CAPITOLO 3

MECCANICA → studio del moto
- CINEMATICA → geometria del moto
- DINAMICA → relazionata alle cause (leggi del moto)
- STATICA → equilibrio dei corpi

VETTORI SPOSTAMENTO E POSIZIONE

MOTO → dipende da chi osserva il fenomeno

(ex.) Treno - albero

→ UN CORPO È IN MOTO SE LA POSIZIONE DEI SUOI PUNTI (POSIZIONE E/O FORMA) CAMBIA NEL TEMPO RISPETTO AD ALTRI PUNTI LA CUI POSIZIONE RECIPROCA NON CAMBIA

↳ concetti di SPAZIO, TEMPO, SISTEMA DI RIFERIMENTO

SISTEMA DI RIFERIMENTO → osservatore in quiete
- → non tutti i sistemi di riferimento sono equivalenti
- → definire origine e verso

(ex.) Moto dei pianeti, dalla Terra o dal sole

PUNTO MATERIALE → ENTITÀ IDEALIZZATA CHE NON HA ESTENSIONE NÉ STRUTTURA INTERNA
- → trattare un oggetto esteso come punto materiale è un'approssimazione che ha senso se la struttura non incide nel moto

VETTORE POSIZIONE → Traiettoria del punto materiale

$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$ CARTESIANE

$\vec{r}(t) = r(t)\hat{u}_r + z(t)\hat{u}_z$ CILINDRICHE

$\vec{r}(t) = r(t)\hat{u}_r$ POLARI SFERICHE

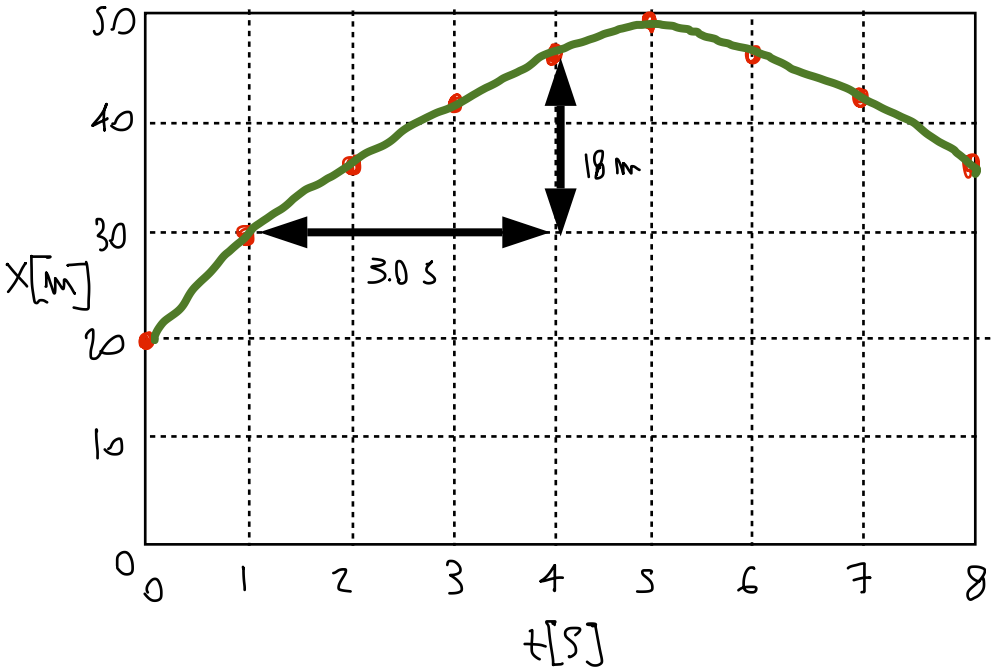
SPOSTAMENTO $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (x_f - x_i)\hat{i} + (y_f - y_i)\hat{j} + (z_f - z_i)\hat{k}$

VELOCITÀ

RAPIDITÀ con cui un oggetto si MUOVE e DIREZIONE in cui si sposta.

