

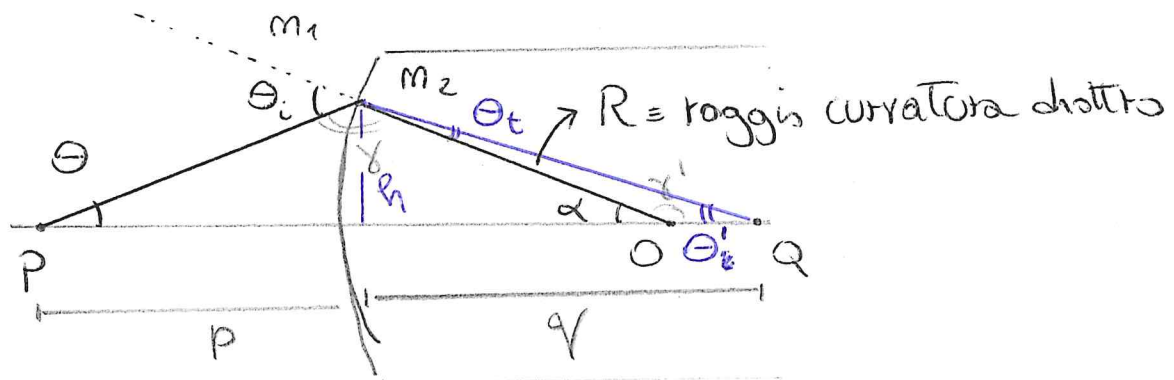
Diottri

→ Superficie su cui avviene la trasmissione della luce da un mezzo ad un altro.

Nota: Su una superficie diotttrica avviene anche la riflessione, che però possiamo trascurare in quanto la quantità di energia riflessa è dell'ordine di qualche % dell'energia incidente se gli angoli di incidenza sono piccoli.

- Superficie Convessa Sferica:

$n_1 < n_2$
eg. ARIA - VETRO



$$\theta + \alpha = \theta_i \quad \text{poiché} \quad \left. \begin{aligned} \theta + \theta_i &= \pi \\ \theta + \alpha + (\pi - \theta - \theta_i) &= \pi \end{aligned} \right\}$$

$$\theta_r + \theta'_t = \alpha \quad \text{poiché} \quad \left. \begin{aligned} \theta_r + \alpha &= \pi \\ \theta'_t + \theta_r + \alpha &= \pi \end{aligned} \right\}$$

Inoltre $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \Rightarrow \theta_i \ll 1 \Rightarrow n_1 \theta_i = n_2 \theta_t$

Mettendo a sistema

$$n_1 \theta + n_2 \theta' = (n_2 - n_1) \alpha$$

→ Approx.

Parassiale

Inoltre (sempre assumendo angoli piccoli)

$$\sin \theta \approx \theta$$

$$\tan \theta \approx \theta$$

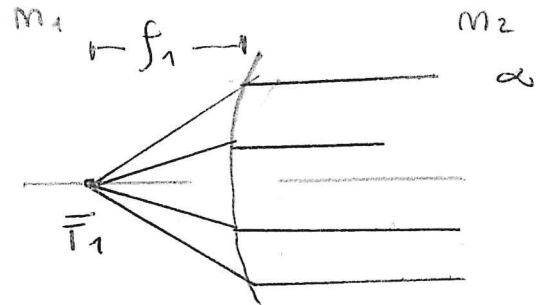
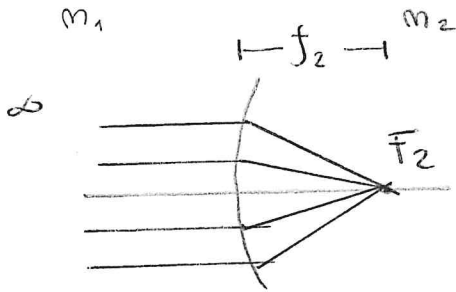
$$\theta = \frac{h}{p} \quad \theta' = \frac{h}{q} \quad \alpha = \frac{h}{R}$$

