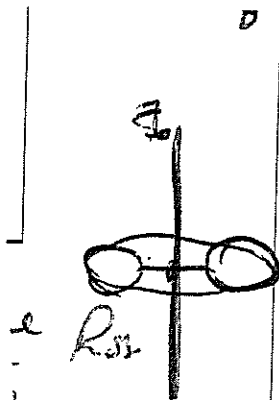


MOMENTO DI INERZIA DI UNA MOLECOLA DI OSSIGENO



Si consideri la molecola biatomica di O_2 , che ruota nel piano xy intorno all'asse z , passante per il centro della molecola e perpendicolare alla sua lunghezza. A temperatura ambiente, la distanza media d fra i due atomi di ossigeno è $1.21 \times 10^{-10} \text{ m}$ (gli atomi vengono considerati masse puntiformi). (a) Calcolare il momento d'inerzia della molecola rispetto all'asse z .

Poiché la massa di un atomo di ossigeno è $2.77 \times 10^{-26} \text{ kg}$ e la distanza di ciascun atomo dall'asse z è $d/2$, si ha

$$\begin{aligned} I &= \sum m_i r_i^2 = m \left(\frac{d}{2} \right)^2 + m \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{md^2}{2} \\ &= \left(\frac{2.66 \times 10^{-26} \text{ kg}}{2} \right) (1.21 \times 10^{-10} \text{ m})^2 \\ &= 1.95 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

(b) Se la velocità angolare di rotazione intorno all'asse z è $2.0 \times 10^{12} \text{ rad/s}$, quant'è l'energia cinetica di rotazione della molecola?

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} I \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} (1.95 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2) \left(2.0 \times 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 \\ &= 3.89 \times 10^{-22} \text{ J} \end{aligned}$$

Questa energia cinetica è circa un ordine di grandezza più piccola dell'energia cinetica media associata con il moto di traslazione della molecola a temperatura ambiente, che vale $6.2 \times 10^{-21} \text{ J}$.

Per spiegare i risultati di una varietà di esperimenti su sistemi atomici e mole-

colari è necessario attribuire al loro momento angolare valori discreti, questi valori discreti sono multipli di una unità elementare di momento angolare pari a $\hbar = \hbar/2\pi$, ove \hbar è la costante di Planck.

$$\begin{aligned} \text{Unità elementare di momento angolare} &= \hbar = 1.054 \times 10^{-34} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right] \cdot \text{s} \\ (\text{anche} &= 6.58211928 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}) \end{aligned}$$

Accettiamo per ora questo postulato e mostriamo come lo si usa per calcolare la frequenza di rotazione delle molecole biatomiche. Consideriamo una molecola di O_2 come un rotatore rigido composto dai due atomi posti a distanza fissa d e rotanti intorno al loro centro di massa (Figura 11.21). Ponendo il momento angolare $I_c \omega$ pari ad \hbar si può stimare la più bassa frequenza di rotazione

$$I_c \omega \approx \hbar \quad \text{o} \quad \omega \approx \frac{\hbar}{I_c}$$

Nell'Esempio 10.3 abbiamo calcolato il momento di inerzia della molecola di O_2 rispetto al suo asse di rotazione pari a $2.03 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Si ottiene così

$$\omega \approx \frac{\hbar}{I_c} = \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}{2.03 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = 5.19 \times 10^{11} \text{ rad/s}$$

Il risultato è in buon accordo con le stime sperimentali. Inoltre, queste frequenze rotazionali delle molecole sono molto più basse delle frequenze vibrazionali, tipicamente dell'ordine di 10^{13} Hz .