Capitolo 2

Il Medioevo

2.1 Introduzione

La convenzione storica definisce il Medioevo in Europa come il periodo che copre i secoli dal VI al XIV.

Come visto nella Sezione 1.7, possiamo riprendere le date di inizio del Medioevo e individuarne altre per il termine di questo periodo, sia a livello di Storia dei popoli sia riguardo alla Storia della matematica.

Per la Storia, inizio e fine del Medioevo:

- 476: caduta di Roma (Odoacre)
- 1453: caduta di Costantinopoli (Turchi).

Per la Storia della matematica, sono significative le date di inizio e fine dell'età medievale:

- 529: morte di Boezio
  chiusura della Scuola di Atene
  fondazione dell'abbazia di Montecassino
- 1436: morte di al-Kashi
  nascita di Regiomontano



La scuola di Atene



L'abbazia di Montecassino

2.2 Alto Medioevo (sec. VI, VII, VIII, IX, X)

In questo periodo fanno da sfondo cinque culture, che a volte si intrecciano e si confrontano:

- Cina
- India
- Arabia
- Impero d'Oriente
- Impero di Occidente.

Vediamo qualche cenno sulle ultime due. Alla matematica araba sarà dedicata la prossima Sezione.

Anche se una certa storiografia descrive questo periodo come un'età buia per la matematica europea (*si sente scricchiolare nel silenzio solo la penna del Venerabile Beda...*), in realtà si gettano le basi per un successivo sviluppo. Certamente mancano figure di spicco e idee innovative, tuttavia non si spegne un lavoro, a volte umile e sotterraneo, che però permetterà una ripresa futura.

◦ Nel 529 Giustiniano chiude la Scuola di Atene perché pagana: gli studiosi si disperdono ma in parte ritornano. Non avviene nessuna seria frattura nella cultura greca bizantina. Infatti nell'*Impero d'Oriente* gli scienziati cristiani usano fonti pagane. Pochi contributi nuovi ma molti commentari: in questo modo la tradizione greca si tramanda. A Bisanzio continua la notazione alfabetica dei numeri, anche all'interno del nuovo sistema indo-arabico (del quale si accenna nella prossima Sezione); avverrà il suo lento declino fino al XIII secolo.

◦ Nell'*Impero d'Occidente*: con **Severino Boezio** (480-529) (vedi Sezione 1.6) e i suoi successori, Isidoro di Siviglia, Cassiodoro, ecc. si producono solo trattati elementari e grezzi.

Per i successivi secoli, si sviluppano due ambienti culturali: dal secolo VIII in poi, per tutto l'Alto Medioevo, un ambiente è afro-asiatico e musulmano (le cui radici affondano nella matematica araba, come vedremo nella prossima Sezione); l'altro, sviluppatosi dal VI secolo, è quello dei conventi fondati dai grandi ordini religiosi.

2.2.1 Il ruolo del monachesimo

I monasteri medievali svolgono un ruolo fondamentale nella conservazione, nella trasmissione e nello studio del sapere matematico, fungendo da veri e propri centri di cultura in un'Europa fortemente segnata dalla frammentazione politica e dal declino delle strutture civili dell'Impero Romano.

Svolgeranno questa opera di copiatura di manoscritti fino all'affermazione delle università e delle botteghe laiche dopo il XII-XIII secolo (vedi prossimo Paragrafo 2.4.3).

1. La conservazione dei testi classici

◦ Gli *scriptoria*. Nei monasteri (in particolare quelli di regola benedettina, ispirati al motto *ora et labora*), i monaci amanuensi copiano e custodiscono i manoscritti. Tra questi ci sono opere fondamentali della matematica tardo-antica e romana (come i trattati di Boezio, Cassiodoro e Isidoro di Siviglia), che riassumono le basi dell'aritmetica e della geometria.

◦ Il *Quadrivio*. Nelle scuole monastiche e cattedrali, l'insegnamento si basa sulle sette arti liberali. La matematica è racchiusa nel *Quadrivio* (di cui abbiamo trattato nel Capitolo 1), che comprende quattro discipline:

Aritmetica (lo studio del numero astratto)
Geometria (lo studio dello spazio)
Astronomia (il numero applicato al movimento)
Musica (il numero applicato al suono).

2. Il "Computo Ecclesiastico" (la matematica del tempo)

La necessità pratica più importante per la Chiesa medievale è il computo ecclesiastico (o *computus*): il calcolo astronomico-matematico indispensabile per determinare con precisione la data della Pasqua e delle altre feste mobili del calendario liturgico. Questo lavoro richiede competenze avanzate di aritmetica, cicli lunari, solstizi ed equinozi. Figure come **Beda il Venerabile** (monaco anglosassone dell'VIII secolo) scrivono trattati fondamentali sul calcolo del tempo e sui grandi numeri, mantenendo viva una pratica numerica complessa.

