Legge di Gauss

$\Phi_E =$ flusso di $\vec{E}$ attraverso la sup. chiosa S

densità di carica
Volume racchiuso da S

Carica interna al volume V racchiuso dalla superficie S

Costante dielettrica nel vuoto

• $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma}$

Legge di Lenz

Φ_B

Legge di Faraday-Lenz

qualsiasi superficie aperta da C

Circolazione del campo $\vec{E}$ lungo una curva chiusa C

Variazione nel tempo del flusso del campo magnetico attraverso S

• $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = 0$

Flusso del campo magnetico attraverso sup. chiosa S

N.B. in questo caso la sup. chiosa è chiusa!

Legge di Gauss per il campo Magnetico

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{C} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma}$$

Circolazione di $\vec{B}$ lungo la curva chiusa C

Permeabilità Magnetica nel vuoto

corrente i , ovvero il flusso di $\vec{j}$, attraverso la sup.cie S che ora C . Detta anche corrente "concatenata" a C

Corrente di "correlazione" legata allo spostamento di carica

$\phi_S(\vec{E})$
Variazione del flusso di $\vec{E}$ attraverso la sup.cie S che ora C

Detta corrente di spostamento, ma in realtà non è legata allo spostamento di carica:

$$i_s = \epsilon_0 \frac{d\phi(\vec{E})}{dt}$$

$$= \underbrace{\mu_0 i_c}_{\text{legge di Ampere}} + \underbrace{\mu_0 i_s}_{\text{legge di Maxwell}}$$

Legge di
Ampere-Maxwell

→ Notiamo che nelle equazioni di Maxwell il campo $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sono accoppiati, infatti in generale si parla di campo elettromagnetico.

↳ Nel caso in cui però i campi $\vec{E}$ (elettrostatica) e $\vec{B}$ (magnetostatica) sono statici allora possiamo disaccoppiarli; infatti: $\frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{d\vec{B}}{dt} = 0$
ovvero:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} = 0 \quad \& \quad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 i$$


Campo Conservativo

scartiamo i
termini accoppiati

→ Le eq. di Maxwell ci dicono quali sono le sorgenti di campo $\vec{E}$ & $\vec{B}$.

↳ Ci manca una quinta eq. per descrivere i nostri sistemi fisici, ovvero come una carica viene influenzata dai campi EM:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Forza di
Coulomb

Forza di Lorentz

→ Usiamo i Teoremi di Gauss e Stokes (divergenza e rotore) per riscrivere le equazioni di Maxwell in forma differenziale:

$$a) \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{\Sigma} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) d\tau$$

$$b) \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{e} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot d\vec{\Sigma}$$

Applico a) alle leggi di Gauss

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) d\tau = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}) d\tau$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) d\tau = 0$$

Applico b) alle circuitazioni

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} = \int_{S_{\parallel}} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{\Sigma} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} \overset{\substack{\text{porto dentro} \\ \text{lo derivate}}}{=} \int_{S_{\parallel}} -\frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{\Sigma}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \int_{S_{\parallel}} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\Sigma} = \mu_0 \int_{S_{\perp}} \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma} + \mu_0 \epsilon_0 \int_{S_{\parallel}} \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{\Sigma}$$

⇒ Queste relazioni deve valere $\forall$ volume o superficie, ovvero le uguaglianze devono valere per gli integrali nella relazione



$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

⇒ Nel caso statico ($\vec{E}$ e $\vec{B}$ non variano nel tempo):

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \text{Campo Irrotazionale, ovvero campo conservativo}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$



Possiamo esprimere come gradiente di un potenziale

scalare:

$$\vec{E} = \partial_x V \hat{i} + \partial_y V \hat{j} + \partial_z V \hat{k}$$

$$= -\vec{\nabla} V$$

o in forma integrale

$$V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

* Elettrostatica

→ Studio dell'interazione tra corpi stazionari (cioè non accelerati) dotati di carica elettrica

→ Carica elettrica: caratteristica intrinseca^{come la massa} dei costituenti elementari della materia (protoni, elettroni) → i neutroni sono elettricamente neutri

• La carica elettrica può essere **positiva (+)** o **negativa (-)**; la prima è associata per convenzione ai protoni, la seconda agli elettroni

• La carica elettrica è una grandezza **quantizzata**, ovvero esiste una carica elettrica "minima", non ulteriormente frazionabile, detta **CARICA ELEMENTARE**.

L'elettrone possiede 1 carica negativa $(-e)$

Il protone possiede 1 carica positiva $(+e)$

La carica elettrica di un corpo è data dalla ^{algebra}somma delle cariche $+e$ e $-e$ dei suoi costituenti elementari

↳ ovvero la carica elettrica nei materiali è dovuta ad uno sbilanciamento tra p^+ e e^- :

$$q = \sum_i +e_i + \sum_j -e_j$$

→ Corpi carichi dello stesso segno si respingono, mentre corpi carichi di segno opposto si attraggono.