Alterniamo:

$$\frac{m_1}{p} + \frac{m_2}{q} = \frac{m_2 - m_1}{R}$$

Equazione diotro sferico

Possiamo identificare i punti F_1 & F_2 :



$$p = +\infty \Rightarrow f_2 = \frac{m_2 R}{m_2 - m_1}$$

Fuoco
Posteriore

$$q = +\infty \Rightarrow f_1 = \frac{m_1 R}{m_2 - m_1}$$

Fuoco
Anteriore

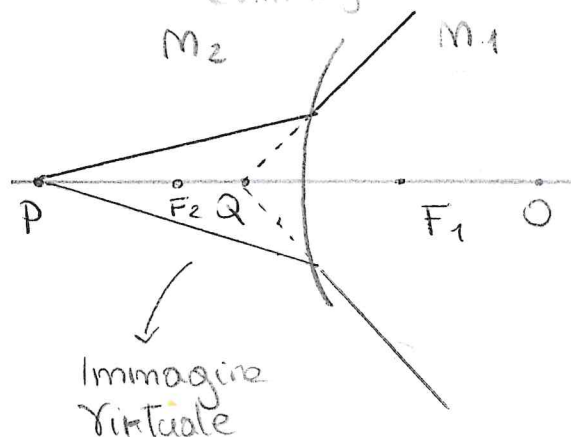
$\Downarrow$

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1$$

per cui la luce passa da m_2 a m_1 con $m_2 > m_1$.

Per un diotro convesso^v basta scambiare
oppure concavo^{*} scambiando oggetto
e immagine

$$\frac{m_2}{p} + \frac{m_1}{q} = \frac{m_1 - m_2}{R}$$



$$p \rightarrow -q$$

$$q \rightarrow -p$$



Convenzione
Segni

$p > 0$ se davanti
alla lenti

$q > 0$ se dietro
la lenti

Lenti (sottili):

Una lente è un oggetto trasparente con due superfici rifrangenti, di cui almeno una curva, i cui assi centrali coincidono; l'asse comune costituisce l'asse centrale della lente. Quando una lente è immersa in aria, la luce proveniente dall'aria si rifrange entrando nella lente, la attraversa ed è rifratta nuovamente emergendo nell'aria. Ciascun evento di rifrazione può cambiare la direzione di propagazione della luce. Se i raggi di luce sono inizialmente paralleli all'asse centrale della lente ed essa li fa convergere, la lente è detta convergente. Se invece nella stessa ipotesi li fa divergere, si chiama lente divergente.

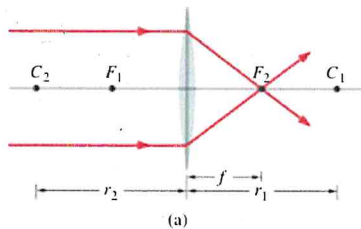
Elementi di una lente:

asse ottico = retta che congiunge i centri di curvatura delle due facce della lente;

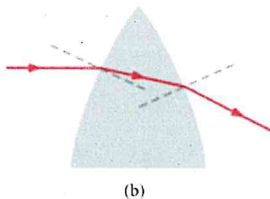
centro ottico = punto dell'asse ottico che divide a metà lo spessore della lente;

fuoco = punto in cui convergono tutti i raggi paralleli all'asse ottico

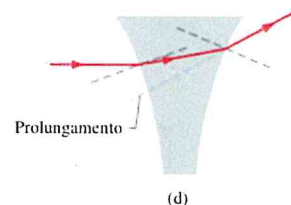
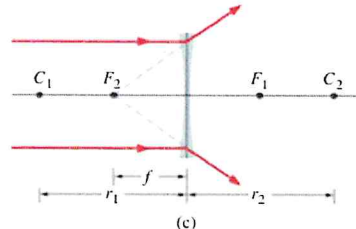
Lente Convergente



La curvatura del raggio avviene solo in corrispondenza delle superfici



Lente Divergente



→ spessore lente $\ll$ distanza oggetto

Consideriamo il caso speciale della lente sottile, cioè una lente in cui lo spessore è piccolo in rapporto alla distanza dell'oggetto p e alla distanza dell'immagine i , o, ciò che è lo stesso, rispetto a entrambi i raggi di curvatura r_1 ed r_2 . Considereremo solo raggi che formano angoli piccoli con l'asse centrale, detti anche parassiali (esagerati nelle figure). Inoltre assumiamo che le caratteristiche ottiche della lente siano indipendenti dalla posizione in cui passano i raggi (omogeneità del mezzo) e dal colore della luce (omogeneità cromatica).

