

4. Esercitazione 4: Dimensionamento del primo stadio di un compressore assiale

Lo scopo della presente esercitazione è il dimensionamento del primo stadio di un compressore assiale.

Con riferimento alla Figura 8 considerino i seguenti dati di progetto:

- $\bar{D} = 480 \text{ mm}$, diametro medio tra D_h e D_s ;
- $\frac{D_h}{D_s} = 0,55$; (h :hub=mozzo; s :shroud=periferia)
- $n = 10500 \text{ giri/min}$;
- $\beta = 1,2$;
- $\epsilon = 0,5$, grado di reazione dello stadio: la metà della trasformazione dell'energia cinetica in statica avviene nella girante, l'altra metà nel diffusore
- $\alpha_\infty = \beta_\infty = 45^\circ$;
- $\eta_{pol,tt} = 0,89$;
- $\frac{c_D}{c_L} = 0,045$;
- $\sigma = 1$;
- Fluido di lavoro: aria (il pedice 00 indica condizioni di ristagno a monte del primo stadio):
 - $T_{00} = 20^\circ C$;
 - $p_{00} = 100 \text{ kPa}$;
 - $k = 1,4$;
 - $R = 287 \text{ J/kgK}$
- Dimensionamento secondo il principio a vortice libero;
- Ipotesi di stadio ripetuto: si impone cioè che gli angoli dei triangoli di velocità siano uguali per tutti gli stadi (la direzione con la quale la corrente esce dal diffusore è la stessa con la quale la corrente entra nel rotore dello stadio). Dunque, con riferimento alla figura Figura 8 la corrente ha la stessa direzione nella sezione 3 e nella sezione 1. La componente tangenziale presente in sezione 3 viene imposta anche nella sezione 1 mediante un elemento statorico (IGV: Inlet Guide Valve) che devia la corrente in ingresso in modo tale da avere una componente tangenziale uguale a quella che si presenta a valle del diffusore.

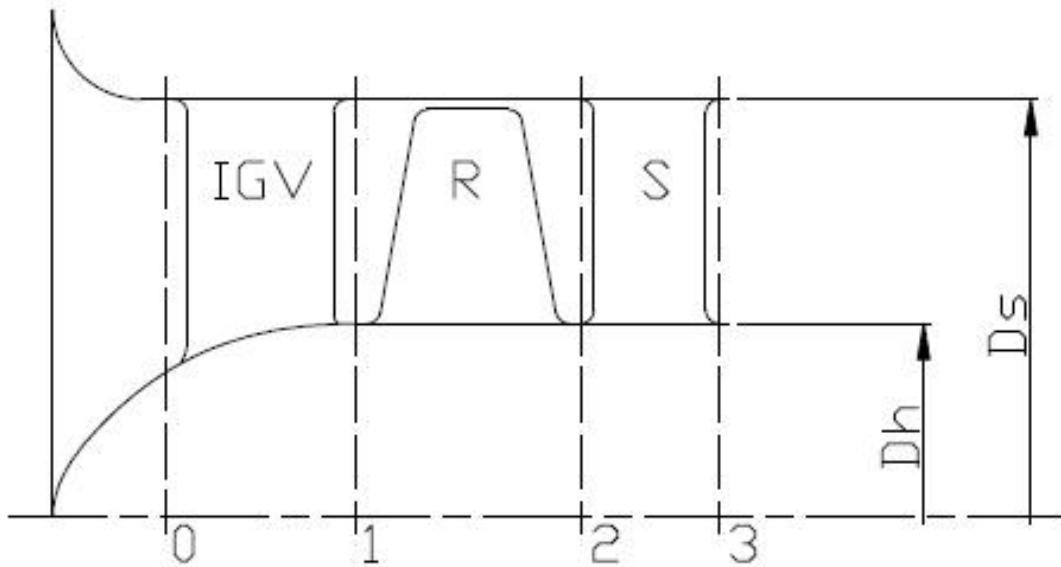


Figura 8: Rappresentazione del primo stadio di un compressore assiale

4.1 Calcolo dei triangoli di velocità

Si passa ora a calcolare i triangoli di velocità nelle diverse sezioni della macchina in corrispondenza del diametro medio \bar{D} .

Si noti che è sufficiente ricavare i triangoli di velocità per l'IGV e solo per un elemento tra statore e rotore, dato che i profili palari di rotore e statore sono uguali e simmetrici, essendo il grado di reazione $\epsilon = 0,5$.

