

$\neq$ Magnetizzazione

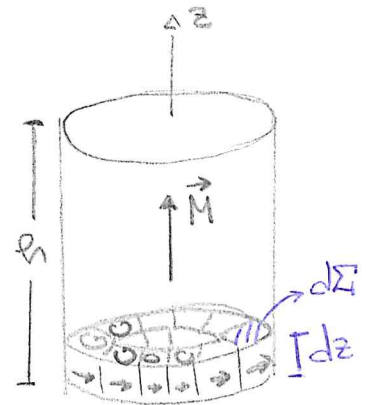
→ Similmente a quanto fatto per la polarizzazione dei dielettrici, possiamo assumere che ogni atomo/molecola sotto l'azione del campo esterno $\vec{B}$, acquisti un momento magnetico medio $\langle \vec{m} \rangle$, parallelo a $\vec{B}$.

Consideriamo quindi un volume dV con dN_e atomi, il momento magnetico vale:

$$d\vec{m} = dN_e \langle \vec{m} \rangle \Rightarrow \text{per u.d.V. } \vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = M \langle \vec{m} \rangle \quad \text{Vettore Magnetizzazione}$$

→ Consideriamo un mezzo uniformemente magnetizzato. Se lo suddividiamo in piccoli cilindri di base dS e altezza dz .

Ogni cilindro avrà: $d\vec{m} = \vec{M} dV$
 $= M dS dz \hat{u}_z$

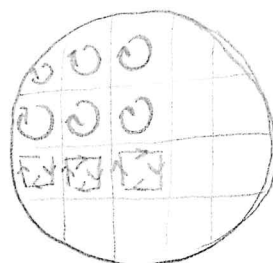


→ Lo stesso momento magnetico è posseduto da una spira (a forma di nastro) di area dS , percorsa da di_m :

$$d\vec{m} = di_m dS \hat{u}_z \quad \text{con } di_m = M dz$$

→ Considerando tutti i cilindretti, le correnti si cancellano a due a due sui lati contigui dei circuiti elementari, mentre rimangono attive solo le correnti sulla superficie laterale del mezzo.

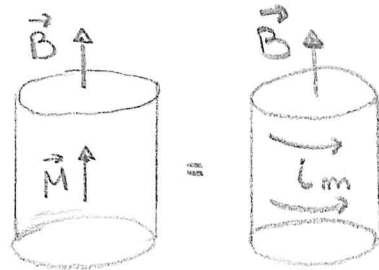
↓
 visto
 dall'alto →



→ Integrando lungo l'altezza del mezzo:

$$I_m = \int_0^h dI_m = \int_0^h M dz = Mh$$

Quindi il cilindro magnetizzato equivale ad una fascia di altezza h , percorsa dalla corrente ^{di superficie} $I_m = Mh$

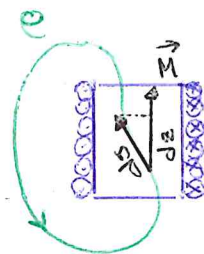


Questa corrente è detta corrente Amperiana, e rappresenta l'aspetto macroscopico delle correnti atomiche originate nel mezzo dalla presenza di un campo B_{ext} .

→ La densità lineare di I_m risulta: $|\vec{j}_m| = \frac{I_m}{h} = M \quad [A/m]$

→ Inoltre la circolazione di $\vec{M}$ lungo un percorso chiuso che concatena I_m risulta:

$$\oint_C \vec{M} \cdot d\vec{r} = \int_0^h M dz = I_m$$



Equazioni generali della Magnetostatica

→ Resta invariata la proprietà di $\vec{B}$ di essere solenoidale ($\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$)

→ Mentre per la Legge di Ampere dobbiamo considerare le correnti Ampereane:

$$\oint_e \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 (i + i_m) = \mu_0 i + \mu_0 \oint_e \vec{M} \cdot d\vec{e}$$

↑ corrente Ampereana
↓ corrente di circolazione

$$\oint_e (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) \cdot d\vec{e} = \mu_0 i \Rightarrow \oint_e \frac{1}{\mu_0} (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) \cdot d\vec{e} = i$$

