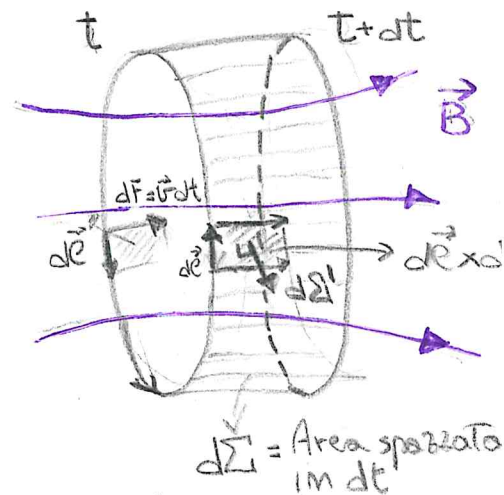


→ Consideriamo una spira che si muove di moto Traslatorio con velocità $\vec{v}$ in una regione con $\vec{B}$ costante nel tempo.

→ le cariche libere nella spira subiscono la forza di Lorentz $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{E}_{em}$



→ Su un tratto $d\ell$ di spira la forza compie sulla carica q il lavoro

$$dW = \vec{F}_L \cdot d\vec{s} = q\vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \text{con } \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{campo elettromotore}$$

→ Su tutta la spira il lavoro compiuto dalla Forza sulla carica:

$$W = q \oint \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = q \oint d\vec{\ell} \times \vec{v} \cdot \vec{B} = q \oint d\vec{\ell} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{B}$$

$$a \times b \cdot c = c \times a \cdot b$$

$$= q \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \oint d\vec{\ell} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{B}$$

Flusso attraverso parallelogramma di

• Notiamo che:

→ $|d\vec{\ell} \times d\vec{r}| = \text{Area parallelogramma di lati } d\vec{\ell} \text{ e } d\vec{r} \Rightarrow d\Sigma' = d\ell dr \sin \theta$

→ Direzione $\perp$ alla superficie del parallelogramma

$$d\vec{\ell} \times d\vec{r} \cdot \vec{B} = d\Sigma' \cdot \vec{B} = d\phi'$$

• Considerando tutta la spira

$$d\phi_c = \int d\phi' = \int_{d\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma}' = \oint d\vec{\ell} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{B}$$

Flusso Tagliato: flusso attraverso superficie laterale $d\Sigma$ spazzata in dt dalla spira

La variazione di flusso $\vec{B}$ attraverso la spira tra le posizioni a t , $\phi_1(\vec{B})$, e $t+dt$, $\phi_2(\vec{B})$, risulta:

$$d\phi = \phi_2(\vec{B}) - \phi_1(\vec{B}) = -d\phi_c(\vec{B}) \Rightarrow \frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\phi(\vec{B}, t) - \phi(\vec{B}, t+dt)}{dt} = -\frac{d\phi_c}{dt}$$

Infatti il campo $\vec{B}$ è solenoidale quindi il flusso attraverso la superficie chiusa descritta dalla spira è nullo:

$$\Phi(\vec{B}) - \Phi(\vec{B}_0) + d\Phi(\vec{B}) = 0$$

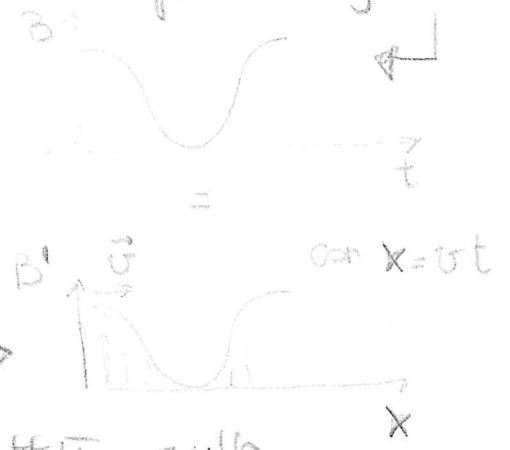
Calcoliamo quindi la derivata ^{Temporale} del flusso tagliato dalla spira:

$$\frac{d\Phi_t}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma}' = \oint \frac{d}{dt} (d\vec{e} \times d\vec{F}) \cdot \vec{B} = \oint d\vec{e} \times d\vec{v} \cdot \vec{B}$$

$\downarrow$ $\vec{B}$ costante nel tempo $\downarrow$ $d\vec{e}$ indipendente dal tempo

ovvero

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{e} = \frac{d\Phi_t}{dt} = - \frac{d\phi(\vec{B})}{dt} \quad \text{c.v.d.}$$

→ Per il caso b) possiamo considerarlo un campo $\vec{B}$ omogeneo che ^{Varia nel tempo} $\vec{B} = B(t) \hat{z}$.
 Dal punto di vista della carica sulla spira, il campo $\vec{B}$ percepito, è lo stesso di una spira in movimento all'interno di un campo costante nel tempo non omogeneo. 