4.1.1 Triangoli di velocità di rotore e statore

I triangoli di velocità sono rappresentati nella seguente figura:

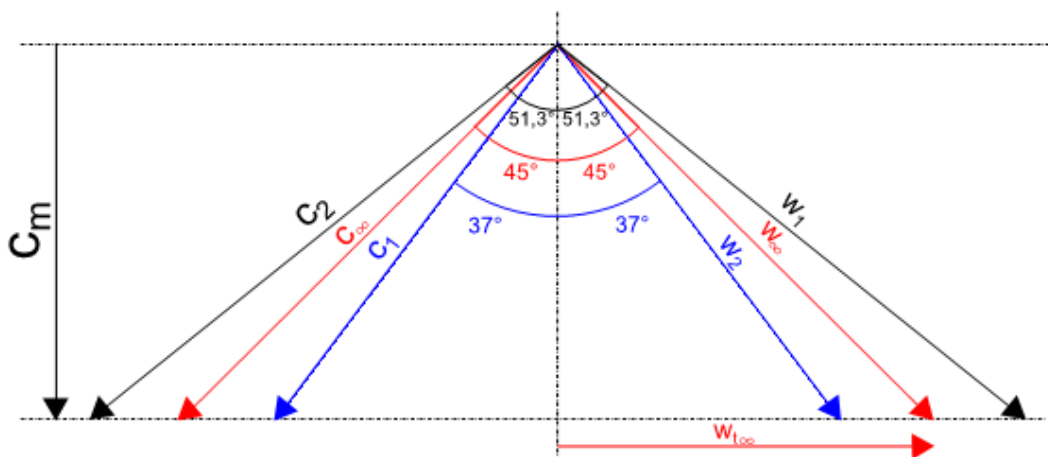


Figura 9: Triangoli di velocità di rotore e statore

Considerando i valori assoluti degli angoli sussistono le seguenti relazioni

$$\alpha_{\infty} = \beta_{\infty}$$

$$\alpha_1 = \beta_2$$

$$\alpha_2 = \beta_1$$

1) Determinazione della velocità meridiana c_m

Per il calcolo della velocità meridiana, essendo $\alpha_{\infty} = 45^\circ$, osservando i triangoli di velocità si conclude che c_m vale $\frac{u}{2}$. Considerando nuovamente il triangolo isoscele costituito da w_{∞} , c_{∞} e u si ha $c_m = c_{t\infty}$.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 1100 \text{ rad/s}$$

$$u = \omega \frac{\bar{D}}{2} = 264 \text{ m/s}$$

$$c_m = c_{u\infty} = w_{u\infty} = \frac{u}{2} = 132 \text{ m/s}$$

$$w_{\infty} = c_{\infty} = u \frac{\sqrt{2}}{2} = 186 \text{ m/s}$$

2) Determinazione degli angoli α_1 e α_2

Si devono per prima cosa determinare le componenti tangenziali della velocità relativa c_{u1} e c_{u2} (per quanto detto ciò è equivalente a determinare rispettivamente w_{u2} e w_{u1} dato che per la simmetria risulta $\alpha_1 = \beta_2$ e $\alpha_2 = \beta_1$) per fare ciò si può utilizzare la definizione di $c_{u\infty}$ e perciò si ha:

$$c_{u1} = c_{u\infty} + \frac{\Delta c_u}{2}$$

$$c_{u2} = c_{u\infty} - \frac{\Delta c_u}{2}$$

Per utilizzare tali relazioni è necessario calcolare il valore di Δc_u che è ricavabile secondo il seguente procedimento:

a) Si ricava l'esponente della politropica n a partire dalla seguente relazione:

$$\eta_{pol,tt} = \frac{n}{n-1} \frac{k-1}{k} \rightarrow n = \frac{\eta_{pol,tt}}{\eta_{pol,tt} - \frac{k-1}{k}} = 1,47$$

b) Calcolo del rendimento isoentropico:

$$\eta_{is} = \frac{\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1} = 0,907$$

c) Calcolo del salto di entalpia isoentropico

$$\Delta h_{0,is} = \frac{k}{k-1} RT_{01} \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) = 15745 \text{ J/kg}$$

ove $T_{01} = T_{00}$ perché tra la sezione 0 e la sezione 1 è presente un elemento statorico che non fa variare l'entalpia totale, e pertanto essendo $c_p T_{00} = h_{00} = h_{01} = c_p T_{01}$ risulta immediatamente $T_{01} = T_{00}$.

d) Calcolo del salto di entalpia effettivo

$$\Delta h_0 = \frac{\Delta h_{0,is}}{\eta_{is}} = 17360 \text{ J/kg}$$

e) Calcolo di Δc_u

$$l_e = h_{02} - h_{01} = \Delta h_0 = u \Delta c_u \rightarrow \Delta c_u = \frac{\Delta h_0}{u} = 65,8 \text{ m/s}$$

Si ottiene dunque:

$$c_{u1} = 99,1 \text{ m/s}$$

$$c_{u2} = 164,9 \text{ m/s}$$

E quindi si ha che:

$$\alpha_1 = \beta_2 = \arctan\left(\frac{c_{u1}}{c_m}\right) = 36,9^\circ$$

$$\alpha_2 = \beta_1 = \arctan\left(\frac{c_{u2}}{c_m}\right) = 51,3^\circ$$

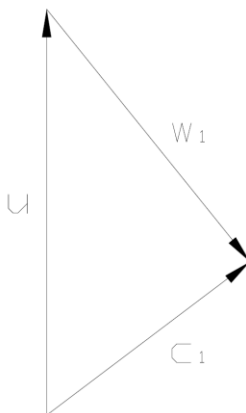


Figura 10: Triangoli di velocità sezione 1

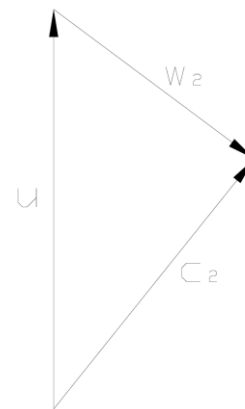


Figura 11: Triangoli di velocità sezione 2

4.1.2 Triangoli di velocità dell'IGV

L'IGV è una schiera statorica di espansione che impone al fluido una componente tangenziale di velocità non nulla. Esso avrà dunque velocità puramente assiale in ingresso ed in uscita una velocità assoluta con direzione corrispondente a quella di ingresso rotore:

$$\alpha_0 = 0^\circ$$
$$\alpha_1 = 36,9^\circ$$

4.2 Calcolo dei coefficienti adimensionali e delle perdite

In questo paragrafo verranno calcolati i seguenti parametri adimensionali con riferimento ad ogni schiera di pale del primo stadio del compressore:

- C_L : coefficiente adimensionale di portanza;
- C_D : coefficiente adimensionale di resistenza;
- C_F : coefficiente adimensionale di forza tangenziale;
- C_p : coefficiente adimensionale di forza assiale;
- y : coefficiente adimensionale di perdita di carico totale.

4.2.1 Calcolo dei coefficienti per l'IGV

Per prima cosa è necessario calcolare α_∞ per l'IGV. Con riferimento al triangolo di velocità dell'IGV si osserva che la componente tangenziale $c_{u1} = 99,1 \text{ m/s}$ si può ricavare dai triangoli di velocità del rotore mentre la componente assiale è pari a $c_m = 132 \text{ m/s}$. Per calcolare $\alpha_{\infty,IGV}$ si può procedere come segue:

$$\alpha_{\infty,IGV} = \tan^{-1} \frac{c_{u1}/2}{c_m} = 20,6^\circ$$

Il coefficiente C_L si ricava poi dall'espressione (per semplicità si è posto $\alpha_{\infty,IGV} = \alpha_\infty$):

$$C_L = 2\sigma(\tan\alpha_{in} - \tan\alpha_{out})\cos\alpha_\infty - C_D \tan\alpha_\infty$$

Tale espressione è però funzione di C_D , che è incognito, pertanto conviene riscrivere la relazione precedente in funzione del rapporto $\frac{C_D}{C_L}$ che è noto e si ottiene:

$$C_L = \frac{2\sigma(\tan\alpha_{in} - \tan\alpha_{out})\cos\alpha_\infty}{1 - \frac{C_D}{C_L} \tan\alpha_\infty} = -1,384$$

Il coefficiente C_D , che per le convenzioni adottate ha segno opposto a C_L , può essere ricavato come:

$$C_D = -\frac{C_D}{C_L} C_L = 0,062$$

Noti C_L e C_D si possono calcolare i coefficienti mancanti come segue:

$$C_F = C_L \cos\alpha_\infty + C_D \sin\alpha_\infty = -1,317$$

$$C_p = C_D \cos \alpha_\infty - C_L \sin \alpha_\infty = 0,545$$

$$y = \frac{\frac{C_D}{\sigma} \cos^2 \alpha_{out}}{\cos^3 \alpha_\infty} = 0,0485$$

4.2.2 Coefficienti di rotore e statore

Utilizzando le stesse formule usate per l'IGV, facendo attenzione agli angoli da considerare e ai loro segni si possono calcolare i valori dei coefficienti per rotore e statore. Usando le stesse formule si è dunque ricostruita la seguente tabella riassuntiva:

Sezione	C_L	C_D	C_F	C_p	y
IGV	-1,384	0,0620	-1,317	0,554	0,0485
Rotore	0,736	-0,0331	0,497	-0,544	0,0600
Statore	0,736	-0,0331	0,497	-0,544	0,0600

Tabella 4: Coefficienti delle forze e delle perdite

4.3 Variazione delle grandezze termodinamiche

A questo punto si determinano i valori delle grandezze termodinamiche c , T , ρ e p nelle varie sezioni della macchina, al variare del raggio.

Dai dati di progetto è possibile ricavare:

$$D_s = 580 \text{ mm}$$

$$D_h = 348 \text{ mm}$$

Dimensionando le sezioni con l'ipotesi di vortice libero si avrà che:

$$h_{0i} = \text{cost}$$

e allo stesso modo per la temperatura di ristagno risulterà $T_{0i} = c_p h_{0i} = \text{cost}$.

Avendo dimensionato a vortice libero risulta inoltre:

$$c_u r = \text{cost} \rightarrow c_{ui}(r) = \overline{c_{ui}} \frac{\bar{r}}{r}$$

dove le grandezze segnate sono relative al diametro medio $\bar{D} = 2\bar{r} = 464 \text{ mm}$. Avendo fatto l'ipotesi di costanza della componente meridiana della velocità nello stadio considerato la velocità al variare del raggio sarà funzione della sola velocità tangenziale:

$$c_i(r) = \sqrt{c_m^2 + c_{ui}^2(r)}$$

Per quanto riguarda le grandezze termodinamiche si avrà che la temperatura varia lungo il raggio seguendo la relazione seguente:

$$T_i(r) = T_{0i} - \frac{1}{2} \frac{c_i^2(r)}{c_p} = T_{0i} - \frac{1}{2} \frac{c_m^2 + c_{ui}^2(r)}{c_p}$$

A partire dall'andamento della temperatura si possono ricavare le grandezze richieste, considerando che viene supposta nulla la variazione di entropia in direzione radiale e dunque si possono utilizzare le relazioni delle trasformazioni isoentropiche; inoltre si considera che la legge dei gas perfetti:

$$p_i(r) = \bar{p}_i \left(\frac{T_i(r)}{\bar{T}_i} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\rho_i(r) = \bar{\rho}_i \frac{p_i(r)}{\bar{p}_i} \frac{\bar{T}_i}{T_i(r)}$$

Le grandezze corrispondenti al diametro medio sono state calcolate con la metodologia descritta nel paragrafo relativo ad ogni sezione.