3. I limiti e l'evoluzione

Per gran parte dell'Alto Medioevo, la matematica nei monasteri rimane prevalentemente teorica, speculativa e legata alla teologia (il numero come espressione dell'ordine divino della Creazione), piuttosto che applicata al commercio, alla fisica o alla pratica quotidiana.

Per concludere la Sezione dell'Alto Medioevo, occorre citare **Alcuino di York** (735-804), teologo ed educatore brillante a York (esponente della tradizione irlandese ma con influenza romana). Viene incaricato da Carlo Magno di rivitalizzare l'istruzione in Francia, sostenendo così il "Rinascimento carolingio". Produce solo opere pedagogiche di esercizi, di calcolo, di astronomia: sono manuali elementari.

2.3 Matematica persiana e araba (VIII - XIV sec.)

Anche se il tema di questo e dei successivi capitoli riguarda la matematica europea, occorre brevemente inserire alcuni cenni sulla cultura scientifica del Vicino Oriente.

Dopo l'iniziale periodo di espansione (632-750), l'Impero islamico arriva a dominare, nell'VIII secolo d.C., il Nord Africa, la Penisola iberica e parte dell'India. Alle conquiste segue, come sempre, un periodo di calma politica e di sviluppo culturale: gli Arabi assorbono la cultura delle civiltà conquistate, come era successo all'Impero romano con la cultura greca.

Gli Arabi entrano così in contatto con la matematica ellenistica e con quella indiana. Il "miracolo arabo" consiste nella rapidità di conquista e di assorbimento del sapere.

Le fonti da cui attinge, traduce e rielabora sono principalmente quelle babilonese, indiana e greca.

2.3.1 VIII secolo

Nella seconda metà dell'VIII secolo **Baghdad** diventa un nuovo centro del sapere a livello mondiale. Sovrani come al-Mansur, Harun al-Rashid e al-Ma'mun si dimostrano attenti nei confronti della matematica e preservano dalla distruzione molte opere matematiche greche che altrimenti sarebbero probabilmente andate perse.

- 766 - dall'India arriva a Bagdad il *Bramas Futa Siddharta*[1]
- 780 - dalla Grecia arriva il *Tetrabiblos* di Tolomeo

e vengono immediatamente tradotti in arabo.

[1]Opera principale dell'astronomo e matematico indiano **Brahmagupta**, scritta intorno al 628 d.C.. Il testo è di fondamentale importanza nella storia della scienza:

- Contiene la prima trattazione sistematica dello zero come vero e proprio numero, definendone le regole aritmetiche.

- Introduce regole chiare per la gestione dei numeri positivi (intesi come "beni") e negativi (intesi come "debiti").

- Presenta metodi per risolvere equazioni lineari e di secondo grado, formule per il calcolo delle radici quadrate e importanti principi geometrici come il *teorema di Brahmagupta* per i quadrilateri ciclici (enunciato nel prossimo Paragrafo 2.3.4).

Il libro è scritto interamente in versi sanscriti e non utilizza simboli o notazioni matematiche simili a quelle moderne.

2.3.2 IX secolo



Una pagina di un manoscritto di al-Khwarizmi

Molti tra i più grandi matematici islamici sono persiani. Tra essi **Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi** (780-850) scrive importanti volumi:

- sul sistema di numerazione indiano (*De numero indorum*, pervenutoci solo nella traduzione latina) e sui metodi per risolvere equazioni.
- La parola "algoritmo" deriva dal suo nome e "Algebra" dal titolo della sua opera più importante, *al-Jabr wa al-muqabala* (*Completamento e riduzione*). Il termine *al-jabr* si riferisce al nome che il matematico dà all'operazione di riduzione di termini uguali da parti opposte dell'uguale tramite sottrazione. In questa opera Al-Khwarizmi, oltre a introdurre il sistema decimale nel mondo arabo, trova metodi grafici e analitici per la risoluzione di equazioni (mostra, dunque, di ricollegarsi alla matematica greca, dove la geometria aveva un ruolo preponderante). Per questo la sua opera è, da una parte, un regresso rispetto a quella di Diofanto (più elementare e senza abbreviazioni), ma dall'altra è un progresso in quanto esposizione

dei metodi risolutivi delle equazioni di secondo grado con argomentazioni ben fondate. Ignorando i coefficienti e le radici negative, la trattazione ha numerosi casi. Per questi motivi è considerato da alcuni storici il fondatore dell'algebra moderna.