VELOCITÀ MEDIA → rapidità e direzione in un certo intervallo Δt

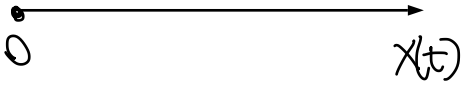
$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \xrightarrow{1D} \langle v_x \rangle = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



$$\langle v_x \rangle = \frac{18\ m}{3\ s} = 6\ \frac{m}{s}$$

NB Siamo in 1D

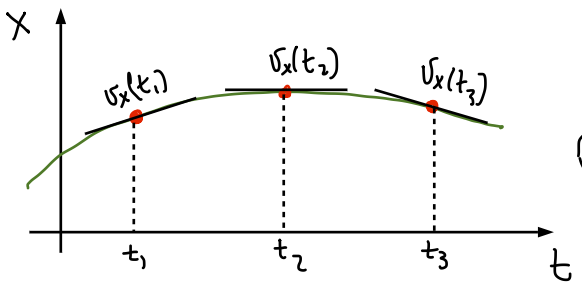
GRAFICO ≠ dalla traiettoria



VELOCITÀ ISTANTANEA → rapidità e direzione in certo istante $\Delta t \to 0$

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \langle v_x \rangle = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

NB $\Delta t \to 0$ anche $\Delta x \to 0$ → v_x è la PENDENZA DELLA CURVA



(1D) $v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$ → $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ (3D)

La VELOCITÀ è definita come la DERIVATA PRIMA RISPETTO AL t DEL VETTORE POSIZIONE $\vec{r}$. In coordinate cartesiane

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

$$v = |\vec{v}| = \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

(EX.) Deriva continentale dell'America del Nord (rispetto all'Europa) 10^{-9} m/s

Uomo che cammina (rispetto al marciapiede) 1 m/s

centro della Terra (rispetto al sole) $3 \cdot 10^3$ m/s

Luce $3 \cdot 10^8$ m/s

ACCELERAZIONE

RAPIDITÀ con cui la VELOCITÀ VARIA in MODULO e DIREZIONE.

