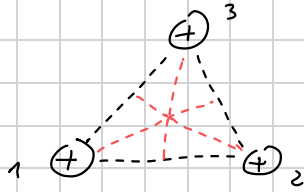


ESERCIZIO 1

1) Il lavoro è pari all'energia potenziale del sistema



$$W = U_{21} + U_{31} + U_{32} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a} \times 3$$

$$\Rightarrow q = \left(\frac{4}{3} \pi \epsilon_0 a W \right)^{1/2} \approx 3.9 \text{ nC}$$

2) Il baricentro dista dai vertici $r_0 = a/\sqrt{3}$.

A $z = z_1$, la distanza da ciascuna carica è

$$d = \sqrt{z_1^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2}$$

$$V_1 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{d} \quad \text{mentre nell'origine} \quad V_0 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_0}$$

Per la conservazione dell'energia

$$-eV_1 = -eV_0 + \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_0 - \frac{m_e v_e^2}{2e} \approx 9.2 \times 10^2 \text{ V}$$

$$3) \quad V_1 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{z_1^2 + \frac{a^2}{3}}} \quad \Rightarrow \quad z_1 = \left[\left(\frac{3q}{4\pi\epsilon_0 V_1} \right)^2 - \frac{a^2}{3} \right]^{1/2} \approx 7.3 \text{ cm}$$

ESERCIZIO 1 - SECONDA SOLUZIONE

- 2) Fissare la costante arbitraria del potenziale in modo che $V=0$ per $z_0=0$.
L'energia cinetica iniziale vale

$$K_0 = \frac{1}{2} m_e v_0^2$$

Quando si ferma l'energia cinetica è nulla. Per la conservazione della energia

$$(-e)V_1 = \frac{1}{2} m_e v_0^2$$

$$V_1 = - \frac{m_e v_0^2}{2e} \approx -284 \text{ V}$$

3) $V(z=0) = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_0} + V_0 = 0 \Rightarrow V_0 = - \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_0}$

$$V_1 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{d} + V_0 = \frac{3q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{r_0} \right)$$

$$\Rightarrow d = \left(\frac{4\pi\epsilon_0 V_1}{3q} + \frac{1}{r_0} \right)^{-1} \quad \text{e} \quad d = \sqrt{z_1^2 + r_0^2}$$

$$\Rightarrow z_1 = \left[\left(\frac{4\pi\epsilon_0 V_1}{3q} + \frac{1}{r_0} \right)^{-2} - r_0^2 \right]^{1/2} \approx 7.3 \text{ cm}$$

ESERCIZIO 1 - SECONDA SOLUZIONE

2)

$$V_1 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a} \quad \text{mentre nell'origine} \quad V_0 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_0}$$

Per la conservazione dell'energia

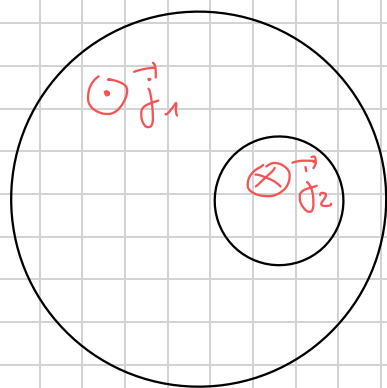
$$-eV_1 = -eV_0 + \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_0 - \frac{m_e v_e^2}{2e} \approx 9.2 \times 10^2 \text{ V}$$

$$3) \quad V_1 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{z_1^2 + \frac{a^2}{3}}} \quad \Rightarrow \quad z_1 = \left[\left(\frac{3q}{4\pi\epsilon_0 V_1} \right)^2 - \frac{a^2}{3} \right]^{1/2} \approx 7.3 \text{ cm}$$

ESERCIZIO 2

1) $j = I/A = I/(\pi a^2 - \pi b^2) \approx 0.0122 \text{ A m}^{-2}$

2) Possiamo considerare la corrente come la somma di due correnti di densità opposte

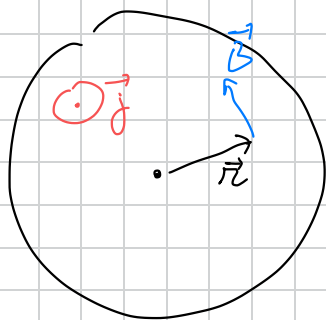


$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_p} = \frac{\mu_0 j \pi a^2}{2\pi r_p} = \frac{\mu_0 j a^2}{2 r_p}$$

$$|\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 j b^2}{2(r_p - b)}$$

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 j}{2} \left(\frac{a^2}{r_p} - \frac{b^2}{r_p - b} \right) \approx 1.0 \text{ mT}$$

3) Considera un filo percorso da corrente $\vec{j}$



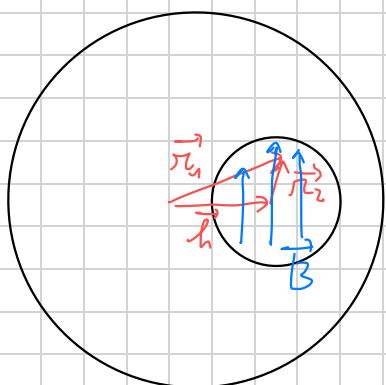
Per la legge di Ampère

$$B = \frac{\mu_0 (j \pi r^2)}{2\pi r} = \frac{\mu_0 j r}{2}$$

Vettorialmente

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2} \vec{j} \times \vec{r}$$

Considera ora il filo cavo.