~~In questo caso i e p stanno in relazione tra loro secondo l'espressione:~~

In questo caso p e q stanno in relazione tra loro secondo l'espressione:

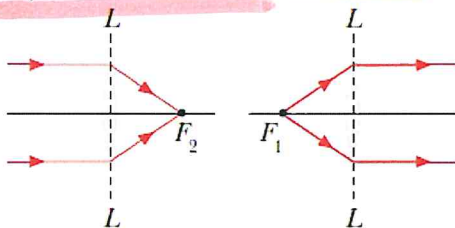
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Equazione Lenti Sottili

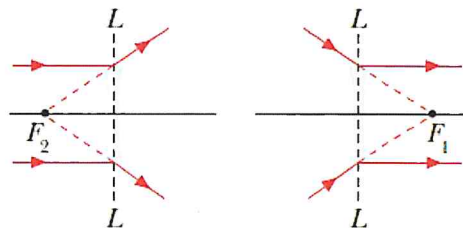
Dove la distanza focale della lente è data da:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow f = \frac{n_1}{n_2 - n_1} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (*)$$

Se l'oggetto è posto all'infinito, l'immagine si forma nel punto F_2 a distanza f dal centro, mentre se l'oggetto è posto nel punto F_1 a distanza f dal centro l'immagine si forma all'infinito: per questo f è chiamata distanza focale o brevemente focale della lente sottile. F_1 e F_2 sono equidistanti dal centro della lente.



(a) $\frac{1}{f} > 0$

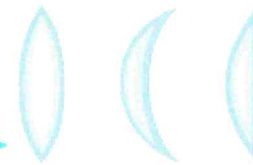


(b) $\frac{1}{f} < 0$

Potere
Convergente
 $\frac{1}{f}$

La quantità $1/f$ è detta potere convergente (o potenza) della lente e si misura in diottrie (m⁻¹); a seconda dei segni e dei valori dei raggi di curvatura e dei valori degli indici di rifrazione, $1/f$ può essere positivo, e allora la lente si dice convergente oppure negativo, e in tal caso la lente si dice divergente.

Nella figura sono indicate le combinazioni di raggi di curvatura che danno potere convergente positivo o negativo. Osserviamo che sono convergenti le lenti più spesse al centro che al bordo, divergenti quelle più sottili al centro che al bordo.



Convergenti
 $\frac{1}{f} > 0$



Divergenti
 $\frac{1}{f} < 0$

Queste formule sono valide sia per lenti convergenti che divergenti, a patto di utilizzare la seguente convenzione per i segni:

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto (p)	l'oggetto è davanti alla lente (oggetto reale)	l'oggetto è dietro la lente (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine (q)	l'immagine è dietro la lente (immagine reale)	l'immagine è davanti alla lente (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine (h')	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Raggi di curvatura R_1 e R_2	il centro di curvatura è dietro la lente	il centro di curvatura è davanti alla lente
Distanza focale (f)	la lente è convergente	la lente è divergente

