

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di S. CUCCAGNA

ESERCIZIO N. 1.

- (3 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\log(x^x + [x]!) - \int_1^x \log t \, dt - x \right) \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{27}{3}} - 1 \right)$

- (3 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^{2x} \frac{1}{\arcsin t} \, dt.$

- (2 punti) Si calcoli $f'(x)$ per $f(x) = \int_{1/x}^{x^x} \sin(t^2) \, dt.$

ESERCIZIO N. 2.

Studiare la funzione $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x+1}$.

- Si trovi il dominio di f e se ne analizzi il comportamento sulle estremità del dominio e si determini ha zeri;
- Si calcoli $f'(x)$, se esistono punti di massimo e di minimo locali e assoluti;
- Si calcoli la derivata seconda e si studi concavità e convessità;
- Si trovino le eventuali rette asintotiche e si tracci il grafico.

COGNOME e NOME _____	N. Matricola _____
----------------------	--------------------

ESERCIZIO N. 3.

- Si calcoli $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^6 + x^5} dx$.

- Si calcolino le primitive di $\int \sin^4(x) dx$

- Si stabilisca, motivando la risposta, se $\sin\left(\sin^2\left(\frac{1}{x}\right)\right)$ è integrabile in $[1, +\infty)$;

- Si stabilisca, motivando la risposta, se $\log^3 x$ è integrabile in $(0, 1]$.

ESERCIZIO N. 4. Calcolare il polinomio di MacLaurin di ordine 4 di $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$.

ESERCIZIO N. 5. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = x, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}.$$