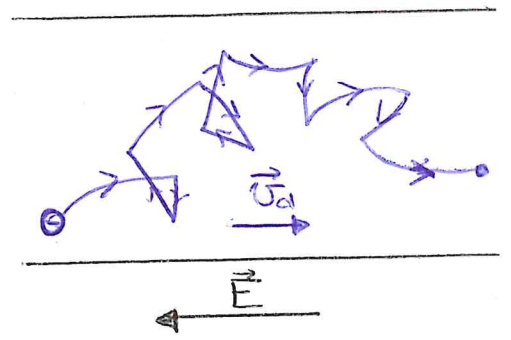


Conduzione Elettrica e Legge di Ohm

Averemo visto che applicando un campo $\vec{E}$ ad un conduttore, le cariche libere (elettroni) sono accelerate dalla forza di Coulomb $\vec{F} = q\vec{E}$.



$\Rightarrow$ Se fossero completamente libere di muoversi le cariche si muoverebbero di moto uniformemente accelerato:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{q}{m} E \rightarrow s = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow v = \frac{s}{t} \stackrel{\text{e.g.}}{\approx} 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

per una $E = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$
per un metro

Molto maggiore della velocità di deriva che avevamo calcolato $\rightarrow$ Infatti le cariche non sono "libere", ma fanno continui urti con il reticolo cristallino che rallentano il moto coerente lungo $\vec{E}$.

$\rightarrow$ La velocità di deriva è la velocità "limite" che raggiunge la carica all'eq. i.s., quando la forza elettrica eguaglia la forza di attrito viscoso data dagli urti.

~> Chiamiamo τ il tempo caratteristico medio tra 2 urti esterno all'equilibrio; nella direzione di $\vec{E}$:

$$\vec{F}_{\text{tot}} = q\vec{E} - \underbrace{\frac{m\vec{v}_d}{\tau}}_{\text{Forza attrito viscoso}} = 0 \Rightarrow q\vec{E} = \frac{m\vec{v}_d}{\tau} = \frac{m}{\tau} \frac{\vec{j}}{mq}$$

massa portatore di carica Forza attrito viscoso

$$\vec{j} = mq\vec{v}_d$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{E}}} = \vec{j} \frac{m}{mq^2\tau} = \underline{\underline{\vec{j} \rho}} \quad \text{con} \quad \rho = \frac{m}{mq^2\tau}$$

legge di Ohm Microscopica

Resistività del mezzo
(*) $\downarrow$
È una proprietà del materiale conduttore

oppure $\uparrow\uparrow$

$\downarrow$
 $\rho = \frac{1}{\sigma}$
 $\uparrow$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{j}}} = \underline{\underline{\vec{E}}} \frac{mq^2\tau}{m} = \underline{\underline{\vec{E} \sigma}} \quad \text{con} \quad \sigma = \frac{mq^2\tau}{m}$$

Conduttività del mezzo

~> La potenza spesa dalla forza elettrica per mantenere la carica q con velocità v_d è:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}_d = q\vec{E} \cdot \vec{v}_d$$

se la densità di portatori di carica è n , per u.d. Volume

$$P_e = nP = nq\vec{v}_d \cdot \vec{E} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \sigma \vec{E}^2 = \rho \vec{j}^2$$

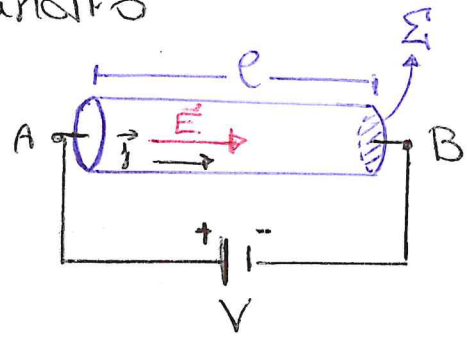
$\downarrow$
→ $\vec{E} \cdot \vec{j}$

Questa potenza viene trasferita tramite urti agli ioni del reticolo cristallino, con conseguente aumento della temperatura (Effetto Joule)

→ Applichiamo questi risultati ad un sistema macroscopico come un filo conduttore.

Approssimiamo il filo con un cilindro di lunghezza " l " e sezione Σ .