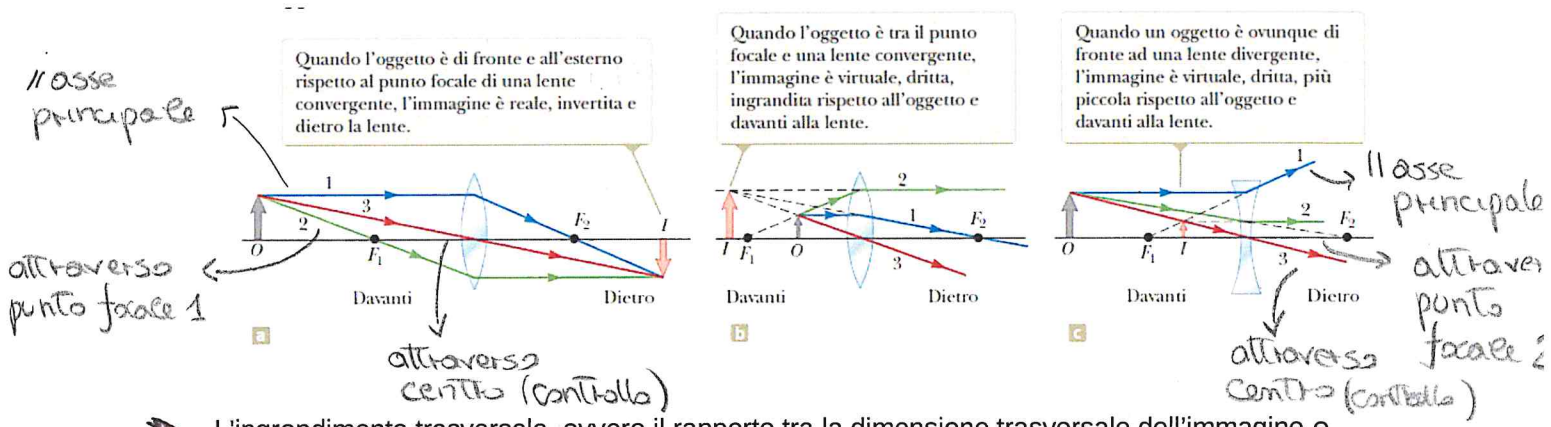
La costruzione geometrica è molto utile per determinare l'immagine di una lente sottile o di un sistema di lenti. Per localizzare l'immagine di una lente convergente, si tracciano i tre raggi seguenti dalla cima dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio passa per il punto focale sul lato posteriore della lente.
- Il raggio 2 è tracciato attraverso il punto focale sul lato anteriore della lente (o come se arrivasse dal punto focale qualora $p < f$) ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta. (controllo)

La localizzazione di un'immagine per una lente divergente si ottiene tracciando i seguenti tre raggi dalla sommità dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio emerge allontanandosi dal punto focale sul lato anteriore della lente.
- Il raggio 2 è tracciato verso il punto focale sul lato posteriore della lente ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta.

Con questa costruzione, il punto d'intersezione di una qualunque coppia di raggi può essere usato per localizzare l'immagine. Il terzo raggio serve come controllo della nostra costruzione.

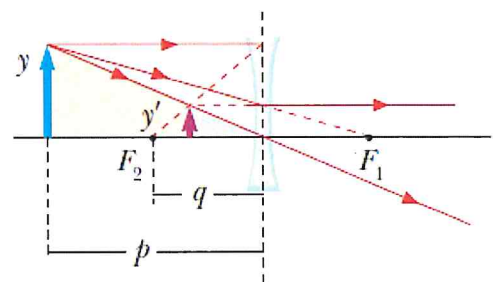
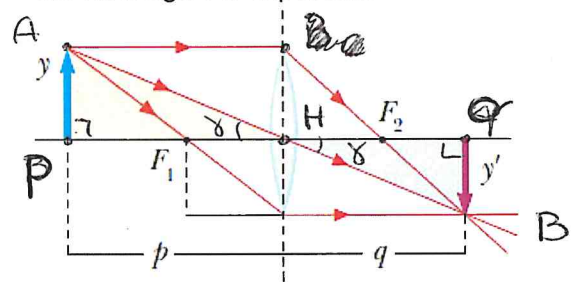


→ L'ingrandimento trasversale, ovvero il rapporto tra la dimensione trasversale dell'immagine e dell'oggetto vale:

$$I = \frac{y'}{y} = \frac{q}{p} = \frac{q-f}{f} = \frac{f}{p-f}$$

Ingredimento Trasversale

L'ingrandimento 1 vuol dire che l'immagine è della stessa dimensione dell'oggetto. Il segno + vuol dire che l'immagine e l'oggetto hanno lo stesso orientamento, viceversa, se I è negativo che l'immagine e' capovolta.