Dunque è ragionevole supporre che l'effetto sulla carica sarà lo stesso nei due casi:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}' = q \vec{E}_{in} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{B}'(x) = \vec{B}(\dot{x}t)$$

$$\begin{aligned} dx &= v dt \\ \frac{d}{dx} &= \frac{1}{v} \frac{d}{dt} \end{aligned}$$

Calcoliamo:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_{in} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}') \rightarrow \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & v B' \end{vmatrix} = \hat{i} (\partial_y v B') - \hat{j} (\partial_x v B') + \hat{k} 0$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \times \vec{B}' &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B' \end{vmatrix} = \hat{k} (v B') \\ &= \hat{j} v \partial_x B' = \hat{j} v \frac{\partial B'}{\partial (vt)} = \\ &= \hat{j} v \frac{\partial B}{\partial t} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned}$$

→ Il campo magnetico variabile genera un campo elettrico indotto che soddisfa $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \partial \vec{B} / \partial t$

→ Nota:

Il campo elettrico indotto NON È IRROTAZIONALE
(CONSERVATIVO): $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

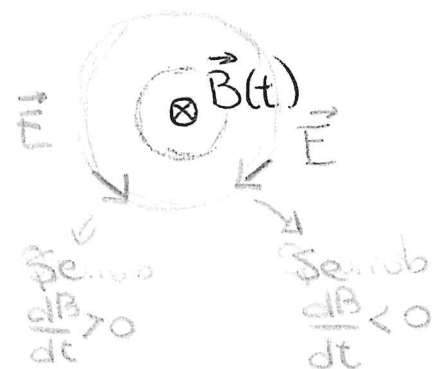
Quindi NON può essere espresso come $\vec{E} \neq \vec{\nabla} V$.
Il potenziale V ha senso definito solo per
campi elettrici prodotti da cariche statiche

→ Il fatto che $\vec{\nabla} \times \vec{E}_{\text{indotto}} \neq 0$ è indice del fatto che
il campo "ruota"; infatti le linee del campo
 $\vec{E}$ indotto sono delle linee chiuse:

Eg. Campo $\vec{B}$ uniforme variabile
nel tempo

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = (0, 0, C)$$

↳ moto orario
in modo lineare nel tempo



$$(\vec{\nabla} \times \vec{E})_x = \partial_y E_z - \partial_z E_y = 0$$

$$(\vec{\nabla} \times \vec{E})_y = \partial_z E_x - \partial_x E_z = 0$$

$$(\vec{\nabla} \times \vec{E})_z = \partial_x E_y - \partial_y E_x = -C$$

La simmetria del sistema
suggerisce $\partial_z \vec{E} = 0$ (NON varia lungo z)
quindi $\partial_y E_z = \partial_z E_z = 0 \Rightarrow$ la componente
 $E_z = \text{costante} \Rightarrow$ In assenza di
sorgenti lungo l'asse z si dimostra
che $E_z = 0$

Risolvendo l'eq. differenziale
si trova: $\vec{E} = \left(\frac{C}{2} y \hat{x} - \frac{C}{2} x \hat{y} \right) \Rightarrow$

Questo è un
campo di
tipo "vortice"
descritto da cerchi concentrici

$$\partial_x E_y - \partial_y E_x = -\frac{C}{2} - \left(+\frac{C}{2} \right) = -C$$

Alternatore:

→ Consideriamo una spira rettangolare, che ruota con velocità angolare costante ω , immersa in un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme e costante come in figura.