La corrente è pari a:



$$i = \int_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma} = j \Sigma \Rightarrow j = \frac{i}{\Sigma}$$

→ Sono paralleli e costanti e costante nel filo

La d.d.p. ai capi: Campo $\vec{E}$ uniforme e parallelo a $\vec{e}$

$$V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{e} = E l \Rightarrow E = V/l$$

dalla Legge di Ohm macroscopica:

$$E = \rho j \Rightarrow \frac{V}{l} = \rho \frac{i}{\Sigma} \Rightarrow \underline{V = \rho \frac{l}{\Sigma} \cdot i = R i} \text{ con } \underline{R = \rho \frac{l}{\Sigma}}$$

↓

Legge di Ohm Macroscopica

Resistenza del conduttore

↓

Dipende dalle proprietà del materiale (ρ) e dalle sue dimensioni

da cui si deriva

Che la resistività ρ

si misura in $\Omega \cdot m$

Unità di misura " Ωm " ✓

$$\Omega = \frac{V}{A}$$

infatti $\rho = R \frac{\Sigma}{l} \Rightarrow \left[\Omega \frac{m^2}{m} \right]$

→ Alcuni valori della resistività:

Materiale	Resistività [Ωcm]	Coefficiente Termico ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Ag	$1,59 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
Cu	$1,67 \cdot 10^{-8}$	$6,8 \cdot 10^{-3}$
Au	$2,35 \cdot 10^{-8}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$
Fe	$9,71 \cdot 10^{-8}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$
C (grafite)	$1,38 \cdot 10^{-5}$	$-0,5 \cdot 10^{-3}$
Si	$2,3 \cdot 10^3$	$-75 \cdot 10^{-2}$
H ₂ O	$2 \cdot 10^5$	
Vetro	$10^{10} - 10^{14}$	
Quarzo Fuso (SiO ₂)	$10^{16} - 10^{17}$	
C (diamante)	$10^{12} - 10^{13} \text{ } \Omega\text{cm}$	



Struttura tetraedrica (3d)

senza e⁻ liberi → (ogni atomo di C forma 4 legami covalenti)

→ Nel caso della grafite la struttura è

a piani 2D esagonali; ogni atomo forma 3 legami nel piano, mentre il 4° e⁻ non partecipa ai legami e può muoversi nel piano

→ La potenza da spendere per far circolare la corrente i in un tratto dh del conduttore è:

$$dP = P_e \sum_i dh = g i^2 \sum_i dh = g \frac{i^2}{\sum_i} \sum_i dh = g \frac{dh}{\sum_i} i^2$$

→ Sommiamo tutti i tratti del conduttore e ricordando la definizione di R

$$P = \int_A^B dP = i^2 g \int_A^B dh = i^2 \frac{g \ell}{\sum_i} = i^2 R = \frac{V^2}{R} = Vi$$

si trova anche
da $P = \frac{dU}{dt} = \frac{dqV}{dt} = iV$

Nota: se $R \rightarrow 0$ la potenza dissipata $\rightarrow \infty$, ovvero ho un "corto circuito", in cui posso tornare ("bruciare") gli elementi del mio sistema

Nota: Fissato il mio conduttore (ovvero R), ~~per una~~ e la potenza trasmessa dal mio impianto $P = Vi$, conviene lavorare con linee ad alta tensione e bassa corrente, infatti $P = i^2 R$, ovvero ho una dipendenza quadratica da i .

↓
N.B. La relazione $P = \frac{V^2}{R}$ non è adatta ad un elettradito, in quanto V è la d.d.p. ai capi del cavo, non la tensione nominale della linea

* Nota: Forza elettromotrice

Abbiamo visto che per un conduttore di resistenza R vale:

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{e} = Ri$$

→ Se consideriamo quindi un circuito chiuso

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{e} = R_{\text{Tot}} i$$

Resistenza Totale del circuito

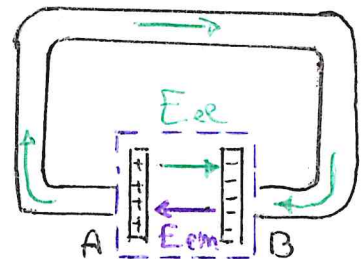


la circolazione NON È nulla, ovvero per far circolare la corrente i nel circuito è necessaria la presenza di un campo $\vec{E}$ NON CONSERVATIVO.