* $\triangle APH$ simile $\triangle BQH$ in quanto 3 angoli uguali (angolo γ , angolo L , e quindi 3° angolo) $\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{q}{p} = \frac{AH}{BH}$

$$* * \frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{q}{p} = \frac{q}{f} - 1 = \frac{q-f}{f}$$

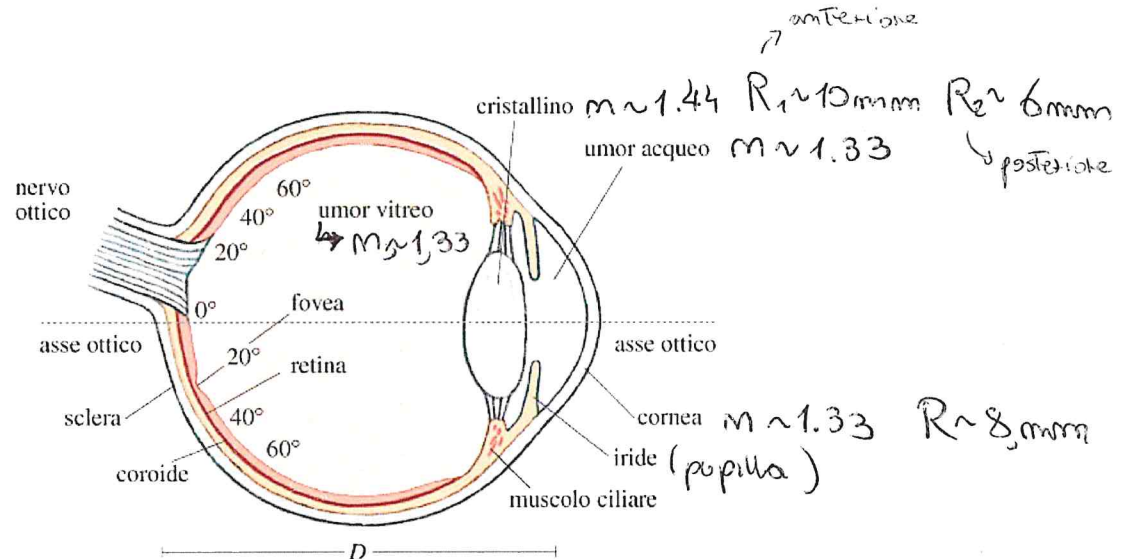
$$* * * \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \quad \frac{1}{I} = \frac{p}{q} = \frac{p-f}{f} \Rightarrow I = \frac{f}{p-f}$$

$\frac{1}{q} = \frac{p-f}{fp}$

L'occhio umano come sistema ottico:

Nella Figura è schematicamente rappresentata la sezione orizzontale di un occhio umano sinistro. Un raggio luminoso, proveniente dall'esterno, giunge sulla parte sensoriale dell'occhio (retina), attraversando i seguenti mezzi:

a) la cornea, di indice di rifrazione $n \approx 1.33$, con un raggio di curvatura di 8 mm;



b) l'umor acquoso, liquido contenuto fra la cornea e il cristallino, costituito da acqua e piccole quantità di proteine e sali in concentrazione isotonica, di indice di rifrazione $n \approx 1.33$;

