Soluzione della V Prova Scritta (by Copilot)

Esercizio 1. Moto di Titano

Sono dati

$$R = 1.22 \times 10^6 \text{ km} = 1.22 \times 10^9 \text{ m}$$

e

$$T = 15 \text{ giorni} + 23 \text{ h}.$$

Il periodo espresso in secondi è

$$T = (15 \cdot 24 + 23) \cdot 3600 = 383 \cdot 3600 = 1.3788 \times 10^6 \text{ s}.$$

a) Velocità angolare

Per il moto circolare uniforme,

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}.$$

Quindi

$$\omega = \frac{2\pi}{1.3788 \times 10^6} = 4.557 \times 10^{-6} \text{ rad/s}.$$

Pertanto

$$\boxed{\omega = 4.56 \times 10^{-6} \text{ rad/s}}.$$

---

b) Velocità scalare

La velocità scalare lungo l'orbita vale

$$\boxed{v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}}.$$

Numericamente,

$$v = \frac{2\pi(1.22 \times 10^9)}{1.3788 \times 10^6} = 5.560 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

Quindi

$$\boxed{v = 5.56 \times 10^3 \text{ m/s}}$$

ovvero

$$\boxed{v = 5.56 \text{ km/s}}.$$

---

c) Accelerazione centripeta

L'accelerazione centripeta è

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R}.$$

Pertanto

$$a_c = \frac{(5.560 \times 10^3)^2}{1.22 \times 10^9} = 2.533 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2.$$

Quindi

$$\boxed{a_c = 2.53 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2}.$$

Esercizio 2. Slitta trascinata con attrito

I dati sono

$$m = 30 \text{ kg},\ \theta = 45^\circ,\ \mu = 0.12,$$

e, con la correzione indicata,

$$s = 50 \text{ m}.$$

La slitta viene trascinata in piano **a velocità costante**, quindi la risultante delle forze è nulla.

Assumiamo

$$g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}.$$

La forza F esercitata tramite la fune possiede le componenti

$$F_x = F\cos\theta\ ,\ F_y = F\sin\theta\ .$$

a) Modulo della forza F

L'equilibrio lungo la direzione verticale fornisce

$$N + F\sin\theta - mg = 0,$$

da cui

$$N = mg - F\sin\theta\ .$$

La forza di attrito dinamico vale quindi

$$f_d = \mu N = \mu(mg - F\sin\theta).$$

Poiché lungo la direzione orizzontale il moto avviene a velocità costante,

$$F\cos\theta - f_d = 0.$$

Quindi

$$F\cos\theta = \mu(mg - F\sin\theta).$$

Da cui

$$F\cos\theta + \mu F\sin\theta = \mu mg$$

e pertanto

$$\boxed{F = \frac{\mu mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}}.$$

Sostituendo i dati:

$$F = \frac{(0.12)(30)(9.81)}{\cos 45° + (0.12)\sin 45°} = 44.59 \text{ N}.$$

Con due cifre significative:

$$\boxed{F = 45 \text{ N}}.$$

---

b) Lavoro della forza di attrito

Dal momento che lungo la direzione orizzontale le forze si equilibrano,

$$f_d = F\cos\theta\,.$$

Pertanto

$$f_d = (44.59)\cos 45° = 31.53 \text{ N}.$$

Il lavoro della forza di attrito su un percorso di lunghezza sè negativo perché la forza di attrito ha verso opposto allo spostamento:

$$L_{\text{attr}} = -f_d s.$$

Sostituendo $f_d = F\cos\theta$,

$$\boxed{L_{\text{attr}} = -F\cos\theta\ s}.$$

Oppure, esprimendolo esclusivamente attraverso le grandezze inizialmente date,

$$\boxed{L_{\text{attr}} = -\frac{\mu mg\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}\ s}.$$