4.3.1 Sezione 0

In tale sezione la temperatura T_{00} e la pressione p_{00} sono fornite nei dati di progetto:

$$T_{00} = 20^\circ C$$

$$p_{00} = 100 \text{ kPa}$$

Inoltre la velocità in tale sezione è completamente assiale e dunque c_{u0} è nulla per ogni punto. Risulta pertanto:

$$\rho_{00} = \frac{p_{00}}{RT_{00}} = 1,189 \text{ kg/m}^3$$

$$c_0 = c_m = 132 \text{ m/s}$$

$$T_0 = T_{00} - \frac{1}{2} \frac{c_0^2}{c_p} = 284 \text{ K}$$

$$\rho_0 = \rho_{00} \left(\frac{T_{00}}{T_0} \right)^{\frac{1}{1-k}} = 1,101 \text{ kg/m}^3$$

$$p_0 = p_{00} - \frac{1}{2} \rho_0 c_0^2 = 90175 \text{ Pa}$$

In base a tali considerazioni usando le equazioni del vortice libero sono stati ricavati gli andamenti (costanti) riportati in Figura 12.

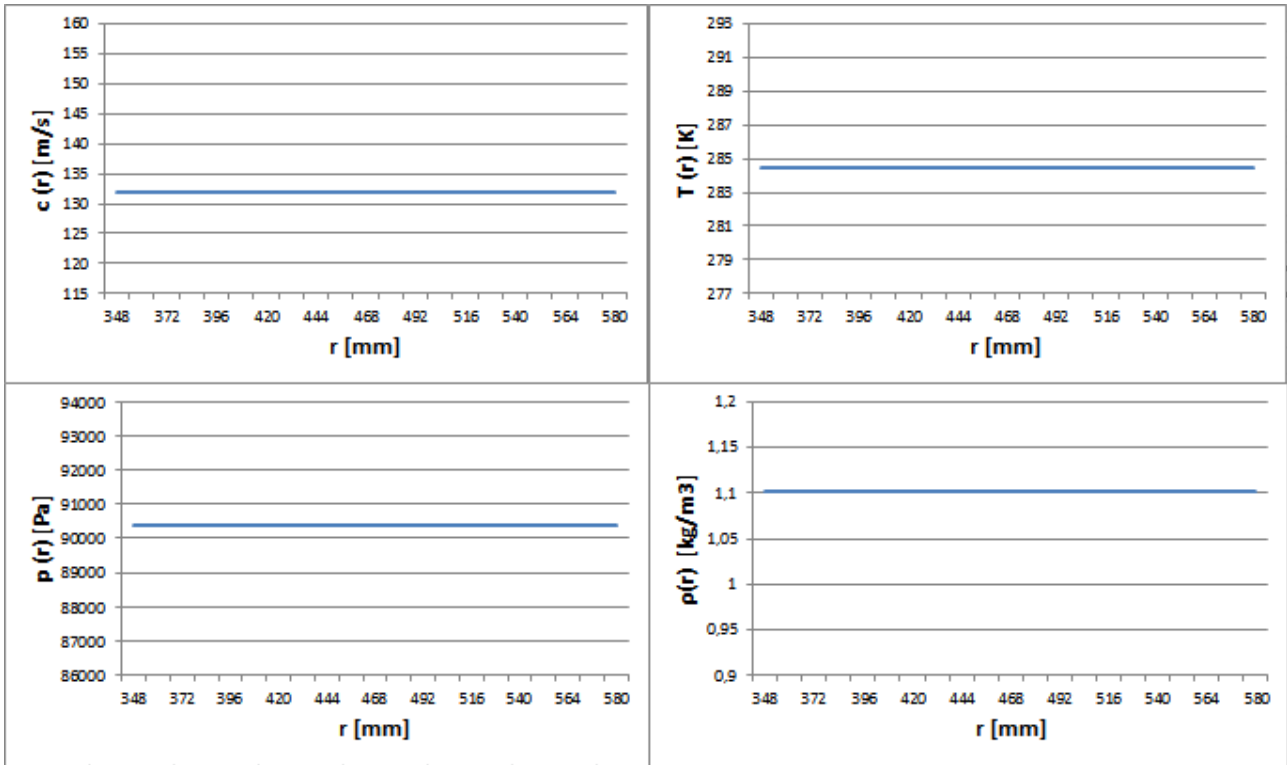


Figura 12: Variazione delle grandezze termodinamiche con il raggio nella sezione 0