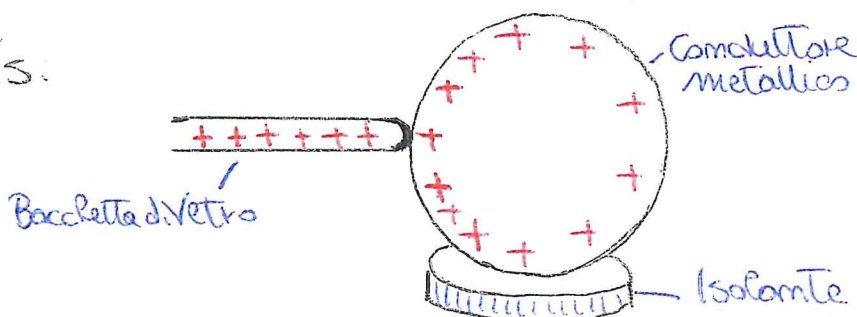
• A seconda della sua composizione un corpo può essere caricato:

→ Per strofinamento: processo in cui vengono separate, attraverso un'azione meccanica, delle cariche (elettroni) e trasferite da un corpo ad un altro (e.g. bacchetta di vetro con panno di lana o seta), che quindi si caricano di segno opposto

↓
I corpi che si elettrizzano per strofinio sono detti ISOLANTI, in quanto sono in grado di trattenere la carica elettrica.

→ Per contatto: processo in cui avviene il passaggio di cariche da un corpo conduttore non carico a contatto con un corpo carico.

Es:

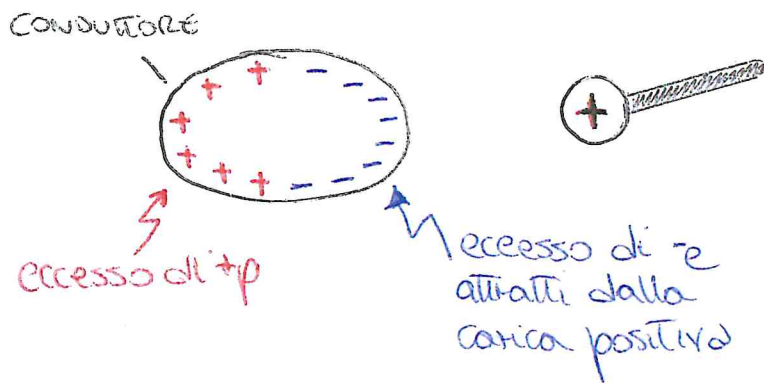


→ alcuni elettroni del conduttore isolato si trasferiscono sulla bacchetta sotto l'azione della forza attrattiva

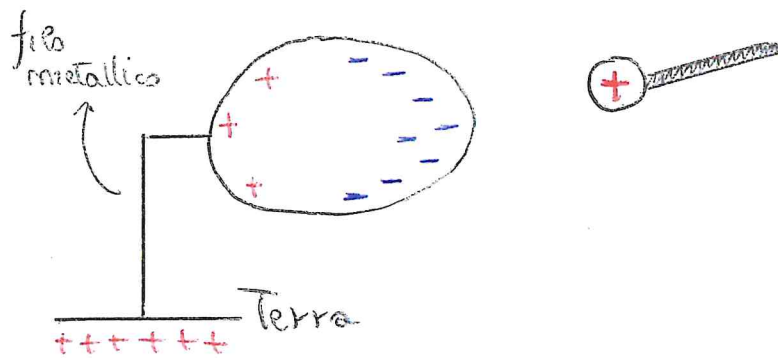
→ la natura di CONDUTTORE (materiale, in cui le cariche elettriche sono relativamente libere di muoversi) o isolante, dipende dalla facilità con cui gli elettroni più esterni degli atomi che costituiscono il materiale, possono muoversi.