Numericamente,

$$L_{\text{attr}} = -(31.53)(50) = -1576.6 \text{ J}.$$

Con due cifre significative:

$$\boxed{L_{\text{attr}} = -1.6 \times 10^3 \text{ J}}$$

ovvero

$$\boxed{L_{\text{attr}} = -1.6\ \text{kJ}}.$$

Esercizio 3. Flusso nel tubo orizzontale

I dati sono

$$\rho = 1000\ \text{kg/m}^3,$$
$$d_2 = 5.0\ \text{cm} = 0.050\ \text{m},$$
$$d_1 = 2.5\ \text{cm} = 0.025\ \text{m},$$
$$v_1 = 1.8\ \text{m/s},\ p_1 = p_{\text{atm}}.$$

Il tubo è orizzontale e il fluido è incomprimibile, non viscoso e in regime stazionario.

Il tempo considerato è

$$\Delta t = 7\ \text{min} = 420\ \text{s}.$$

---

a) Volume d'acqua liberato

La portata volumetrica all'uscita è

$$\dot{V} = A_1 v_1.$$

Poiché

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4},$$

il volume liberato nel tempo Δtè

$$\boxed{V = \frac{\pi d_1^2}{4} v_1 \Delta t}.$$

Numericamente,

$$V = \frac{\pi (0.025)^2}{4}(1.8)(420) = 0.3711\ \text{m}^3.$$

Con due cifre significative:

$$\boxed{V = 0.37\ \mathrm{m}^3}.$$

Equivalentemente,

$$\boxed{V = 3.7 \times 10^2\ \mathrm{L}}.$$

---

b) Velocità v_2

Per l'equazione di continuità,

$$A_1 v_1 = A_2 v_2.$$

Da cui

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1.$$

Essendo l'area proporzionale al quadrato del diametro,

$$\boxed{v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2}.$$

Numericamente,

$$v_2 = 1.8 \left(\frac{2.5}{5.0}\right)^2 = 1.8(0.25) = 0.45\ \mathrm{m/s}.$$

Pertanto

$$\boxed{v_2 = 0.45\ \mathrm{m/s}}.$$

---

c) Differenza $p_2 - p_{\mathrm{atm}}$

Poiché il tubo è orizzontale, l'equazione di Bernoulli fra le due sezioni diventa

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2.$$

Quindi

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2).$$

Dato che all'uscita

$$p_1 = p_{\text{atm}},$$

si ottiene

$$\boxed{p_2 - p_{\text{atm}} = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)}.$$

Sostituendo i valori:

$$p_2 - p_{\text{atm}} = \frac{1}{2}(1000)[(1.8)^2 - (0.45)^2]$$
$$= 1518.75\ \text{Pa}.$$

Con due cifre significative:

$$\boxed{p_2 - p_{\text{atm}} = 1.5 \times 10^3\ \text{Pa}}$$

ovvero

$$\boxed{p_2 - p_{\text{atm}} = 1.5\ \text{kPa}}.$$

Esercizio 4. Circuito di condensatori

Con la correzione indicata, i dati sono

$$\Delta V = 45.0\ \text{V},$$
$$C_2 = C_3 = C_4 = 3.0\ \mu\text{F},$$
$$C_1 = 9.0\ \mu\text{F}.$$

Dal circuito si vede che C_3e C_4sono in parallelo fra Be C. La loro capacità equivalente è in serie con C_2; questa branca è a sua volta in parallelo con C_1fra Ae D.

