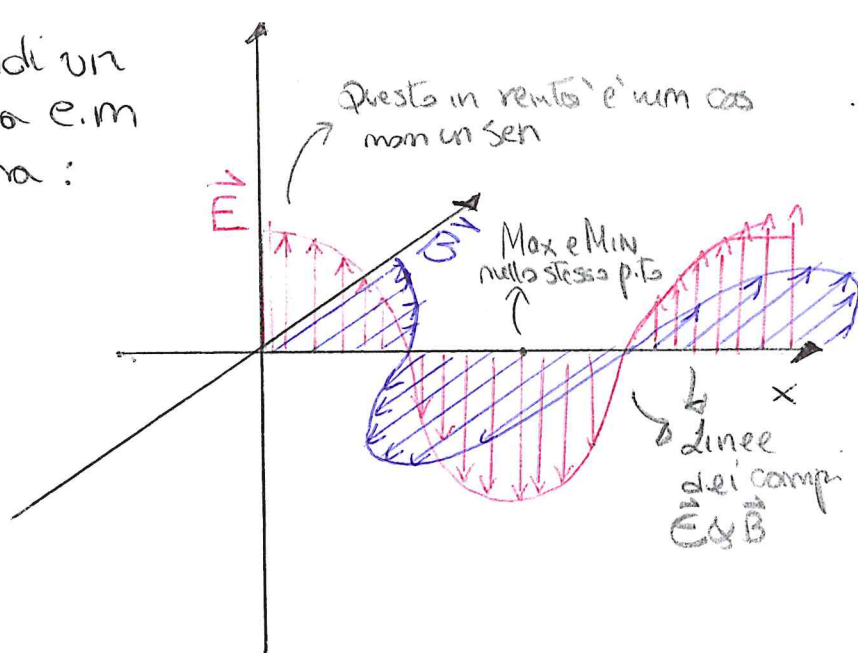


Quindi un'onda e.m. piana:



- E & B si propagano con la stessa velocità c (nel vuoto)
- I moduli dei campi p.t.o x p.t.o, ed istante per istante, sono legati dalla rel. $E = cB$

- $\vec{E}$ & $\vec{B}$ sono $\perp$ tra loro e $\perp$ alla direzione di propagazione (onde trasversali, x cui è importante concetto di polarizzazione)
- Il verso di propagazione è quello dato dal prodotto vettoriale $\vec{E} \times \vec{B}$

→ Alcune relazioni utili: (che derivano dalle relazioni viste prima)

$$s = vt$$

$$\lambda = cT \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \text{La lunghezza d'onda e la frequenza non sono}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{2\pi}{k} = c \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = ck \quad \text{indipendenti!}$$

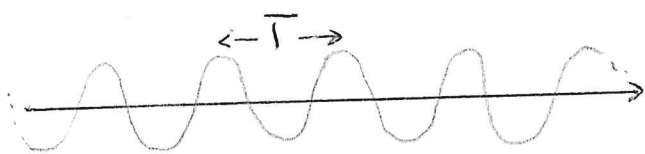
- $c = \omega / k$
 - $c = \lambda \nu$
 - $c = \lambda / T$
- } 3 modi per esprimere la velocità di propagazione

• Pacchetto d'onde

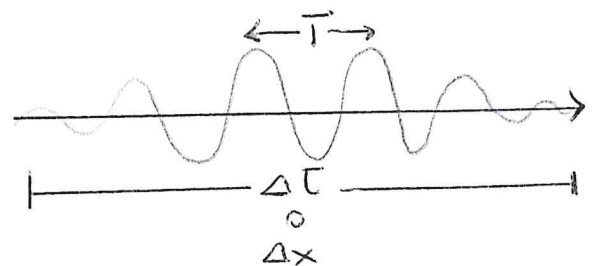
Tutte le sorgenti in genere emettono onde attraverso processi che hanno una durata finita Δt , quindi nella realtà l'onda ha una durata ed un'estensione finita.

