

1) Treno in rallentamento

Dati:

$$v_i = 120 \text{ km/h} = 33.3 \text{ m/s}$$

$$v_f = 0$$

$$\Delta t = 60 \text{ s}$$

a) Decelerazione

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$$
$$a = \frac{0 - 33.3}{60}$$
$$a = -0.556 \text{ m/s}^2$$

Risposta

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$$
$$a = -0.56 \text{ m/s}^2$$

b) Spazio percorso

$$l = \frac{v_i + v_f}{2} \Delta t$$
$$l = \frac{33.3 + 0}{2} \cdot 60$$
$$l = 1000 \text{ m}$$

Risposta

$$l = \frac{v_i + v_f}{2} \Delta t$$
$$l = 1.0 \times 10^3 \text{ m}$$

2) Sistema dei tre piani

Dati:

$$h = 1.20 \text{ m}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\mu = 0.25$$

AB e CD lisci, attrito solo su BC.

a) Velocità in B

Conservazione dell'energia meccanica:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1.20}$$

$$v_B = 4.85 \text{ m/s}$$

Risposta

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

$$v_B = 4.85 \text{ m/s}$$

b) Lunghezza BC

La velocità in C è inferiore del 30%:

$$v_C = 0.70v_B$$

$$v_C = 3.40 \text{ m/s}$$

Teorema dell'energia cinetica:

$$\mu mgL = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_C^2)$$

$$L = \frac{v_B^2 - v_C^2}{2\mu g}$$

$$L = \frac{4.85^2 - 3.40^2}{2(0.25)(9.81)}$$

$$L = 2.45 \text{ m}$$

Risposta

$$L = \frac{v_B^2 - v_C^2}{2\mu g}$$

$$L = 2.45 \text{ m}$$

c) Altezza massima sul piano CD

Poiché CD è liscio, dopo C si conserva nuovamente l'energia meccanica.

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mgh'$$

$$h' = \frac{v_C^2}{2g}$$

$$h' = \frac{(3.40)^2}{2 \cdot 9.81}$$

$$h' = 0.589 \text{ m}$$

Risposta

$$h' = \frac{v_C^2}{2g}$$

$$h' = 0.59 \text{ m}$$

3) Impianto idraulico

Dati:

$$\begin{aligned}d &= 4.0 \text{ cm} \\v &= 1.5 \text{ m/s} \\v' &= 2v = 3.0 \text{ m/s} \\p &= 3.0 \text{ atm} \\\Delta z &= 5.0 \text{ m}\end{aligned}$$

a) Diametro del tubo superiore

Continuità:

$$\begin{aligned}Av &= A'v' \\A' &= \frac{A}{2}\end{aligned}$$

poiché

$$\begin{aligned}A &\propto d^2 \\d' &= \frac{d}{\sqrt{2}} \\d' &= \frac{4.0}{1.414} \\d' &= 2.83 \text{ cm}\end{aligned}$$

Risposta

$$\boxed{d' = \frac{d}{\sqrt{2}}}$$
$$\boxed{d' = 2.83 \text{ cm}}$$

b) Pressione al primo piano

Bernoulli:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = p' + \frac{1}{2}\rho v'^2 + \rho g z'$$

Da cui:

$$p' = p + \frac{1}{2}\rho(v^2 - v'^2) - \rho g \Delta z$$

Con

$$p = 3 \times 101325 = 303975 \text{ Pa}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$p' = 303975 - 3375 - 49050$$

$$p' = 251550 \text{ Pa}$$

$$p' = 2.48 \text{ atm}$$

Risposta

$$p' = p + \frac{1}{2}\rho(v^2 - v'^2) - \rho g \Delta z$$

$$p' = 2.52 \times 10^5 \text{ Pa}$$

oppure

$$p' = 2.48 \text{ atm}$$

4) Circuito elettrico

Dati:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10 \, \Omega$$
$$\Delta V = 100 \, \text{V}$$

a) Resistenza equivalente di R_2 e R_3

Parallelo:

$$R_{23} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10}$$
$$R_{23} = 5.0 \, \Omega$$

Risposta

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R_{23} = 5.0 \, \Omega$$

b) Resistenza equivalente totale

$$R_5 + R_{23} = 15 \, \Omega$$

Parallelo con R_1 :

$$R_p = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6.0 \, \Omega$$

Serie con R_4 :

$$R_{eq} = 10 + 6$$

$$R_{eq} = 16 \, \Omega$$

Risposta

$$R_{eq} = 16 \, \Omega$$

c) Corrente I_4

$$I_4 = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$
$$I_4 = \frac{100}{16}$$
$$I_4 = 6.25 \text{ A}$$

Risposta

$$\boxed{I_4 = 6.25 \text{ A}}$$

d) Correnti I_1 e I_5

Caduta di tensione su R_4 :

$$V_{R4} = I_4 R_4 = 6.25 \cdot 10 = 62.5 \text{ V}$$

Tensione ai capi del parallelo:

$$V = 100 - 62.5 = 37.5 \text{ V}$$

Corrente in R_1

$$I_1 = \frac{37.5}{10}$$
$$\boxed{I_1 = 3.75 \text{ A}}$$

Corrente in R_5

$$I_5 = \frac{37.5}{15}$$
$$\boxed{I_5 = 2.50 \text{ A}}$$

e) Correnti I_2 e I_3

La tensione sul parallelo R_2 - R_3 vale

$$V_{23} = I_5 R_{23} = 2.5 \cdot 5 = 12.5 \text{ V}$$

Quindi:

$$I_2 = \frac{12.5}{10} = 1.25 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{12.5}{10} = 1.25 \text{ A}$$

Risposte

$$\boxed{I_2 = 1.25 \text{ A}}$$

$$\boxed{I_3 = 1.25 \text{ A}}$$