→ Semiconduttori: proprietà elettriche a metà strada tra conduttori e isolanti (es. silicio, germanio)

• Elettrizzazione per induzione:

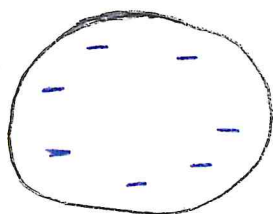


• Avvicinando un corpo carico ad un conduttore neutro ottengo una separazione delle cariche (elettroni liberi si spostano)



• Posso collegare il conduttore a terra (che funge da serbatoio infinito di cariche) per far fluire elettroni nel conduttore e neutralizzare la carica positiva

La carica in eccesso si distribuisce omogeneamente sulla superficie del conduttore



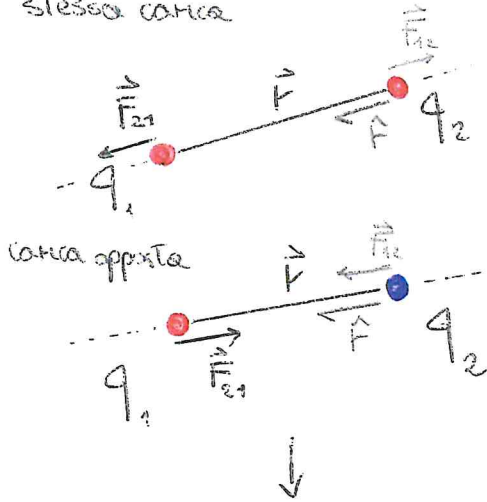
Una volta allontanato il corpo carico e staccato il collegamento a terra il conduttore rimane carico.

→ In tutti i processi menzionati la carica totale si conserva ovvero: in un sistema elettricamente isolato la somma algebrica di tutte le cariche si conserva, ovvero rimane costante nel tempo.

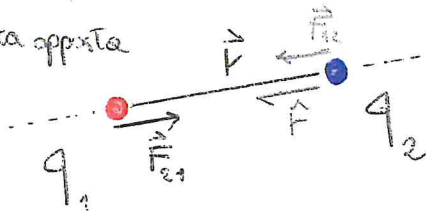
Forza di Coulomb

→ descrive la forza tra due cariche elettriche puntiformi q_1 & q_2 :

stessa carica



carica opposta



la forza è diretta lungo la congiungente delle cariche, mentre il verso dipende dal segno, se concorde o meno

Azione a distanza, l'interazione avviene senza contatto

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Forza che la carica 2 esercita sulla carica 1

AZIONE REAZIONE

$$|\vec{F}_{21}| = -|\vec{F}_{12}|$$

versore del vettore $\hat{r}$ che va da 2 a 1

modulo della distanza tra le 2 cariche al quadrato

Se $q_1 q_2$ hanno lo stesso segno, $q_1 q_2 > 0$, la forza ha lo stesso verso di $\hat{r}$ (repulsiva) altrimenti $q_1 q_2 < 0$, la forza ha verso opposto a $\hat{r}$ (attrattiva)

Unità di misura carica elettrica:

Coulomb, C

CARICA ELEMENTARE ESPRESSA IN C:

$$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

positiva per protone
negativa per elettrone

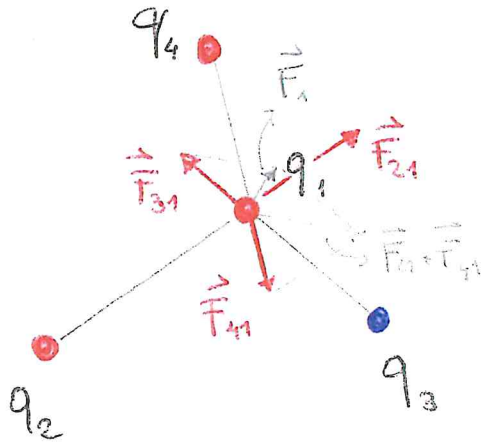
Costante elettrica del vuoto:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Per comodità possiamo definire la costante K :

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,98 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \Rightarrow \vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

→ Se sono presenti più cariche, la forza risultante su una carica è data dalla somma vettoriale delle forze dovute alle varie cariche; es:



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

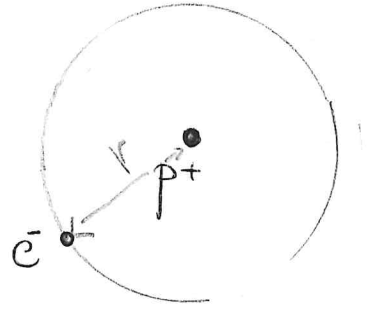
NOTA:
 Scale forze in natura

Consideriamo un atomo di H e confrontiamo la forza di gravità e quella di Coulomb tra p^+ e e^-

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$r \approx 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,5 \text{ \AA}$$



$$F_g = G \frac{m_p m_e}{r^2} = 3,61 \cdot 10^{-47} \text{ N}$$

$$6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{Kg}^2}$$

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 8,20 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$\Rightarrow \frac{F_e}{F_g} \approx 2,3 \cdot 10^{39} \Rightarrow$ Forze gravitazionale totalmente sottodominante a livello atomico

	Relative Strength	Action Radius
Forza Forte	10^{42}	10^{-15} m
Forza Em	10^{39}	∞
Forza Debole	10^{27}	10^{-15}
Forza Grav.	1	∞