E.g. la radiazione termica ^{del sole} è durata ed un numero enorme di atomi che oscillano con frequenze di 10^{14} Hz. L'emissione del singolo atomo avviene in un tempo dell'ordine di 10^{-8} s, durante il quale viene emesso un impulso di luce, ~~il fotone~~, onde detto pacchetto d'onde:

Onda armonica:



Pacchetto d'onde (Fotone)



Numero di cicli:

* (giro pagina) $N = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow$ Num è fissato

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{N}{\Delta x}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{N}{\Delta t}$$

Infatti, il pacchetto è composto da una banda di frequenze * e numeri d'onda, che diventa tanto più stretto, tanto sono maggiori Δn e Δt (per $\rightarrow \infty$ abbiamo onda ARMONICA)

Polarizzazione onde EM:

$$\rightarrow \vec{E} = \left(0, E_{0y} \sin(kx - \omega t), E_{0z} \sin(kx - \omega t + \delta) \right)$$

$\downarrow$
sfasamento

$\downarrow$
Onda armonica piana (omologo per $\vec{B}$) che si propaga lungo x

$\Rightarrow$ Polarizzazione Lineare

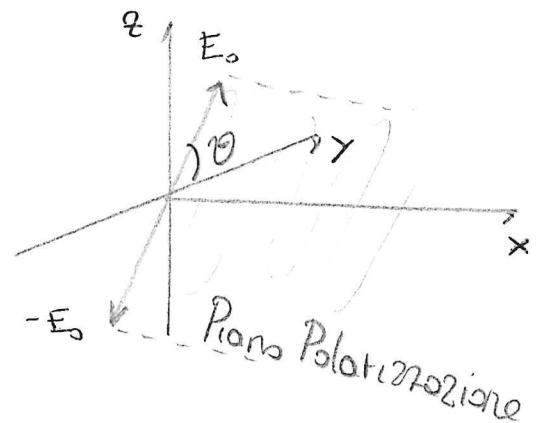
$$\delta = 0, \pi \text{ (costante)}$$

$$\vec{E} = \left(0, E_{0y} \sin(kx - \omega t), \begin{matrix} \delta=0 \\ \uparrow \\ \pm E_{0z} \sin(kx - \omega t) \\ \downarrow \\ \delta=\pi \end{matrix} \right)$$

$$\tan \theta = \pm \frac{E_{0z}}{E_{0y}} = \text{costante}$$

$$E = \pm E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$\downarrow$
 $\sqrt{E_{0y}^2 + E_{0z}^2}$



$\Rightarrow$ Polarizzazione Ellittica: $\delta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$$\vec{E} = \left(0, E_{0y} \sin(kx - \omega t), \pm E_{0z} \cos(kx - \omega t) \right)$$

$\rightarrow$ direzione di $\vec{E}$ ruota, descrivendo un giro completo dopo λ . Nel piano yz, al passare di t, $\vec{E}$ descrive un'ellisse di semiasse E_{0y} & E_{0z}

$$\Rightarrow \text{Se immette } E_{0y} = E_{0z} \Rightarrow E^2 = \sqrt{E_0^2 (\sin^2(kx - \omega t) + \cos^2(kx - \omega t))}$$

$$= E_0 \Rightarrow \text{Modulo costante}$$

⇐
Polarizzazione Circolare

$\Rightarrow$ Se la differenza di fase δ varia in maniera CASUALE, non si può stabilire una legge di variazione per la direzione di $\vec{E}$ & $\vec{B}$:
Lo stato di polarizzazione, pur essendo definito istante per istante, non lo è più in media nel tempo $\Rightarrow$ Si parla quindi di onde NON polarizzate

⇓
Onde EM non pol. te sono ad esempio quelle provenienti dal sole o da un lampadina ad incandescenza

* Energia di un'onda e teorema di Poynting:

La presenza di un campo $\vec{E}$ ed $\vec{B}$ in una regione di spazio comporta la presenza di una certa quantità di energia con densità u_{em} .