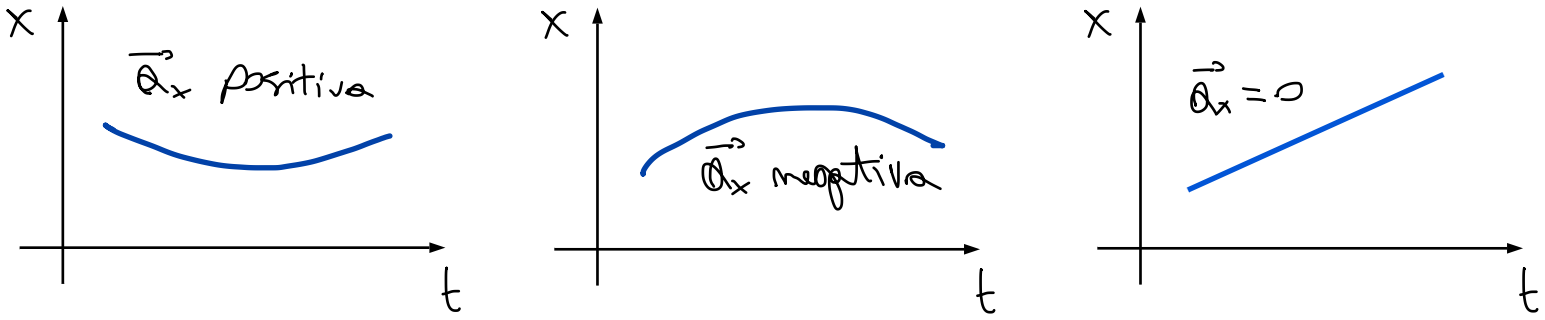
ACCELERAZIONE MEDIA

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

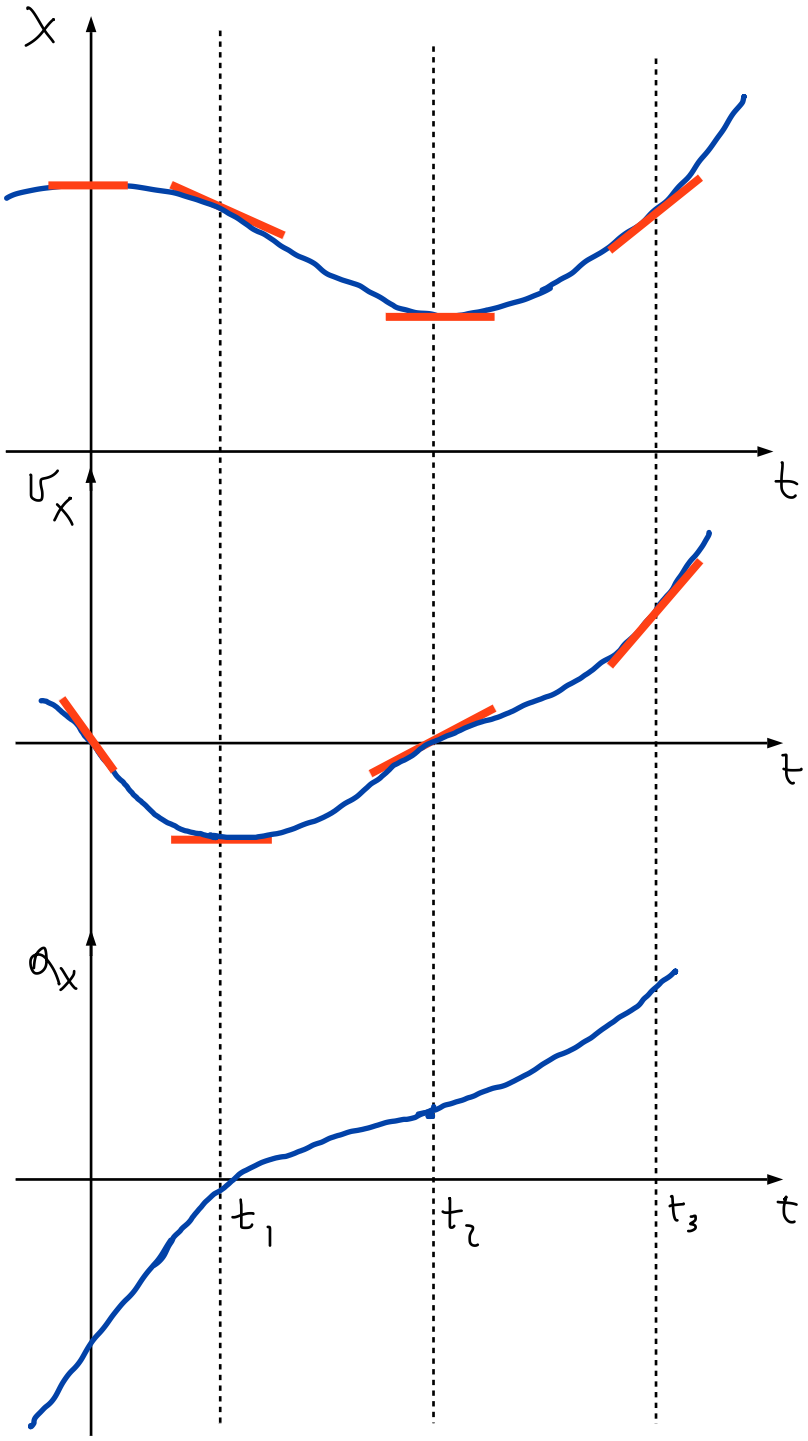
ACCELERAZIONE ISTANTANEA

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \langle \vec{a} \rangle = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} =$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$



Facciamo corrispondere grafici tra $\vec{x}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$.