Se al-Khwarizmi ha un ruolo analogo a quello di Euclide nell'Antica Grecia, il ruolo di Pappo si può pensare ricoperto da **Thabit ibn Qurra** (826-901), commentatore, traduttore e apportatore di modifiche e generalizzazioni dei testi con cui viene a contatto. Addirittura fonda una **scuola di traduttori** che traduce in arabo opere di Archimede, Euclide e Apollonio e anche molti testi indiani. Studia problemi numerici, tra i quali i numeri amicabili e si cimenta in astronomia, tentando di superare quella greca.

Altri sviluppi furono apportati da **Abu Bakr al-Karaji** (953-1029) nel suo trattato *al-Fakhri*.

2.3.3 X secolo

Gli argomenti, già consolidati nel IX secolo, vengono redatti in manuali nel X secolo. Ma non è solo un periodo di manuali.

Abu l-Wafa (940-997), persiano, traduce le opere di Diofanto di Alessandria in arabo, intravedendo gli sviluppi verso la risoluzione di equazioni di grado superiore al secondo, e studia la trigonometria ottenendo le formule di addizione e sottrazione per il seno.

Alhazen (965-1040), medico, filosofo, matematico e fisico, uno dei più importanti scienziati del periodo, è considerato l'iniziatore dell'ottica.

2.3.4 XI - XII secolo

E' un tempo di grande fervore e di brillanti risultati. Oltre alla matematica, si sviluppa l'ottica: si osserva l'apparente aumento di dimensione della Luna sull'orizzonte, si tenta di misurare l'altezza dell'atmosfera, ecc.

Avicenna traduce Euclide in arabo conciliando, in modo profondo e permanente, la cultura greca con quella araba.

Analogo processo viene promosso da **al-Biruni** riguardo alla cultura indiana; ne è un esempio la *Formula di Brahmagupta*, contenuta nel *Bramas Futa Siddharta*.

Formula di Brahmagupta

L'area di un quadrilatero ciclico i cui lati hanno lunghezze a, b, c, d *è*

$$A = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

dove p *è il semiperimetro, cioè*

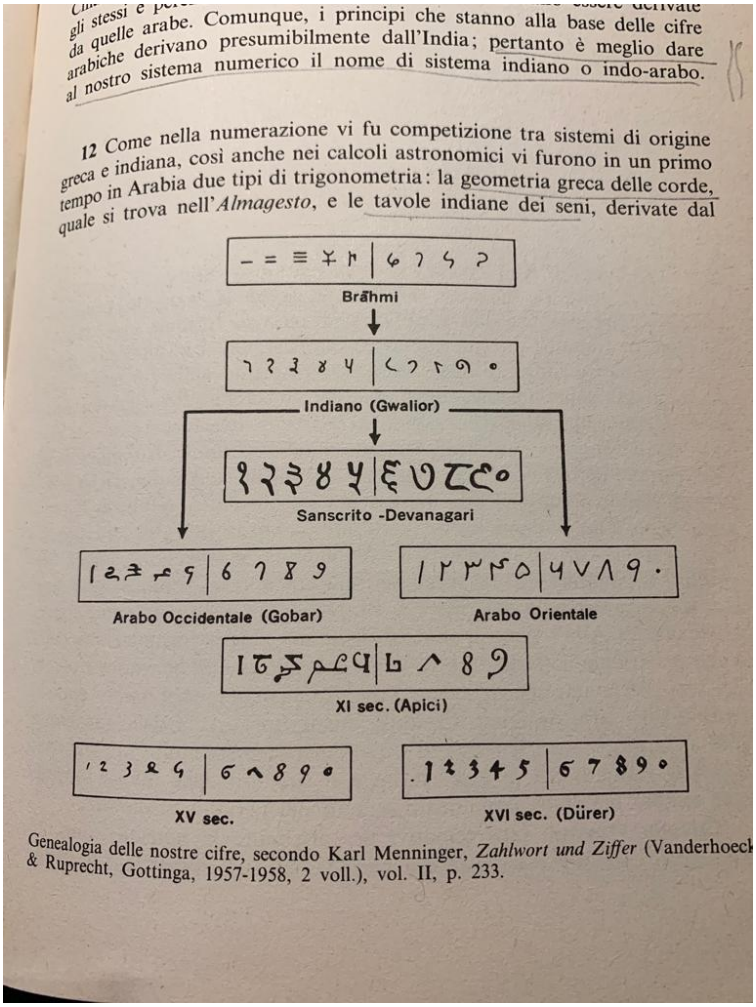
$$p = \frac{a+b+c+d}{2}.$$

Omar Khayyam (1048-1131) è poeta e matematico geniale. Scrive le *Discussioni* sulle difficoltà in Euclide e in quest'opera tenta di dimostrare il *Quinto postulato* riguardante le rette parallele partendo dagli altri quattro; impresa che sarebbe poi diventata un tema di studio ricorrente per i matematici dei secoli successivi. Fornisce una soluzione geometrica per alcune equazioni di terzo grado (usando le coniche) ma non riesce a risolverle per radicali.