Definiamo quindi il campo vettoriale $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

Otteniamo:

$$\oint_e \vec{H} \cdot d\vec{e} = i \Rightarrow \text{dipende solo dalle correnti di circolazione!}$$

Legge di Ampere per il campo $\vec{H}$

↓ in forma differenziale
 $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}$

* vedi Nota Analoge E e M_s

→ Nella materia avremo:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \underbrace{\mu_0 \vec{H}}_{\text{campo originario nel vuoto}} + \underbrace{\mu_0 \vec{M}}_{\text{campo indotto nel mezzo tramite la magnetizzazione}}$$

↓ Campo Misurato

→ La magnetizzazione è legata al campo $\vec{H}$:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

→ Ovvero maggiore il campo magnetizzante $\vec{H}$, maggiore è il momento di dipolo per unità di volume che si sviluppa

Nei dielettrici avevamo
 $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$

→ Nota: Analogie Leggi Magnetostatica & Elettrostatica

→ In assenza di CARICHE libere e coerenti di conduzione

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad \leftarrow \frac{\partial B}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0 \quad \leftarrow j = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \text{if } \rho = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\frac{\vec{D}}{\epsilon_0} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{B}_m = \vec{H} + \vec{M}$$

→ Invece, dal p.to di vista formale, valgono le corrispondenze:

$$\vec{E} \leftrightarrow \vec{H} \quad ; \quad \frac{\vec{D}}{\epsilon_0} \leftrightarrow \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad , \quad \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} \leftrightarrow \vec{M}$$

→ N.B. Queste sono corrispondenze matematiche, che non bisogna estendere al loro significato fisico;
 $\vec{E}$ & $\vec{B}$ sono i campi "fondamentali" che ci permettono di esprimere le interazioni tra cariche fisse o in moto.
 $\vec{D}$ & $\vec{H}$ sono utili variabili AUSILIARE che permettono una struttura semplificata delle equazioni in quanto ^{il flusso di $\vec{D}$ e $\vec{H}$} dipen-
^{circuito di $\vec{H}$} ~~deriva~~ ^{deriva} solo dalle cariche libere e correnti di conduzione.

→ Ne segue che:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} = \mu_0(1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 K_m \vec{H} = \mu \vec{H}$$

e quindi:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{1}{\mu_0} \frac{K_m - 1}{K_m} \vec{B}$$

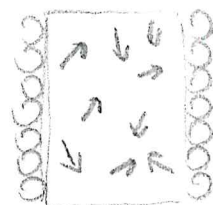


Per i diamagneti e paramagneti χ_m ($\text{e } K_m$) sono costanti, mentre nei ferromagneti $\chi_m(H, B)$, e la relazione tra $\vec{M}$ e $\vec{H}$ non è nemmeno lineare, e neanche univoca!



Consideriamo un pezzo di materiale ferromagnetico inserito in un solenoide

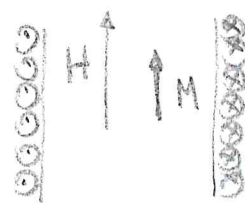
- a) Allo stato vergine i momenti magnetici atomici sono disposti in modo casuale e $M=0$.



$$H=0$$

$$M=0$$

- b) Facendo scorrere una corrente nel solenoide si genera un campo $\vec{H}$ prop. le alla corrente, che fa allineare i mom. ti magnetici, inducendo $M \neq 0$ e concorde con $\vec{H}$. Il campo magnetico $\vec{B}$ misurato nel ^{mezzo} ~~mezzo~~ vale $\mu_0(\vec{H} + \vec{M})$.