4.3.2 Sezione 1

Tra la sezione 0 e la sezione 1 non vi è scambio di lavoro e perciò si conserva l'entalpia di ristagno e perciò anche la temperatura di ristagno. Risulta (grandezze relative al diametro medio):

$$c_1 = \sqrt{c_{m1}^2 + c_{u1}^2} = 167 \text{ m/s}$$

$$T_1 = T_{00} - \frac{1}{2} \frac{c_1^2}{c_p} = 279 \text{ K}$$

$$\rho_1 = \rho_0 \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{1}{1-k}} = 1,053 \text{ kg/m}^3$$

La pressione di ristagno al diametro medio può essere calcolata con la formula seguente:

$$p_{01} = p_{00} - 2y_{IGV} \overline{\rho_{01}} c_1^2 = 99305 \text{ Pa}$$

$$p_1 = p_{01} - \frac{1}{2} \rho_1 c_1^2 = 84602 \text{ Pa}$$

ove $\overline{\rho_{01}} = \frac{\rho_0 + \rho_1}{2}$

Gli andamenti sono riportati in Figura 13.

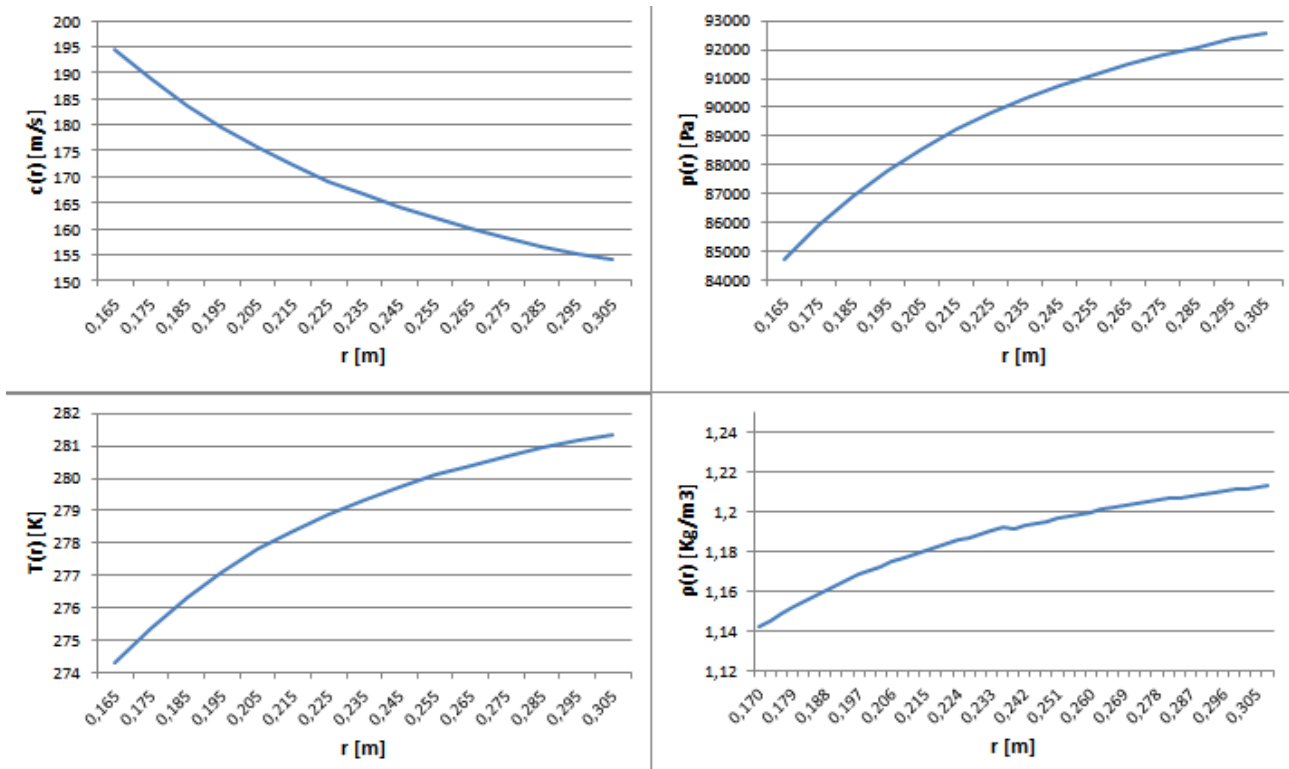


Figura 13: Variazione delle grandezze termodinamiche con il raggio nella sezione 1

4.3.3 Sezione 2

Tra la sezione 1 e la sezione 2 vi è scambio di lavoro ed è possibile ricavare la temperatura di ristagno al diametro medio considerando il salto entalpico elaborato nel rotore Δh_0 :

$$T_{02} = T_{01} + \frac{\Delta h_0}{c_p} = 310,6 \text{ K}$$

$$c_2 = \sqrt{c_{m2}^2 + c_{u2}^2} = 213 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_2 = T_{02} - \frac{1}{2} \frac{c_2^2}{c_p} = 288,0 \text{ K}$$

$$\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{1-k}} = 1,140 \text{ kg/m}^3$$