Il flusso vale:

$$\phi(B) = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = B \Sigma \cos \theta = B \Sigma \cos \omega t$$

$$\frac{d\phi(B)}{dt} = -B \Sigma \omega \sin \omega t \Rightarrow \text{f.e.m.} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{c} = -\frac{d\phi(B)}{dt} = \omega B \Sigma \sin \omega t$$

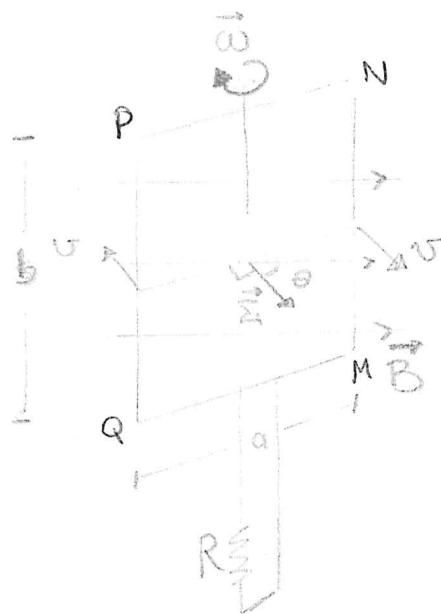
Ovvero la variazione di flusso $\vec{B}$ genera una forza elettromotrice indotta che varia in modo sinusoidale nel tempo;

Se R è la resistenza della spira, nel circuito passa la corrente:

$$i = \frac{\text{f.e.m.}}{R} = \frac{\omega B \Sigma \sin \omega t}{R} \Rightarrow \text{ovvero ottengo un generatore di corrente alternata (Alternatore)}$$

⇒ Nota che la corrente indotta "i" genera un momento meccanico delle forze magnetiche che si oppone al moto di rotazione (legge di Lenz) ⇒ Quindi dobbiamo fornire energia al sistema per mantenerlo in rotazione

Attrito elettromagnetico



Proprietà Magnetiche della materia

→ L'origine microscopica del magnetismo nella materia è legata alle sue proprietà intrinseche che richiedono l'uso della meccanica quantistica: il momento magnetico orbitale ed il momento magnetico di spin.

→ Momento magnetico Orbitale:

Può essere ricavato con un modello semiclassico (Bohr-Sommerfeld), in cui gli e^- compiono delle orbite intorno al nucleo e soddisfanno determinate regole di quantizzazione:

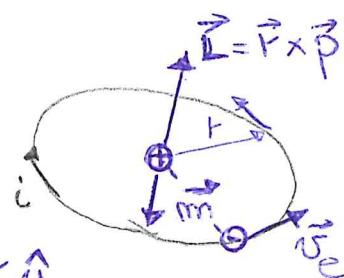
Consideriamo un e^- che orbita intorno al nucleo con velocità $\vec{v}_e$

Il periodo di rivoluzione sarà:

$$T = \frac{2\pi r}{v_e}$$

e il momento angolare

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m_e v_e r \hat{u}_m$$



che corrisponde alla corrente: $i = \frac{-e}{T} = -\frac{e v_e}{2\pi r}$

→ Possiamo quindi approssimare il sistema ad una spira percorsa da "i" con momento di dipolo magnetico: $m = i \Sigma = i \pi r^2 = -\frac{e v_e r}{2} = -\frac{e}{2m_e} L$

→ essendo L quantizzato: $L = m \frac{h}{2\pi} = m \hbar$ → Costante di Planck
anche il momento magnetico lo sarà:

$$\hbar = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Momento
Magnetico
Orbitale

$$m = m \frac{e \hbar}{2 m_e} = m \mu_B$$

Magnitone
di Bohr $\approx 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$

→ oltre al mom.to magnetico orbitale esiste un'altra causa di momento magnetico a livello atomico che non ha equivalenti nella fisica classica



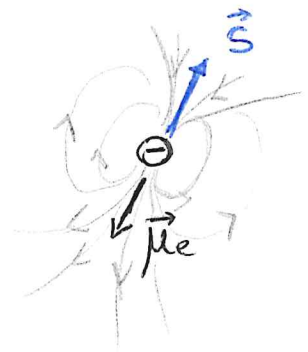
Gli e^- hanno un momento angolare intrinseco detto "SPIN"; $|S| = \frac{1}{2} \hbar$

↓
 ovvero è una proprietà come la massa o la carica

A cui è associato un momento magnetico intrinseco:

$$\vec{\mu}_e = - \frac{e}{m_e} \vec{S} \Rightarrow \frac{e \hbar}{2 m_e} = \mu_B$$

Momento Magnetico di Spin



→ Anche protoni e neutroni hanno uno spin, $|S| = \frac{1}{2} \hbar$, ed un momento magnetico associato. Definendo:

$$\mu_N = \frac{e \hbar}{2 m_p} = \frac{m_e}{m_p} \mu_B \approx 3.5 \cdot 10^{-26} \text{ Am}^2$$

Magneton Nucleare

Risulta per protone e neutrone:

$$\mu_p = 2.793 \mu_N$$

$$\mu_n = -1.913 \mu_N$$

⇒ hanno valori molto minori di μ_e e quindi possono essere trascurati nella discussione del magnetismo atomico

⇒ I comportamenti magnetici della materia dipendono dall'allineamento dei momenti magnetici orbitali, e di spin, dei suoi costituenti elementari.