e.g. reazioni chimiche o meccaniche ↓

Questo è il campo interno al generatore, NON di NATURA elettrostatica, detto campo elettromotore, che permette il passaggio di ~~una~~ carica positiva dal polo negativo a quello positivo:

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{e} &= \int_A^B \vec{E}_{ee} \cdot d\vec{e} + \int_B^A (\vec{E}_{em} + \vec{E}_{ee}) \cdot d\vec{e} = \\ &= \int_B^A \vec{E}_{em} \cdot d\vec{e} = \text{f.e.m.} \end{aligned}$$



✓
Poiché $\vec{E}_{ee}$
elettrostatico
è conservativo

↳ forza elettromotrice

↳ Coincide con la Tensione (d.d.p.)
del campo elettromotore calcolata
all'interno del generatore

✓
Perché ci sia il
moto delle cariche

$|\vec{E}_{em}| > |\vec{E}_{ee}|$
all'interno del generatore

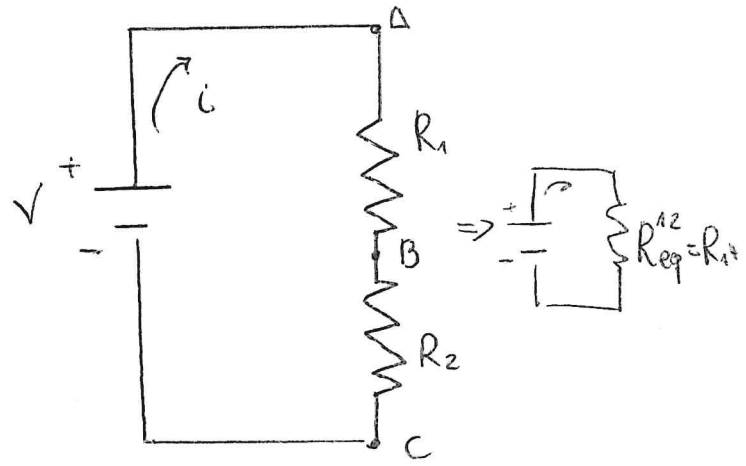
Resistenze in Serie e Parallelo

→ R in serie:

La stessa corrente i attraversa i 2 resistori

$$V_A - V_B = R_1 i$$

$$V_B - V_C = R_2 i$$



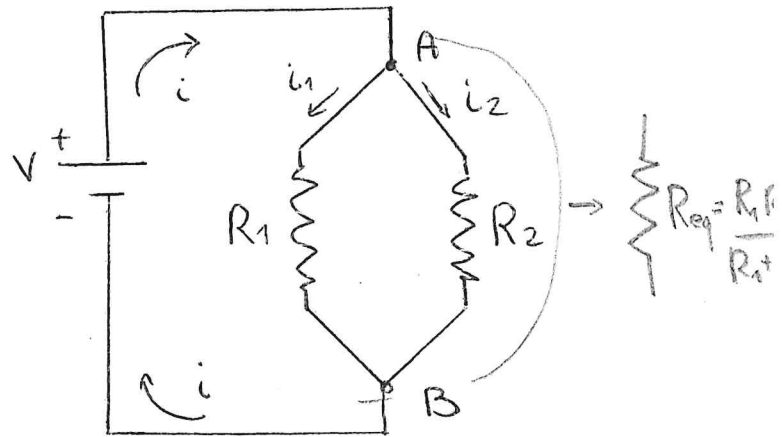
$$V_A - V_C = V_A - V_B + (V_B - V_C) = (R_1 + R_2) i = R_{eq} i$$

⇒ In generale date N resistenze in serie il circuito può essere ridotto ad un circuito con resistenza equivalente:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

→ R in parallelo:

Stesse d.d.p. ai capi dei resistori, ma diversa corrente.