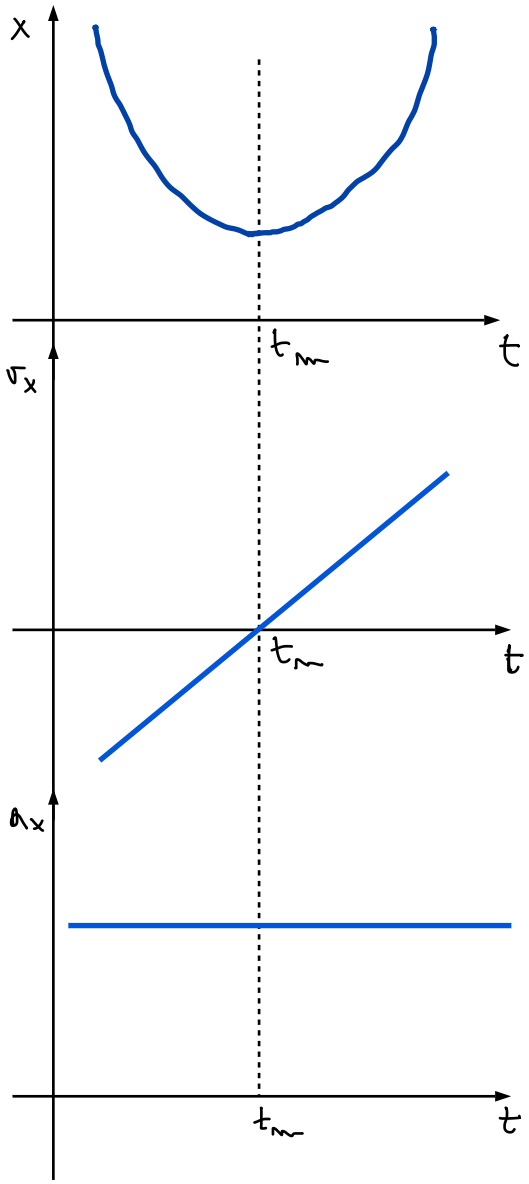
MOTO CON ACCELERAZIONE COSTANTE

ACCELERAZIONE COSTANTE → accelerazione = accelerazione media
→ non dipende da Δt

$$a_x = \frac{v_x(t_f) - v_x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{v_x(t) - v_{x0}}{t - 0} \rightarrow v_x(t) = v_{x0} + at$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_x(t) = v_{x0} + at \rightarrow x(t) = \int_0^t (v_{x0} + at)\,dt = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}at^2$$

NB Ricordiamo che $\frac{d}{dt}t^n = nt^{n-1}$ e $\int t^n\,dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$



MOTO PARABOLICO

- Moto SIMMETRICO rispetto a t_m
- $v_x(t_m) = 0$
- $|v_x(t_m - t)| = |v_x(t_m + t)|$

È utile anche questa versione dell'equazione oraria t

$$v_x(t) = v_{0x} + at \longrightarrow t = \frac{v_x(t) - v_{0x}}{a}$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}at^2 = x_0 + v_{0x}\left(\frac{v_x(t) - v_{0x}}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v_x(t) - v_{0x}}{a}\right)^2$$

Riordiamo e risolviamo per $v_x^2 (= v_x(t)^2)$

$$x - x_0 = \frac{v_{0x}v_x - v_{0x}^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{v_x^2 + v_{0x}^2 - 2v_x v_{0x}}{a}$$

$$= \frac{1}{a}\left(v_{0x}v_x - v_{0x}^2 + \frac{v_x^2}{2} + \frac{v_{0x}^2}{2} - v_x v_{0x}\right) = \frac{1}{2a}\left(v_x^2 - v_{0x}^2\right)$$

Ed otteniamo $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a(x - x_0)$

RIASSUMENDO

$$x(t) = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

$$v(t) = v_0^2 + 2a(\vec{x}(t) - \vec{x}_0)$$

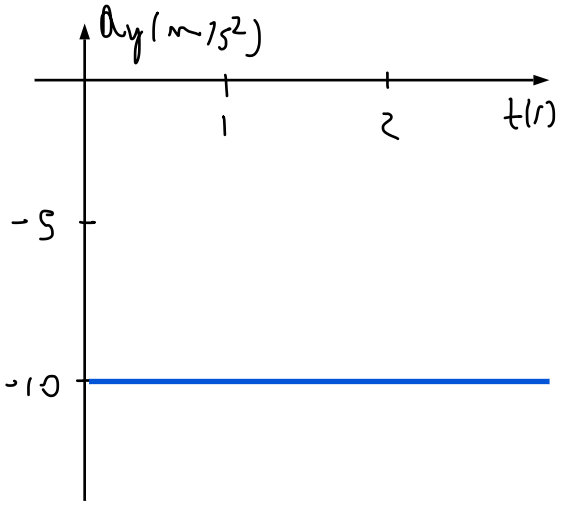
CADUTA LIBERA

ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ → uguale per corpi di massa diversa