→ Le sostanze vengono suddivise in 3 categorie in base alle loro proprietà magnetiche:

- Sostanze Diamagnetiche: ^{gli atomi non hanno un momento magnetico intrinseco.} Se immerse in un campo magnetico esterno sviluppano un debole campo magnetico opposto alla direzione del campo esterno. Spegliando il campo esterno non rimangono effetti di magnetizzazione nel mezzo. La maggior parte delle sostanze appartiene a questa classe. → Il meccanismo all'origine del diamagnetismo è presente in tutte le sostanze, ma può essere "superato" dagli effetti para e ferromagnetici.*
- Sostanze Paramagnetiche: Gli atomi di queste sostanze possiedono un momento magnetico intrinsecamente permanente; Tuttavia, in assenza di B_{ext} , i momenti sono orientati in modo casuale. In presenza di B_{ext} , i momenti si allineano dando luogo ad un campo B netto concorde a B_{ext} . L'allineamento ed il campo B svaniscono quando si rimuove B_{ext} . Le sostanze che contengono elementi di Transizione, Terre rare e attinidi appartengono a questa classe.
- Sostanze Ferromagnetiche: In queste sostanze (Fe, Ni, Co, e loro leghe) alcuni elettroni allineano i loro momenti magnetici generando regioni con un forte momento magnetico di dipolo. L'allineamento è dovuto ad un effetto quantistico, che ha origine dall'interazione dello spin elettronico di un atomo con quello degli atomi vicini.

Se applichiamo un B_{ext} si ha un allineamento dei momenti magnetici delle diverse regioni del cristallo (domini di Weiss) che risulta in un forte campo $\vec{B}$ allineato e concorde a $\vec{B}_{ext}$. Anche spegnendo B_{ext} permane una certa magnetizzazione del mezzo.

→ Come nel caso dei dielettrici possiamo introdurre delle grandezze per misurare il grado di "allineamento" dei dipoli magnetici di una sostanza:

Definiamo:

$$\frac{\vec{B}}{B_0} = \mu_r$$

$\nearrow$ Campo Magnetico misurato nel mezzo
 $\nwarrow$ Campo magnetico nel vuoto
 μ_r Permeabilità Magnetica Relativa

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

μ Permeabilità Magnetica Assoluta

La variazione di campo magnetico dovuta alla presenza del mezzo è:

$$\Delta B = B - B_0 = (\mu_r - 1) B_0 = \chi_m B_0 \quad \text{con } \chi_m = \mu_r - 1 \quad \text{Suscettività Magnetica}$$

ovvero:

$$B = B_0 + \underbrace{\chi_m B_0}_{\substack{\rightarrow \text{campo magnetico} \\ \text{indotto nel mezzo}}}$$

→ Per le diverse Tipologie di sostanze avremo quindi:

$K_m < 1$ & $\chi_m < 0$ Sostanze Diamagnetiche

$K_m > 1$ & $\chi_m > 0$ Sostanze Paramagnetiche

$K_m \gg 1$ & $\chi_m \gg 1$ Sostanze Ferromagnetiche

→ Per le sostanze Diamagnetiche e Paramagnetiche K_m è costante al variare del campo esterno B , mentre per i ferromagneti dipende dal campo esterno, e dalla "storia" del materiale.

Inoltre per il para — magnetismo vale:

$\chi_m = \frac{C_p}{T}$ Prima legge di Curie

costante costante

$\propto \frac{1}{T}$ Temperatura espressa in K

Questo può essere interpretato come una conseguenza dell'agitazione termica che tende a disallineare i dipoli magnetici nel mezzo

Per lo stesso motivo i materiali ferromagnetici divengono paramagnetici al di sopra di una certa temperatura critica detta "Temperatura di Curie".