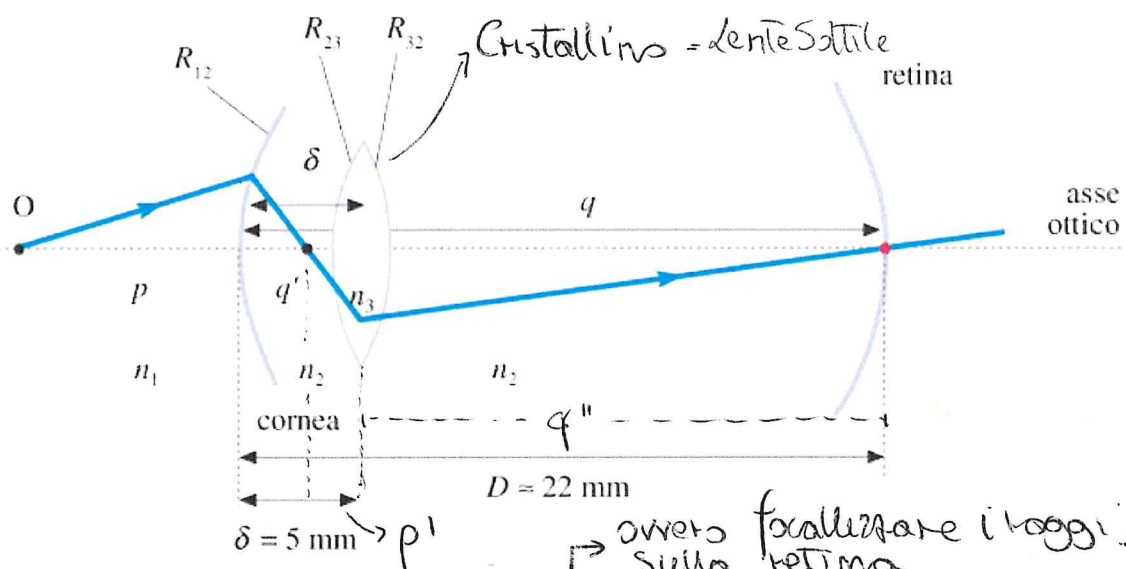
c) l'iride, costituita da una membrana elastica, al centro della quale si trova un'apertura (pupilla), la quale si contrae o si dilata a seconda dell'intensità luminosa che colpisce l'occhio, fungendo quindi da diaframma per i raggi luminosi;

d) il cristallino (o lente), lente biconvessa con due superfici con raggi di curvatura differenti (in stato di riposo, 10 mm per quella anteriore e 6 mm per quella posteriore), di indice di rifrazione medio $n \approx 1.44$; la curvatura della superficie anteriore può essere diminuita dalla contrazione dei muscoli ciliari, variando così la distanza focale del cristallino;

e) l'umor vitreo (o corpo vitreo), materiale gelatinoso tra il cristallino e la retina, di indice di rifrazione uguale a quello dell'umor acquoso, $n \approx 1.33$;

f) la retina, tessuto nervoso fotosensibile, su cui si formano le immagini e la cui funzione è quella di trasformare l'immagine in un insieme di potenziali d'azione che, tramite il nervo ottico, vengono inviati al cervello.

L'occhio umano può essere schematizzato come un diottro contenente una lente sottile. Il diottro è costituito dal sistema aria-umor acqueo, in quanto cornea, umor acqueo e umor vitreo, avendo circa lo stesso indice di rifrazione, possono essere considerati come un unico mezzo. La lente sottile, invece, rappresenta il cristallino. Per ottenere la relazione tra la distanza p dell'oggetto dall'occhio e la distanza q dalla cornea alla quale si forma l'immagine, bisogna applicare la formula dei punti coniugati del diottro e della lente sottile in successione. $\ast$ L'immagine sulla retina risulta essere reale e capovolta.



La minima distanza cui l'occhio può mettere a fuoco è chiamata punto prossimo, a circa 25 cm e, con sforzo, questa può arrivare a 10-5 cm. L'invecchiamento produce una diminuzione dell'elasticità del cristallino, nonché della capacità operativa del muscolo ciliato, per cui il potere di accomodamento diminuisce con l'età e il punto prossimo si allontana sempre più. Quando l'occhio è focalizzato sul punto remoto, esso è rilassato e il sistema cornea-cristallino ha una distanza focale f pari a circa 25 mm. Quando l'occhio fissa il punto prossimo, il cristallino varia i suoi raggi di curvatura in modo da ridurre la distanza focale di circa 2.5 mm. Tale processo di accomodamento è compiuto dal muscolo ciliare, attaccato al cristallino, il quale contraendosi modifica la forma del cristallino stesso facendolo rigonfiare al centro.