NB. Se la resistenza dell'aria è trascurabile sul corpo

$$|\vec{a}| = |\vec{g}| = 9.8\ m/s^2$$

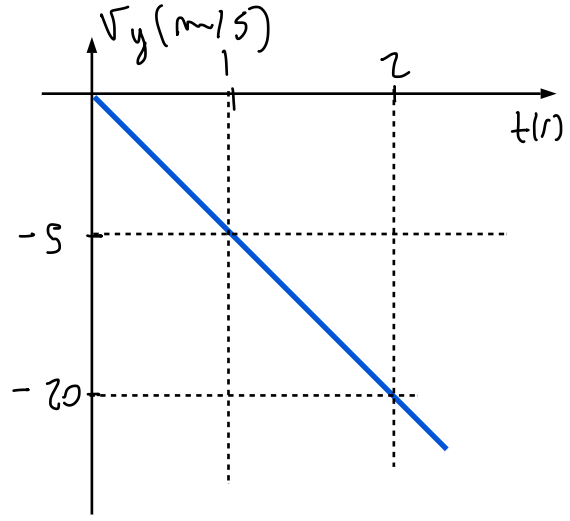
NB. $|\vec{g}|$ varia leggermente da punto a punto della Terra



CONVENZIONE → moto lungo $\hat{j}$

$$\vec{a} = -g\hat{j}$$

$$\begin{cases} v_y(t) = v_{y_0} - gt \\ y(t) = y_0 + v_{y_0}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y^2 = v_{y_0}^2 - 2g(y - y_0) \end{cases}$$



Posso calcolare il TEMPO e l'ALTEZZA MASSIMA (t_m, h_m) di un corpo che parte con velocità v_{y_0}

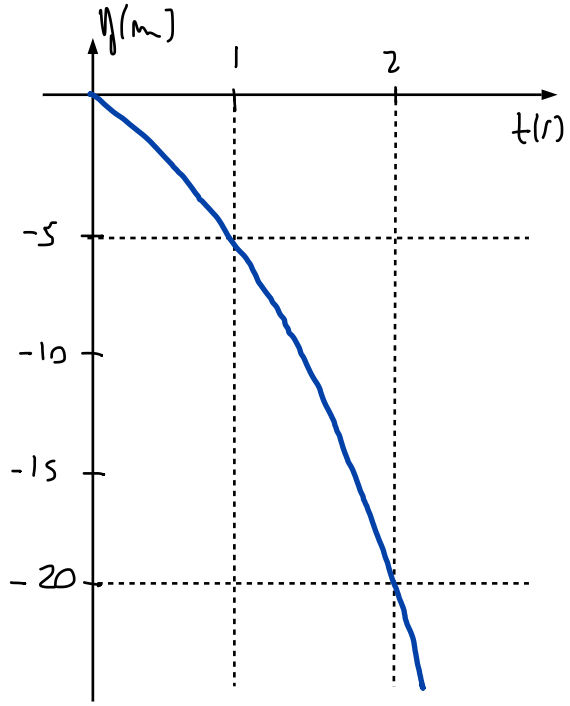
NB. A $(t_m, h_m) \rightarrow v_y(t_m) = 0$

$$v_y(t_m) = 0 = v_{y_0} - gt_m \rightarrow t_m = \frac{v_{y_0}}{g}$$

Sostituisco nell'equazione $y(t)$

$$y(t_m) = h_m = 0 + v_{y_0}\left(\frac{v_{y_0}}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{y_0}}{g}\right)^2$$

$$= \frac{v_{y_0}^2}{g}$$



$$t_m = \frac{v_{y_0}}{g}, \quad h_m = \frac{v_{y_0}^2}{g}$$