

Cognome	Nome	Matricola
---------------	------------	-----------------

Ing. Navale, Ing. Civile e Ambientale

Prova scritta di Fisica Tecnica – Trasmissione del calore – 17.7.2026

Esercizio

Un cavo metallico cilindrico di diametro $D = 10 \text{ mm}$ è percorso da una corrente elettrica che determina per effetto Joule una generazione interna lineare, ossia una potenza generata per metro di lunghezza del cavo (q'_g) assegnata (vedi sotto). Il cavo è lambito esternamente da aria in quiete alla temperatura $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ (conduttività termica $\lambda = 0.025 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$, viscosità cinematica $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, numero di Prandtl $\text{Pr} = 0.7$, coefficiente volumetrico di dilatazione $\beta = 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$). L'accelerazione di gravità vale $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Tema	$q'_g \text{ [W/m]}$
A	5
B	10

Calcolare la temperatura T_s della superficie del cavo metallico nelle seguenti configurazioni:

1. Cavo scoperto, ossia quando la superficie esterna del cavo metallico è a diretto contatto con l'aria (suggerimento: lasciare simbolica la dipendenza dal salto di temperatura $\Delta T = T_s - T_\infty$ e risolvere rispetto ad esso).
2. Cavo ricoperto da una guaina di plastica ($\lambda_{pl} = 0.05 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$) di spessore $s = 1 \text{ mm}$. In tal caso trascurare gli incrementi di:
 - diametro (ai fini del calcolo di Ra_D e $\overline{\text{Nu}}_D$)
 - superficie esterna (ai fini della valutazione del flusso termico superficiale)

Scegliere la correlazione più opportuna tra le seguenti per la valutazione del numero di Nusselt medio:

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.85 \cdot \text{Ra}_D^{0.2}$$

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.023 \cdot \text{Re}_D^{0.8} \cdot \text{Pr}^{0.4}$$

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.332 \cdot \text{Re}_D^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$$

Importante: riportare chiaramente tutti i passaggi svolti, sia simbolici che numerici e con le relative unità di misura (non basta riportare il semplice risultato numerico finale ad ogni passaggio)

Teoria

Nel caso di conduzione in regime stazionario, conduttività termica costante e assenza di generazione interna per parete cilindrica con distribuzione monodimensionale (radiale) della temperatura, ricavare la resistenza termica della parete cilindrica partendo dall'equazione del calore in forma differenziale.

Soluzione

Il flusso termico superficiale (identico nei due casi, avendo trascurato l'incremento di superficie esterna dovuta alla guaina) sarà:

$$q'' = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{q'_g L}{\pi D L} = \frac{q'_g}{\pi D} = 159 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \text{ (A)}, \quad 318 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \text{ (B)}$$

Dalla legge di Newton $q'' = h \cdot \Delta T$ e dalla definizione del numero di Nusselt $\overline{\text{Nu}}_D = \frac{hD}{\lambda}$ otteniamo:

$$q'' = \frac{\lambda \overline{\text{Nu}}_D}{D} \Delta T = \frac{0.85 \lambda \text{Ra}_D^{0.2}}{D} \Delta T$$

ed esplicitando il numero di Rayleigh $\text{Ra}_D = \text{Pr} \cdot \text{Gr}_D = \text{Pr} \frac{g \beta D^3 \Delta T}{\nu^2}$ si ottiene:

$$q'' = \frac{0.85 \lambda}{D} \left(\text{Pr} \frac{g \beta D^3}{\nu^2} \right)^{0.2} \Delta T^{1.2} = c \cdot \Delta T^{1.2}$$

dove $c = 5.38 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^{1.2}}$ è calcolabile direttamente. Risolviamo quindi per il salto ΔT :

$$\Delta T = \left(\frac{q''}{c} \right)^{1/1.2} = 16.8 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (A)}, \quad 30.0 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (B)}$$

e quindi la temperatura superficiale sarà:

$$T_{s,1} = T_\infty + \Delta T = 36.8 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (A)}, \quad 50.0 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (B)}$$

Nel caso di cavo ricoperto, il salto di temperatura ΔT_g attraverso la guaina si ottiene considerando la resistenza termica di parete cilindrica:

$$\Delta T_g = \dot{Q} \cdot R = q'_g \cdot R' = q'_g \frac{\ln \left(1 + \frac{2s}{D} \right)}{2\pi \lambda_{pl}} = 2.9 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (A)}, \quad 5.8 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (B)}$$

e quindi la temperatura superficiale del cavo metallico sarà:

$$T_{s,2} = T_{s,1} + \Delta T_g = 39.7 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (A)}, \quad 55.8 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (B)}$$