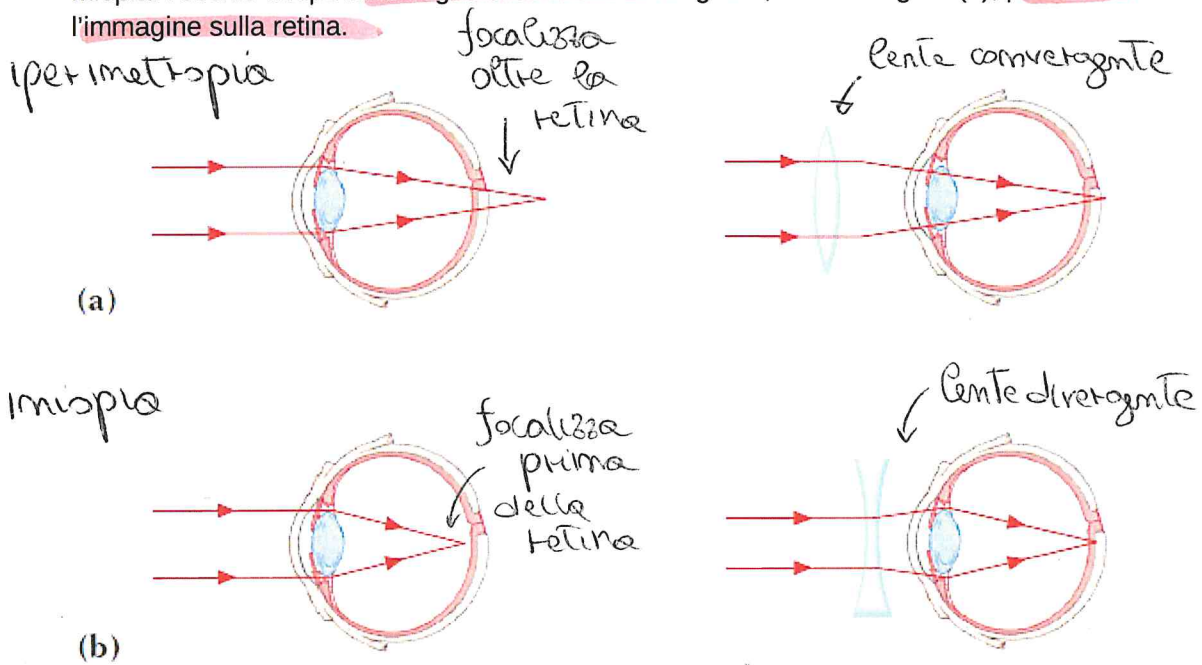
È interessante osservare che la cornea esplica un potere di rifrazione predominante rispetto al cristallino. Una riprova di ciò si ha dal notevole sfocamento con cui appaiono gli oggetti quando si aprono gli occhi sott'acqua. In questo caso, la cornea si trova a separare due mezzi, l'acqua e l'umor acqueo, di indice di rifrazione quasi uguale: viene a mancare così l'azione della cornea e l'unico sistema rifrangente è costituito dal cristallino. Con l'uso di occhiali o di maschere da sub, la cornea viene mantenuta a contatto con l'aria, per cui il diottro corneale è ripristinato e gli oggetti sott'acqua sono visibili distintamente.

presbiopia

ovvero focalizzare i raggi $\Rightarrow q \approx D$
sulla retina
diametro occhio

Quando l'occhio rilassato produce un'immagine di un oggetto oltre la retina, si parla di ipermetropia: l'occhio ipermetrope ha bisogno di una lente convergente, come in figura (a), per focalizzare l'immagine sulla retina.

Quando l'occhio rilassato focalizza l'immagine di un oggetto prima della retina, si parla di miopia: l'occhio miope ha bisogno di una lente divergente, come in figura (b), per focalizzare l'immagine sulla retina.