Per quanto riguarda la pressione di ristagno essa può essere calcolata sottraendo, alla pressione di ristagno p_{02ss} che si avrebbe a seguito di una compressione isoentropica: (grandezze relative al diametro medio):

$$p_{02ss} = p_{01} \left(\frac{T_{01}}{T_{02}} \right)^{\frac{k}{1-k}} = 121883 \text{ Pa}$$

$$p_{02} = p_{02ss} - \frac{1}{2} \gamma_R \overline{\rho_{12}} c_2^2 = 120358 \text{ Pa}$$

$$\overline{\rho_{12}} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = 1,100 \text{ kg/m}^3$$

$$p_2 = p_{02} - \frac{1}{2} \rho_2 c_2^2 = 94392 \text{ Pa}$$

Come nelle sezioni precedenti la densità di ristagno si ottiene dalla legge dei gas perfetti. Gli andamenti sono riportati in Figura 14.

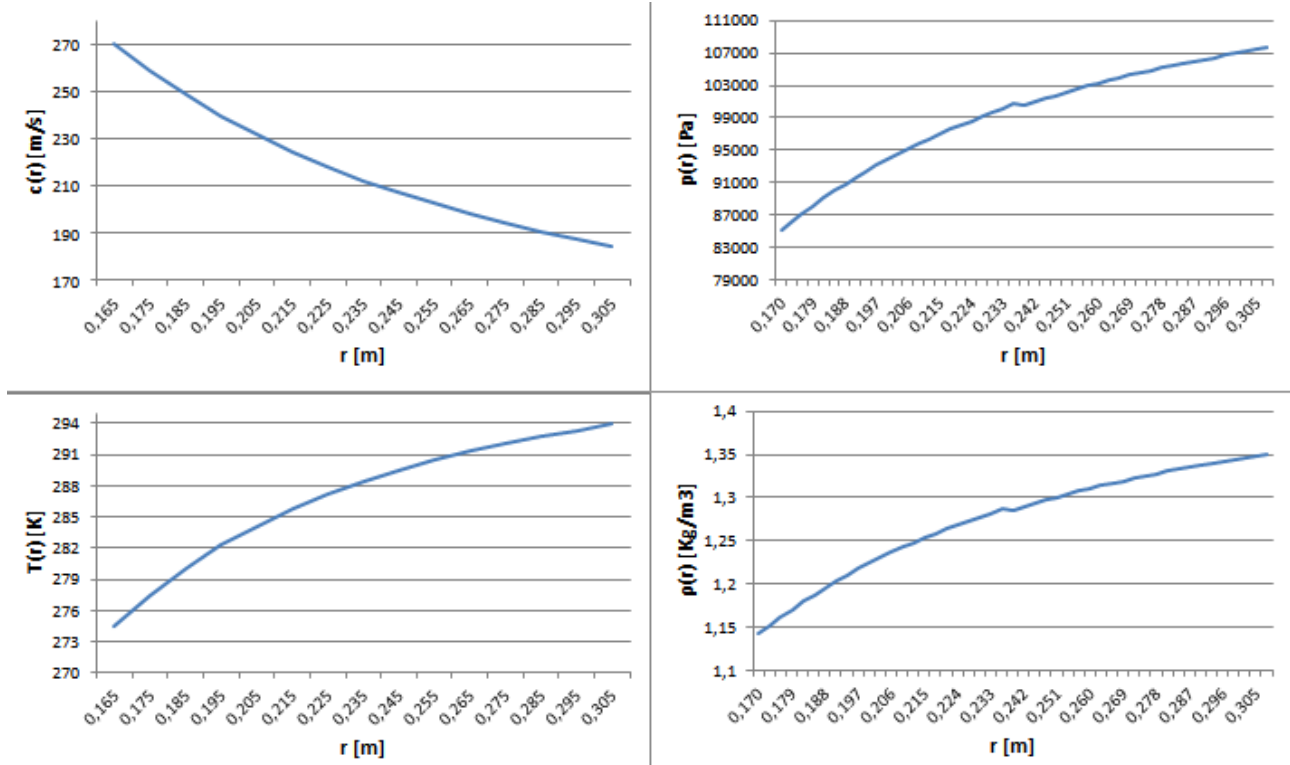


Figura 14: Variazione delle grandezze termodinamiche con il raggio nella sezione 2

4.3.4 Sezione 3

Per quanto riguarda questa sezione bisogna ricordare che vale l'ipotesi di stadio ripetuto e che valgono le considerazioni fatte per la sezione 1. Gli andamenti sono riportati in Figura 15.