In un mezzo omogeneo: per i campi E & B abbiamo

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad u_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}$$

Quindi la densità di energia em istante per istante

$$u_{em} = u_e + u_m = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = 2u_e = \epsilon E^2$$

Arretrando metà dell'energia em è associata ad E , e metà a B

↳ per un'onda em
prisma $B^2 = E^2 / c^2 = \mu \epsilon E^2$

→ Se consideri l'elemento di superficie $d\Sigma$, la cui normale $\hat{u}_m$ forma un angolo α con la direzione di propagazione definita da $\vec{v}$.
Nel tempo dt passa attraverso $d\Sigma$ l'energia:

$$dU = u_{em} \underbrace{d\Sigma \cos \alpha}_{\text{base}} \underbrace{v dt}_{\text{altezza}} = \epsilon E^2 v \cos \alpha d\Sigma dt$$

$dV = \text{Volume prisma}$

La potenza che attraversa $d\Sigma$ in dt è quindi:

$$dP = \frac{dU}{dt} = \epsilon E^2 v \cos \alpha d\Sigma = \epsilon E^2 \vec{v} \cdot \hat{u}_n d\Sigma$$

Conviene dunque definire il vettore $\vec{S}$:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B} = \frac{1}{\mu} B^2 \vec{v} = \frac{1}{\mu} \frac{E^2}{v^2} \vec{v} = \underbrace{\epsilon E^2}_{u_{em}} \vec{v}$$

$\downarrow \frac{1}{\mu \epsilon}$

Vettore di Poynting
 $\downarrow$
 Verso e direzione coincidenti con $\vec{v}$ di propagazione

Così da descrivere la potenza istantanea che attraversa $d\Sigma$ come il flusso di $\vec{S}$ attraverso $d\Sigma$:

$$dP = \underbrace{\vec{S} \cdot \hat{u}_n}_{\text{def. flusso}} d\Sigma = S d\Sigma_0$$

$\downarrow$ $\hookrightarrow$ Sup. ortogonale a $\vec{v}$: $d\Sigma \cos \alpha$

$$|\vec{S}| = S = \frac{dP}{d\Sigma_0} = v u_{em} \quad \left[\frac{J}{s \cdot m^2} = \frac{W}{m^2} \right] \Rightarrow$$

Il modulo di $\vec{S}$ rappresenta l'energia em che attraversa l'unità di sup. alla propagazione nell'unità di tempo

In genere, dato il grande valore di ω nelle onde em, è rilevante calcolare il flusso medio di energia, a cui si dà il nome di INTENSITÀ dell'onda

$$I = \left(\frac{dU}{dt} \right) \frac{1}{d\Sigma} = \langle S \rangle \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

→ Per un'onda piana polarizzata linearmente

$$\vec{E} = E_0 \sin(kn - \omega t)$$

$$\downarrow$$

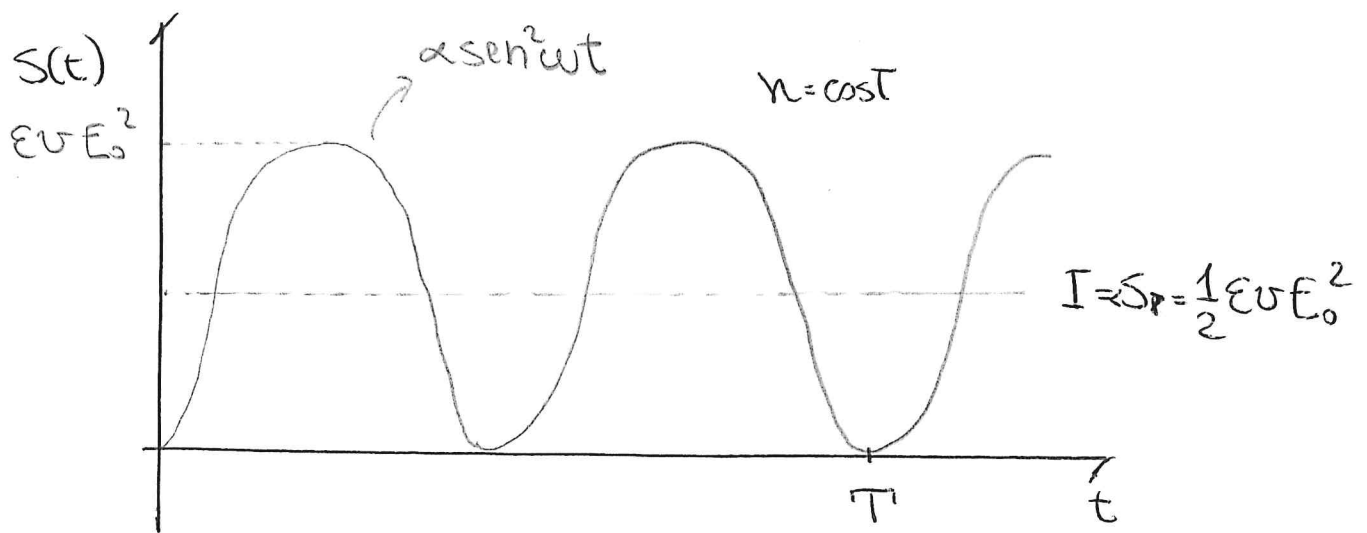
$$S = \epsilon E^2 v = \epsilon v E_0^2 \sin^2(kn - \omega t)$$

