

es, p : "Kimi è nato a Bologna" $\checkmark$
 $\neg p$: "Kimi è un neotecnista professionista" F
 $p \wedge q$: "Kimi è nato a Bologna ed è un neotecnista" F
 $p \vee q$: "Kimi è nato a Bologna o è un neotecnista" $\checkmark$
 $p \rightarrow q$: "Se Kimi è nato a Bologna, allora è un neotecnista" $\checkmark$
 $p \leftrightarrow q$: "Kimi è nato a Bologna se e solo se è un neotecnista" $\checkmark$

Logica matematica

proposizioni: "una parte del nostro ragionamento a cui sia possibile assegnare o il valore V (vero) o il valore F (falso)"

Le proposizioni
 $\downarrow$
 p, q, r valori V e F (valori di verità o di falsità)

es, "un triangolo equilatero ha 3 angoli uguali" $\rightarrow p$
 vera $\nearrow$

es, "Parigi è la capitale dell'Italia" $\rightarrow q$
 falsa $\nearrow$

es, "che ore è?" $\rightarrow$ non sono proposizioni.
 "domani pioverà" $\rightarrow$ non sono proposizioni.

connettivi logici: "oggetti che agiscono sulle proposizioni generando nuove proposizioni (composte)"

importante: il valore V o F delle composte
 dove dipende dal valore V o F
 delle proposizioni che le
 compongono

negazione $\neg$ in legge "non"

p prop. el. $\neg p$ "non p " è la prop. negata

p	$\neg p$
V	F
F	V

tabella di verità del connettivo $\neg$

p Parigi è la cap. dell'Italia (F)

$\neg p$ Parigi non è la cap. della Francia (V)

congiunzione $\wedge$ $p \wedge q$ in legge p e q

es, p "18 è un numero pari" V

q "18 è un multiplo di 3" V

$p \wedge q$ "18 è un numero pari e un multiplo di 3"

es, p : "Kimi è nato a Bologna" $\checkmark$

q : "Kimi è un neotecnista professionista" F

$p \wedge q$: "Kimi è nato a Bologna ed è un neotecnista" F

es. p "Kimi è nato a Bologna" $\checkmark$
 q "Kimi è un motore a scoppia fuoristrada" $\checkmark$
 $p \wedge q$ "Kimi è nato a Bologna ed è un motore a scoppia fuoristrada" $\checkmark$

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

disgiuntiva $\vee$ "p $\vee$ q" si legge p oppure q

es. p "Daniela di sabato esce da scuola" $\checkmark$
 q " " " fa una passeggiata" $\checkmark$

$p \vee q$ Daniela di sabato esce da scuola o fa una passeggiata

es: non è la disgiuntiva esclusiva

Tabella

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

es. consideriamo p, q proposizioni

scriviamo la tab. di verità di $\neg(p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

tabella di verità di $\neg p \vee \neg q$ sono uguali

$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$$

leggi di DE MORGAN

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

implicazione materiale

$\Rightarrow$ $p \Rightarrow q$ si legge p implica q
 oppure
 se p allora q

es. p il triangolo ABC ha 2 lati uguali
 q il triangolo ABC ha 2 angoli uguali

$p \Rightarrow q$ "se il triangolo ABC ha 2 lati uguali allora ha 2 angoli uguali"

qual è la sua tabella di verità?

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

se Roma è la capitale
 dell'Italia
 allora gli anni volano
 e viceversa

es. qual è il significato di $\Rightarrow$?

on, qual è il significato di $\Rightarrow$?

es. p "piove"
 q "prendo l'ombrello"

$p \Rightarrow q$ "se piove allora prendo l'ombrello"

per capire il significato, considero il suo contrario

x è falso se x piove allora prendo l'ombrello
 è vero se piove e non prendo l'ombrello

quindi $\neg(p \Rightarrow q) = p \wedge \neg q$

e' equiv.

$\neg(\neg(p \Rightarrow q)) = \neg(p \wedge \neg q)$

//

$p \Rightarrow q = \neg p \vee q$

x piove allora prendo l'ombrello è equivalente a
 non piove oppure prendo l'ombrello

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \Rightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

es. verificare che
 $p \Rightarrow q = \neg q \Rightarrow \neg p$

equivalenza logica $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$p \Leftrightarrow q$ si legge

"p se e solo se q"

oppure
 "p è logicamente
 equivalente
 a q"

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

es. verificare che

$p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

$\forall x \in \mathbb{R}, \exists \delta > 0: \forall x$

$\neg(0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon)$

$p \Rightarrow q$ $\neg p \wedge q$

$\neg(p \Rightarrow q)$
$p \wedge \neg q$

Predicati "una parte del nostro discorso o ragionamento
che contiene una o più variabili (le
ommeso valere in un determinato ambiente)
e tale che x le variabili ~~ommeso~~
un valore, allora il predicato diventa
una proposizione"

es. Ambiente: le persone in questa stanza

$P(x)$ "la persona x è più alta di 180 cm"

↑
predicato a una variabile

$x = \text{Riccardo}$ $P(\text{Riccardo})$: Riccardo è più alto
di 180 cm.

Vera

$P(\text{Daniela})$ falsa

Proposizioni dipendenti da più variabili

$Q(x, y)$ "la persona x è ceciva della persona y "

$S = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x = 0\}$ $P(x)$ proprietà
 $Q(x, y)$ relazione

quantificatore universale $\forall$ si legge "per ogni"

$\forall x, P(x)$ si legge "per ogni x vale la prop. $P(x)$ "

quantificatore esistenziale $\exists$ si legge "esiste almeno
un ..."

$\exists x: P(x)$ si legge "esiste almeno un x per cui
vale $P(x)$ "

$Q(x, y)$ l'astronomo x studia la stella y

$\forall x, \exists y: Q(x, y)$

$\exists y: \forall x: Q(x, y)$