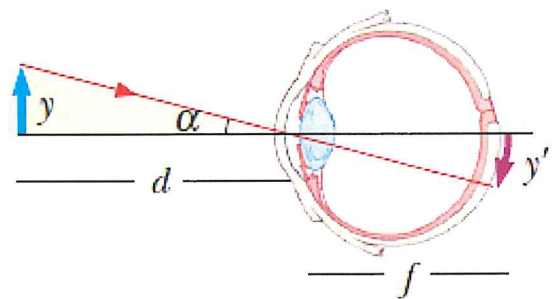
Un altro possibile difetto dell'occhio è l'astigmatismo (da non confondere con l'aberrazione che porta questo nome), dovuto al fatto che la cornea non è esattamente sferica per cui, ad esempio, è più convergente nel piano orizzontale che nel piano verticale; la correzione avviene per mezzo di lenti cilindriche.

→ GRANDEZZA IMMAGINE

La grandezza apparente di un oggetto è determinata dalla grandezza dell'immagine sulla retina. Più grande è l'immagine, maggiore è il numero di coni e bastoncelli stimolati e maggiore è quindi l'informazione trasferita tramite il nervo ottico al cervello. Pertanto, per un dato oggetto di altezza y la migliore visione si ha in vicinanza del punto

prossimo, ossia con l'oggetto alla distanza $d = 25$ cm per l'occhio emmetrope ($\tan \alpha = y/d = y/25$). Gli

strumenti costruiti con lo scopo di permettere all'occhio di cogliere particolari degli oggetti che altrimenti non gli sarebbe possibile vedere consentono in sostanza un angolo di osservazione $\beta > \alpha$ maggiore.



C'è massimo

e' angolo sotto cui e' visto →

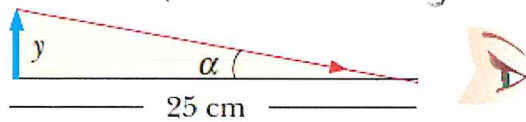
Se lo mettessi più vicino aumentare α , ma l'immagine non sarebbe più a fuoco.

♣ Lente d'ingrandimento

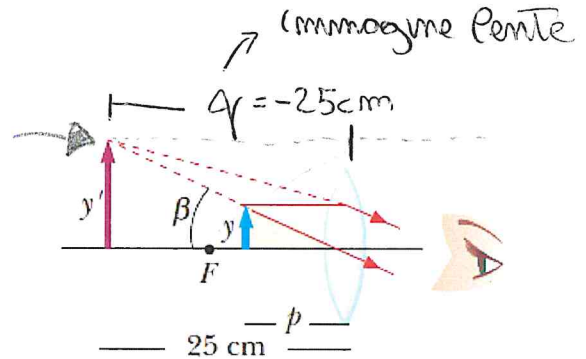
Lo strumento più semplice che opera in condizioni di ingrandimento visuale è la lente d'ingrandimento. Si tratta di una lente convergente con focale f minore della distanza del punto prossimo $d = 25 \text{ cm}$. L'ingrandimento visuale massimo con una visione nitida si ha quando, la distanza p dell'oggetto dall'occhio è tale che l'immagine (virtuale) osservata dall'occhio si formi a distanza $q = -25 \text{ cm}$ ovvero sul punto prossimo:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{-25} = \frac{1}{f} \quad , \quad p = \frac{25f}{25 + f} \quad .$$

↳ posizione immagine virtuale



$$(a) \quad \text{tg } \alpha = \frac{y}{25}$$



$$(b) \quad \text{tg } \beta = \frac{y'}{p}$$

l'ingrandimento visuale massima risulta:

$$V_{\text{max}} = \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg } \alpha} = \frac{25}{p} = 1 + \frac{25}{f} \quad .$$

Affinché l'immagine formata dalla lente di ingrandimento si formi all'infinito, ovvero i raggi giungano all'occhio parallelamente in modo che esso osservi in modo rilassato, è conveniente che l'oggetto sia posto a distanza $p \approx f$ per cui l'ingrandimento visuale risulta:

$$V = \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg } \alpha} = \frac{25}{f} \quad .$$

Con una lente d'ingrandimento si arriva a valori dell'ordine di $3\times, 4\times$.