Geometria

Foglio di esercizi 3

1) Usando l'algoritmo di Gauss trasformare le matrici seguenti in matrici a gradini.

$$(a)\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (b)\ \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (c)\ \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2) Risolvere i sistemi lineari seguenti.

$$(a)\ \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 = -1 \end{cases} \qquad (b)\ \begin{cases} x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$(c)\ \begin{cases} ix_1 - x_2 - (2-i)x_3 = -i \\ 2x_1 + x_2 - 2ix_3 = 1 \\ 2x_1 + ix_2 - (1-i)x_3 = 0. \end{cases} \qquad (d)\ \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

3) Risolvere i sistemi lineari seguenti al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

$$(a)\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + kx_3 = 0 \\ kx_2 + 2kx_3 + k^2x_4 = 0. \end{cases} \qquad (b)\ \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + kx_4 = 0 \\ x_1 + kx_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

$$(c)\ \begin{cases} kx_1 + x_2 - x_3 = k \\ (k-1)x_1 + kx_2 - x_4 = 1 \\ x_2 - x_3 + kx_4 = 0. \end{cases} \qquad (d)\ \begin{cases} kx_1 - x_2 + x_4 = k - 1 \\ x_1 - kx_2 + (k-1)x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ -x_2 + kx_3 + (k+1)x_4 = -1. \end{cases}$$