Il valore medio su un intervallo di tempo T vale:
~~il valore~~ di S

$$I = \langle S \rangle = \epsilon v \langle E^2 \rangle = \epsilon v \frac{1}{t} \int_0^t E_0^2 \sin^2(kn - \omega t) dt =$$

$\rightarrow \frac{1}{2} E_0^2$

$$* = \frac{1}{2} \epsilon v E_0^2 \Leftarrow \text{Intensità onda piana}$$



$$* \frac{1}{t} \int_0^t \sin^2(\omega t') dt' = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\omega t} \sin(2\omega t) \simeq \frac{1}{2} \text{ per } t \gg T$$

$\downarrow$
 $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Onde elettromagnetiche sferiche

→ In genere una sorgente di onde EM emette onde che si propagano in tutte le direzioni

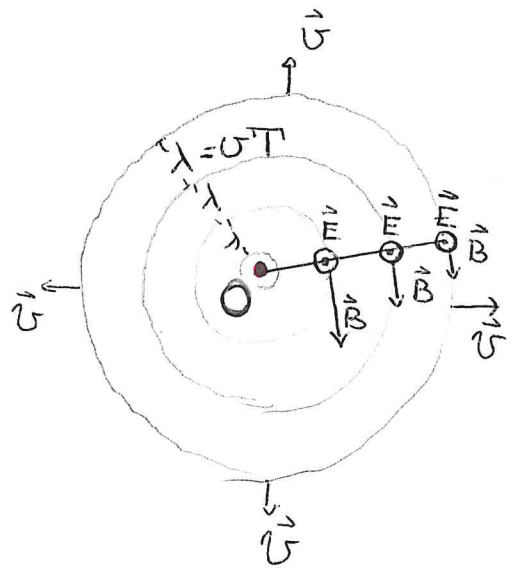
Consideriamo una sorgente puntiforme che emette onde EM in modo ISOTROPICO:
armoniche

$$E(r,t) = E_0(t) \sin(kr - \omega t) \rightarrow \text{Analogo per } \vec{B}$$

DATO CHE ISOTROPICA:

→ La v di propagazione è la stessa in tutte le direzioni

→ L'ampiezza $E_0(t)$ può dipendere solo dalla distanza dalla sorgente, r



→ I fronti d'onda sono sfere sulle quali la fase $kr - \omega t = \text{cost}$, e che compiono in un periodo $T = 2\pi/\omega$ la distanza λ

La potenza media che attraversa una superficie sferica concentrica al ^{di raggio} r risulta:

$$\langle P \rangle = \underbrace{I}_{\text{intensità onda}} \Sigma = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2(r) 4\pi r^2 = \text{cost} \Rightarrow \text{In quanto corrisponde alla } \langle \text{potenza} \rangle \text{ emessa dalla sorgente}$$