---

a) Capacità equivalente C_{BC}

Poiché C_3e C_4sono in parallelo,

$$\boxed{C_{BC} = C_3 + C_4}.$$

Pertanto

$$C_{BC} = 3.0 + 3.0 = 6.0\ \mu\text{F}.$$

Quindi

$$\boxed{C_{BC} = 6.0\ \mu\text{F}}.$$

---

b) Capacità equivalente C_{AD}

La capacità equivalente della serie costituita da C_2e C_{BC}è

$$C_s = \frac{C_2 C_{BC}}{C_2 + C_{BC}}.$$

Quindi

$$C_s = \frac{(3.0)(6.0)}{3.0 + 6.0}\ \mu\text{F} = 2.0\ \mu\text{F}.$$

Questa branca è in parallelo con C_1, pertanto

$$\boxed{C_{AD} = C_1 + \frac{C_2 C_{BC}}{C_2 + C_{BC}}}.$$

Numericamente,

$$C_{AD} = 9.0 + 2.0 = 11.0\ \mu\text{F}.$$

Quindi

$$\boxed{C_{AD} = 11.0\ \mu\text{F}}.$$

---

c) Carica Q_1

Il condensatore C_1 è collegato direttamente tra A e D, quindi ai suoi capi è applicata l'intera differenza di potenziale del generatore:

$$\Delta V_1 = \Delta V.$$

Pertanto

$$\boxed{Q_1 = C_1 \Delta V}.$$

Numericamente,

$$Q_1 = (9.0\ \mu\text{F})(45.0\ \text{V}) = 405\ \mu\text{C}.$$

Con le cifre significative dei dati:

$$\boxed{Q_1 = 4.1 \times 10^2\ \mu\text{C}}.$$

Equivalentemente,

$$Q_1 = 4.1 \times 10^{-4}\ \text{C}.$$

---

d) Carica Q_2

Il condensatore C_2 è in serie con il parallelo costituito da C_3 e C_4.

La capacità equivalente di questa serie è

$$C_s = 2.0\ \mu\text{F}.$$

L'intera serie è sottoposta alla tensione $\Delta V = 45.0\ \text{V}$, quindi la carica della serie vale

$$Q_s = C_s \Delta V.$$

In una serie di condensatori la carica sui due elementi equivalenti della serie ha lo stesso modulo. Pertanto

$$Q_2 = Q_s$$

e quindi

$$\boxed{Q_2 = \frac{C_2 C_{BC}}{C_2 + C_{BC}} \Delta V}.$$

Numericamente,

$$Q_2 = (2.0\ \mu\text{F})(45.0\ \text{V}) = 90\ \mu\text{C}.$$

Pertanto

$$\boxed{Q_2 = 90\ \mu\text{C}}.$$

Possiamo effettuare un controllo calcolando le tensioni.

Per C_2:

$$\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{90\ \mu\text{C}}{3.0\ \mu\text{F}} = 30\ \text{V}.$$

Per il parallelo $C_3 \parallel C_4$:

$$\Delta V_{BC} = \frac{Q_2}{C_{BC}} = \frac{90\ \mu\text{C}}{6.0\ \mu\text{F}} = 15\ \text{V}.$$

Come richiesto,

$$\Delta V_2 + \Delta V_{BC} = 30 + 15 = 45\ \text{V}.$$

Il risultato è quindi consistente.

Risultati finali

Esercizio 1

$$\boxed{\omega = 4.56 \times 10^{-6}\ \text{rad/s}}$$
$$\boxed{v = 5.56 \times 10^{3}\ \text{m/s}}$$
$$\boxed{a_c = 2.53 \times 10^{-2}\ \text{m/s}^2}$$

Esercizio 2

$$\boxed{F = \frac{\mu m g}{\cos\theta + \mu \sin\theta} = 45\ \text{N}}$$
$$\boxed{L_{\text{attr}} = -\frac{\mu m g \cos\theta}{\cos\theta + \mu \sin\theta} s = -1.6 \times 10^{3}\ \text{J}}$$

Esercizio 3

$$\boxed{V = 0.37\ \text{m}^3}$$
$$\boxed{v_2 = 0.45\ \text{m/s}}$$
$$\boxed{p_2 - p_{\text{atm}} = 1.5 \times 10^{3}\ \text{Pa}}$$

Esercizio 4

$$\boxed{C_{BC} = 6.0\ \mu\text{F}}$$
$$\boxed{C_{AD} = 11.0\ \mu\text{F}}$$
$$\boxed{Q_1 = 4.1 \times 10^{2}\ \mu\text{C}}$$
$$\boxed{Q_2 = 90\ \mu\text{C}}$$