$$H, M \neq 0$$

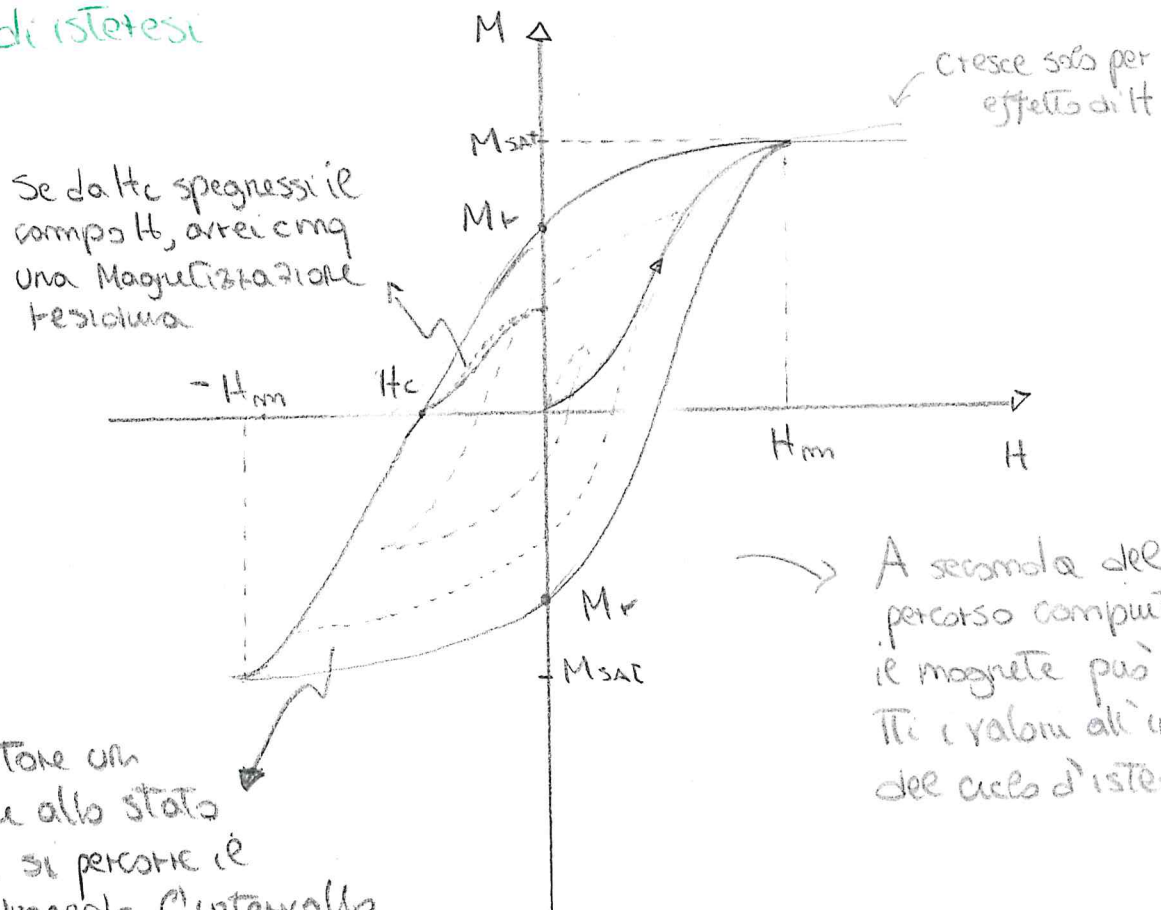
$$H \parallel M$$

c) aumentando la corrente, e quindi $\vec{H}$, cresce il valore di M , fino a raggiungere un valore massimo (Magnetizzazione di Saturazione). Oltre questo punto B aumenta solo per effetto di H : $B = \mu_0(H + M_{sat})$

d) Riducendo la corrente fino a spegnerla H si riduce fino a $\emptyset$, ma rimane una magnetizzazione residua M_r , e quindi un campo magnetico $B_r = \mu_0 M_r \rightarrow$ il materiale è diventato un magnete permanente!

e) Per annullare la magnetizzazione, devo invertire H (invertendo la corrente) fino ad un valore H_c (campo coercitivo) per cui $M=0$ $B = \mu_0 H_c$.

→ Ciclo di isteresi



Per riportare un materiale allo stato vergine si percorre il ciclo riducendo l'intervallo di variabilità di H

→ A seconda del percorso compiuto il magnete può assumere tutti i valori all'interno del ciclo d'isteresi