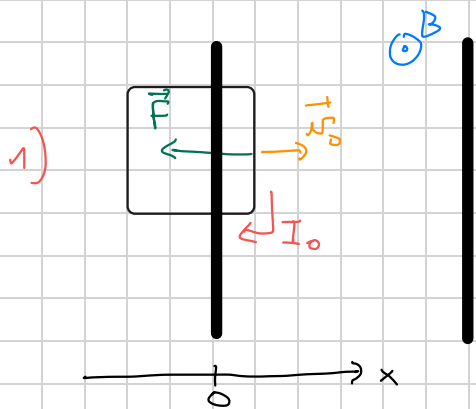


$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 - \vec{l}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2} (\vec{j} \times \vec{r}_1 - \vec{j} \times \vec{r}_2) = \frac{\mu_0}{2} \vec{j} \times \vec{l} \quad \text{uniforme!}$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2} j l = 7.7 \times 10^{-11} \text{ T}$$

ESERCIZIO 3



La fem è pari a $\mathcal{E} = BLv_0$

$$\Rightarrow I_0 = \mathcal{E}/R = \frac{BLv_0}{R} \approx 1.2 \text{ A}$$

La forza sul lato dx è frenante e pari a

$$\vec{F} = -I_0 L B \hat{x} \quad |\vec{F}| = \frac{B^2 L^2 v_0}{R} \approx 0.12 \text{ N}$$

2) Al tempo t

$$F = m \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 L^2}{R} v$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 L^2}{mR} v \equiv -\frac{v}{\tau} \Rightarrow v = v_0 e^{-t/\tau}$$

$$\text{con } \tau = \frac{mR}{B^2 L^2} \approx 87 \text{ ms}$$

$$\text{Dato } v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow x = \int_0^t v(t') dt' = -\tau \left(v_0 e^{-t'/\tau} \right)_0^t$$

$$= \tau v_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

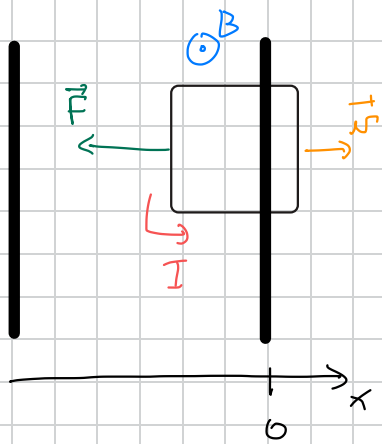
$$= \tau v_0 - \tau v(t)$$

$$\Rightarrow v = v_0 - x/\tau = v_0 - \frac{B^2 L^2}{mR} x$$

$$3) v=0 \text{ per } x_0 = v_0 \tau = \frac{mR}{B^2 L^2} v_0 \approx 43 \text{ cm} > L$$

la spina quindi entra completamente e non si ferma

$$\text{All'interno } v_1 = v_0 - \frac{L}{\tau} = v_0 - \frac{B^2 L^3}{mR} \approx 4.1 \text{ m/s}$$



La corrente circola in verso opposto. La forza è di nuovo frenante. Valgono le relazioni note in precedenza

$$\mathcal{E} = BLv$$

$$I = \frac{BL}{R} v$$

$$\vec{F} = -I L B \hat{x}$$

$$|\vec{F}| = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

$$v = v_1 - \frac{x}{\tau} \quad \leftarrow \text{NB: ho spostato l'origine dell'asse } x!$$

$$v_2 = v_1 - \frac{L}{\tau} \approx 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ESERCIZIO 4

1) L'intensità dell'onda è

$$I = \frac{P}{4\pi d^2}$$

La pressione, nel caso di riflessione totale, è

$$P_{\text{rad}} = \frac{2I}{c} = \frac{P}{2\pi c d^2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{per un disco} \\ \text{assorbente} \end{array} \quad P_{\text{rad}} = \frac{I}{c} \right)$$

Per $a \ll d$ possiamo approssimare il fronte d'onda come piano

2) Affinché la pressione di radiazione sostenga lo specchio

$$P_{\text{rad}} \pi a^2 = \pi a^2 \rho g \Rightarrow P_{\text{rad}} = \rho g$$

$$\frac{P}{2\pi c d^2} = \rho g$$

$$P = 2\pi c d^2 \rho g \approx 0.5 \text{ MW}$$

indipendente da a perché entrambe le forze sono proporzionali all'area.

L'intensità è pari a

$$I = \epsilon_0 c E_{\text{eff}}^2 \quad \text{con} \quad I = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{1}{2} c \rho g$$

$$\Rightarrow E_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{I}{\epsilon_0 c}} \approx 3.9 \times 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$B_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{eff}}}{c} \approx 1.3 \times 10^{-4} \text{ T}$$

3) L'equilibrio è stabile. Aumentando la distanza, il peso rimane costante e la pressione diminuisce, di conseguenza lo specchio si richiama verso il lens. Se la quota diminuisce, la pressione aumenta e lo specchio è spinto verso l'alto.