$\Downarrow$
 $E_0(r) \propto \frac{1}{r}$

Avremo quindi:

$$E(r,t) = \frac{E_0}{r} \sin(Kr - \omega t)$$

$$B(r,t) = \frac{E_0}{v r} \sin(Kr - \omega t)$$

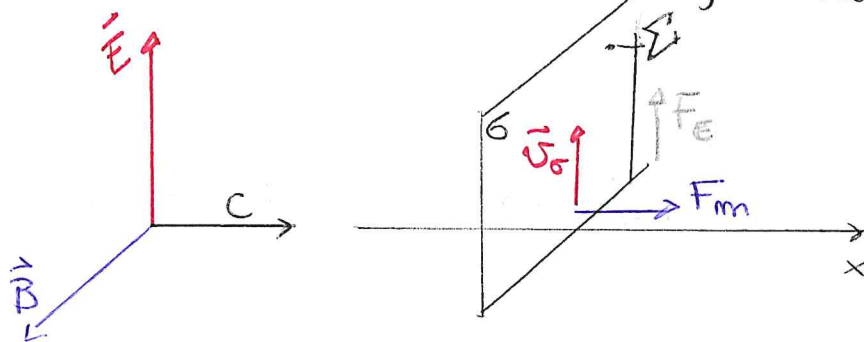
e l'intensità: $I = \frac{1}{2} v \epsilon \frac{E_0^2}{r^2} \Rightarrow$ diminuisce con il quadrato della distanza dalla sorgente

* Pressione di Radiazione

Le onde em, oltre che energia trasportano quantità di moto. Per metterlo in evidenza consideriamo una superficie Σ $\perp$ alla direzione di propagazione su cui è distribuita la carica $\sigma = q/\Sigma$. La forza per unità di superficie esercitata dai campi è:

$$\frac{\vec{F}}{\Sigma} = \sigma (\vec{E} + \vec{v}_\sigma \times \vec{B})$$

↳ Velocità comunicata alle cariche dalla forza elettrica



2° unità di superficie assorbe quindi la potenza media

$$\langle \frac{P}{\Sigma} \rangle = \frac{1}{\Sigma} \langle \vec{F} \cdot \vec{v}_\sigma \rangle = \sigma \underbrace{\vec{E} \cdot \vec{v}_\sigma}_{\text{solo } //} + \sigma \underbrace{(\vec{v}_\sigma \times \vec{B}) \cdot \vec{v}_\sigma}_{\text{prodotto misto con 2 vettori uguali}} = \sigma v_\sigma \underbrace{\langle E \rangle}_{\text{Solo comp. elettrico trasferisce potenza}} = I$$

A questo assorbimento non corrisponde un effetto meccanico globale sulla Σ poiché $\vec{E} \parallel \Sigma$, e quindi la forza elettrica $\parallel \Sigma$

Corrisponde all'intensità di energia trasportata dall'onda $I = \frac{dU}{d\tau d\Sigma}$

→ Invece la forza magnetica ha origine dal
un effetto meccanico, per non assorbendo
energia, in quanto $\perp$ a $\vec{v}_e$. Anzi:

$$\frac{\langle \vec{F}_m \rangle}{\Sigma} = \langle \vec{v}_e \times \vec{B} \rangle = \langle v_e B \rangle \hat{u}_x = \frac{\sigma}{c} \langle v_e E \rangle \hat{u}_x = \frac{I}{c} \hat{i}$$

Concorda
all'asse di
propagazione

Corrisponde ad una
pressione:

$$* P_{\text{rad}} = \frac{I}{c}$$

Pressione
di Radiazione

Assumendo Σ completamente
Assorbente

→ D'altra parte nel tempo Δt , l'onda fornisce
alla superficie l'impulso $\langle \vec{F}_m \rangle \Delta t$, quindi
nell'unità di tempo, per unità di superficie,
l'onda cede la quantità di moto I/c .

corrispo
alla q.
che c'è
cede pe
u.d.t. e Σ

→ In genere le superfici non sono completamente
assorbenti, ma parte dell'energia viene assorbita
e parte riflessa. L'altro caso limite si ha
per una superficie completamente riflettente;
l'onda incidente $\perp$ su Σ , dopo la riflessione
si propaga lungo $-\hat{u}_x$, la q.d.m. cambia verso
($\Delta q = q_f - q_i = 2q_i$) e l'impulso raddoppia rispetto
al caso precedente: $P_{\text{rad}}^{\text{rifl}} = 2 \frac{I}{c}$