$$T_{03} = T_{02} = 310,6 \text{ K}$$

$$c_3 = \sqrt{c_{m1}^2 + c_{u1}^2} = 167 \text{ m/s}$$

$$T_3 = T_{03} - \frac{1}{2} \frac{c_3^2}{c_p} = 296,9 \text{ K}$$

$$\rho_3 = \rho_2 \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{1}{1-k}} = 1,227 \text{ kg/m}^3$$

$$p_{03ss} = p_{02ss} = 121883 \text{ Pa}$$

$$p_{03} = p_{03s} - \frac{1}{2} \gamma_s \overline{\rho_{23}} c_3^2 = 120894 \text{ Pa}$$

$$p_3 = p_{03} - \frac{1}{2} \rho_3 c_3^2 = 103752 \text{ Pa}$$

$$\overline{\rho_{23}} = \frac{\rho_2 + \rho_3}{2} = 1,182 \text{ kg/m}^3$$

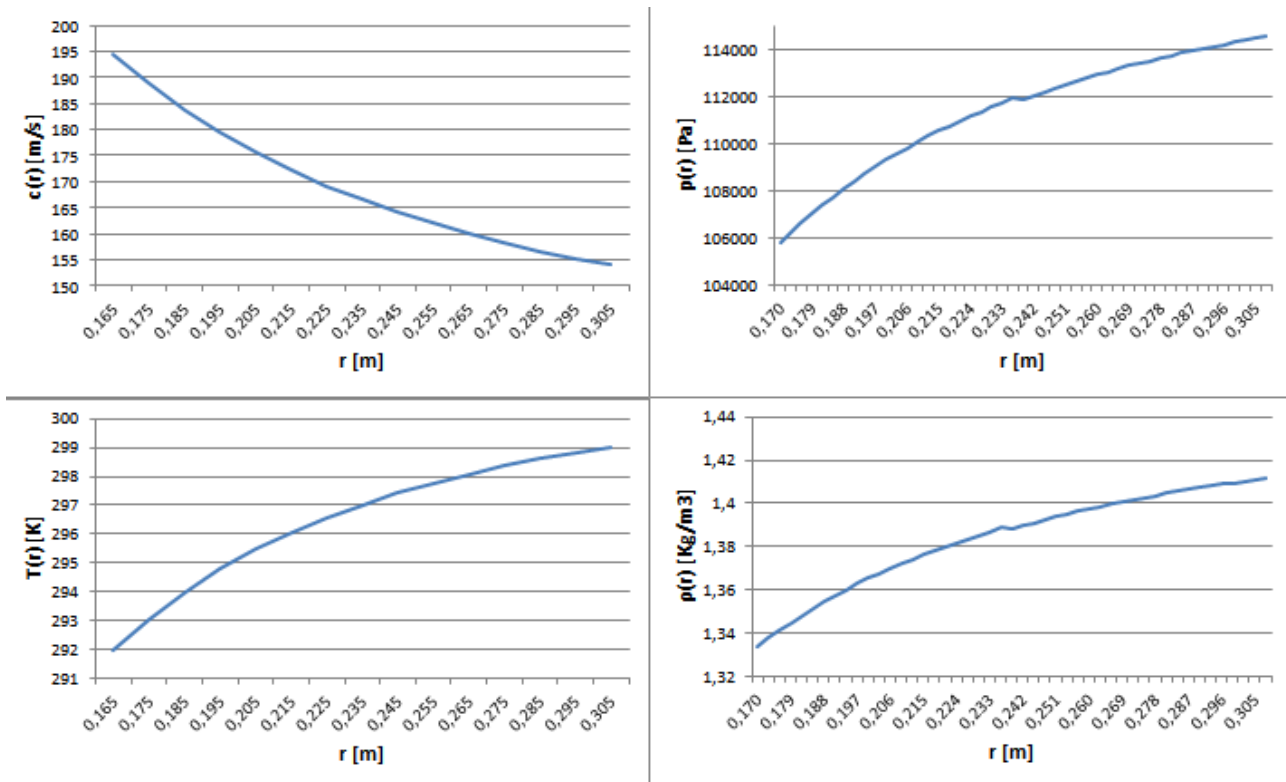


Figura 15: Variazione delle grandezze termodinamiche con il raggio nella sezione 3

4.4 Scelta dei profili

4.4.1 Tracciamento dei profili

Si scelgono ora i profili del rotore e dello statore relativi al diametro medio utilizzando il report NACA 1368. Considerando che il grado di reazione dello stadio è pari a 0,5 basterà dimensionare il profilo del rotore visto che quello dello statore sarà uguale e simmetrico.

Per prima cosa è necessario determinare, tramite i grafici riportati nel report, i valori del coefficiente di portanza standard C_{L0} e dell'angolo di attacco α_d . Si utilizza un valore di tentativo della solidità pari a 1 e si utilizza il diagramma in Figura 16.

Ricordiamo:

$$\alpha_1 = \beta_2 = 36,9^\circ$$

$$\alpha_2 = \beta_1 = 51,3^\circ$$

La deflessione si definisce come:

$$|\theta_d| = |\beta_2 - \beta_1| = 14,4^\circ$$

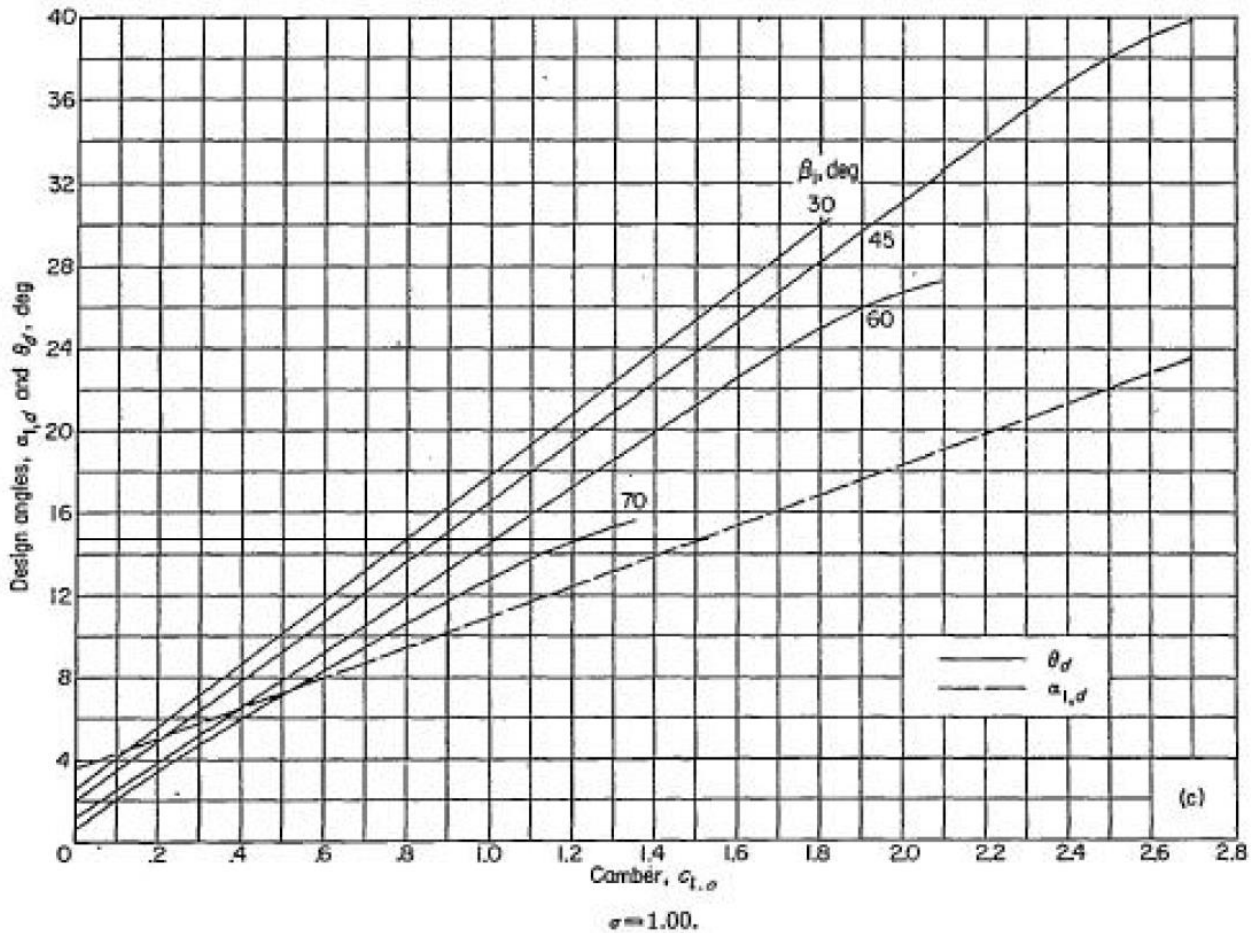


Figura 16: Diagramma report NACA 1368 per solidità pari a 1

Entrando nel diagramma con l'angolo di deflessione cinematica θ_d e con l'angolo di flusso in ingresso β_1 si ricavano i seguenti parametri:

$$C_{L0} = 0,9$$

$$\alpha_d = 10,5^\circ$$

Di conseguenza:

$$\gamma_R = \beta_1 - \alpha_d = 40,8^\circ$$

$$\gamma_S = \alpha_1 - \alpha_d = 26,4^\circ$$

$$\theta_c = 25 C_{L0} = 22,5^\circ$$

$$\beta_{1,g} = \gamma_R + \frac{\theta_c}{2} = 52,1^\circ$$

$$\beta_{2,g} = \gamma_R - \frac{\theta_c}{2} = 29,6^\circ$$

Utilizzando le tabelle riportate nel report è possibile disegnare il profilo riportato in Figura 17.

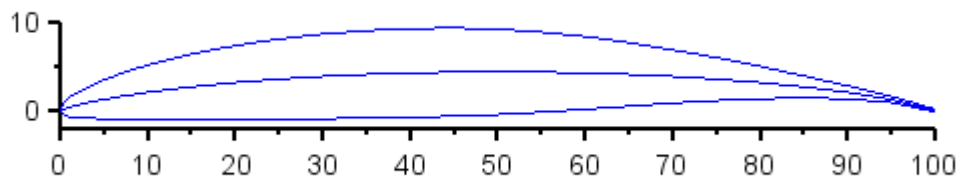


Figura 17: Raffigurazione del profilo della pala statorica e rotorica

4.4.2 Verifiche

Risulta necessario infine effettuare due verifiche per quanto riguarda l'angolo di incidenza e la solidità.

Per quanto riguarda la solidità, utilizzando il criterio di Leibnin si deve verificare che usando una solidità unitaria il fattore di diffusione globale D_G sia inferiore a 0,4-0,5.

$$D_G = \left(1 - \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}\right) + \frac{\cos\alpha_1}{2\sigma} (\tan\alpha_1 - \tan\alpha_2) = 0,3734$$

Tale criterio risulta perciò soddisfatto.