→ Per la conservazione della carica nel nodo

$$A \text{ o } B \text{ esterno: } i = i_1 + i_2$$

$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V}{R_{eq}} \quad \text{con} \quad R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$

ovvero $V = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot i$

dunque le correnti nei resistori saranno:

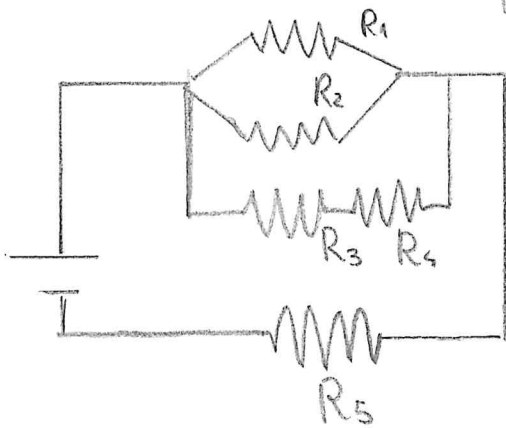
$$i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \quad \& \quad i_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \Rightarrow \text{La resistenza minore e' quella attraversata da più corrente}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

→ In generale per N resistori in parallelo:

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)^{-1}$$

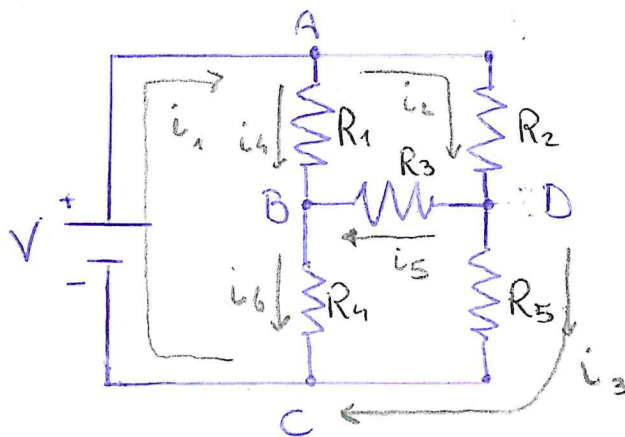
Es: Calcola Resistenza Equivalente:



Le leggi di Kirchhoff

→ Non tutti i circuiti possono essere ridotti ad una somma di resistenze eq. in serie o parallelo.

Es:



→ Possiamo definire nel circuito

Nodi: punto nel quale convergono 3 o più conduttori

Rami: collegamento tra 2 nodi

MAGLIE: cammino chiuso costituito da più rami
(lo stesso ramo può appartenere a diverse maglie)

• legge dei nodi:

$$\sum_k i_k = 0 \rightarrow \text{Somma algebrica delle correnti che fluiscono in un nodo e' nulla}$$

positiva se entrante
negativa se uscente

• legge delle maglie:

$$\sum_k R_k i_k = \sum_k V_k$$

la somma algebrica delle d.d.p. ai capi dei rami di una maglia e' uguale alla somma dei prodotti $R_k i_k$

→ nell'esempio precedente:

a) identifico le maglie indipendenti e assegno verso percorrenza

b) assegno una corrente ad ogni ramo e

c) applico legge dei nodi:

$$A: i_1 = i_2 + i_4 \rightarrow i_4 = i_1 - i_2$$

$$D: i_2 = i_5 + i_3 \rightarrow i_5 = i_2 - i_3$$

$$C: i_6 + i_3 = i_1 \rightarrow i_6 = i_1 - i_3$$

$$B: i_4 + i_5 = i_6$$

d) applico legge delle maglie

$$ABCA: V = R_1 i_4 + R_4 i_6$$

$$ADBA: 0 = R_2 i_2 + R_3 i_5 - R_1 i_4$$

$$DCBD: 0 = R_5 i_3 - R_4 i_6 - R_3 i_5$$

utilizzo relazioni da legge dei nodi

$$\begin{cases} V = R_1(i_1 - i_2) + R_4(i_1 - i_3) \\ 0 = R_2 i_2 + R_3(i_2 - i_3) - R_1(i_1 - i_2) \\ 0 = R_5 i_3 - R_4(i_1 - i_3) - R_3(i_2 - i_3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_4)i_1 - R_1 i_2 - R_4 i_3 = V \\ -R_1 i_1 + (R_1 + R_2 + R_3)i_2 - R_3 i_3 = 0 \\ -R_4 i_1 - R_3 i_2 + (R_3 + R_4 + R_5)i_3 = 0 \end{cases}$$

⇒ Posso così risolvere il sistema per i_1 , i_2 e i_3