L'eclettismo arabo testimonia la "continuità" come regola nella Storia della Matematica. Appare evidente anche nella notazione numerica (indiana o greca: vedi tabella seguente).

Come riguardo alle cifre, anche in **trigonometria** sono evidenti due tipi di influssi: quello greco (misurazione degli angoli attraverso le corde) e quello indiano (misurazione attraverso i seni). Nei secoli successivi si affermerà la notazione indiana.

In questo periodo si sviluppa comunque una forma sistematica di trattazione della trigonometria, con formule di duplicazione e bisezione, fino a quelle di prostaferesi.



gli stessi e per... da quelle arabe. Comunque, i principi che stanno alla base delle cifre arabiche derivano presumibilmente dall'India; pertanto è meglio dare al nostro sistema numerico il nome di sistema indiano o indo-arabo.

12 Come nella numerazione vi fu competizione tra sistemi di origine greca e indiana, così anche nei calcoli astronomici vi furono in un primo tempo in Arabia due tipi di trigonometria: la geometria greca delle corde, quale si trova nell'*Almagesto*, e le tavole indiane dei seni, derivate dal

Genealogia delle nostre cifre, secondo Karl Menninger, *Zahlwort und Ziffer* (Vanderhoeck & Ruprecht, Gottinga, 1957-1958, 2 voll.), vol. II, p. 233.

Genealogia delle cifre

2.3.5 XIII - XIV secolo

Nasir al-Din Tusi (1201-1274) sviluppa nel XIII secolo la trigonometria sferica e scopre la legge dei seni per il triangolo sferico. Il *Teorema di Nasir al-Din* sulla combinazione di due moti circolari sarà tradotto e pubblicato solo nel XVII secolo da John Wallis (1616–1703).

Nel XIV secolo, **Ghiyath al-Kashi** (1380-1429) calcola il valore di π (in cifre sessagesimali) con 16 decimali. Al-Kashi trova anche la regola di Ruffini per scoprire la radice ennesima di un numero. Inoltre nella sua opera si trova il primo esempio conosciuto di dimostrazione per induzione tramite la quale viene provato il "teorema binomiale". Il matematico era anche a conoscenza del "triangolo di Tartaglia".

Nel XIV secolo la matematica araba entra in crisi a causa di un periodo di forte instabilità politica e religiosa, nonché per il diffondersi di sette ostili al sapere matematico.

Le molte dominazioni che si susseguono nel mondo arabo dal XII secolo contribuiscono al definitivo declino della scienza e della matematica arabe.

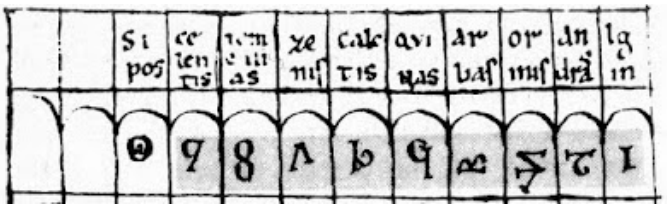
2.4 Basso Medioevo (sec. XI -XIII)

2.4.1 Cambio di direzione: sec. XI

Inizialmente l'Europa cristiana fatica ad accogliere le novità arabe, ma ora si cambia registro. Come nell'Impero arabo si impara il greco nel IX secolo, così nell'Europa di lingua latina, verso il secolo XI, si inizia a studiare l'arabo, in quanto tutti i matematici e astronomi sono mori, ebrei, greci e devono imparare la lingua del sapere.

Gerberto (940-1003), è vescovo a Reims, poi a Ravenna e poi papa, come Silvestro II. E' il primo a insegnare l'uso delle *cifre indo-arabiche* partendo dagli "apici" di Boezio.

Gradualmente tale uso si afferma, fino ad essere definitivamente introdotto in Europa nel XIII secolo.



Gli "apici" di Boezio in un manoscritto latino del secolo XI

2.4.2 Le grandi traduzioni: sec. XII

La rinascita inizia col dilagare delle traduzioni dall'arabo: in latino, in spagnolo, in ebraico e poi, da quest'ultimo, in latino.

A **Toledo** nasce una scuola di traduttori di cui fa parte anche **Gerardo da Cremona** (1114-1187) che traduce più di 80 opere dall'arabo al latino. Tra esse gli *Elementi* di Euclide (dalla versione araba di Thabit ibn Qurra) e l'*Almagesto* di Tolomeo, oltre a un adattamento dell'*Algebra* di al-Khwarizmi.

Adelardo di Bath (∼1075 - 1160), filosofo e matematico, traduce, dall'arabo al latino, gli *Elementi* di Euclide intorno al 1120.



Frontespizio degli *Elementi* di Euclide, tradotto da Adelardo in latino

I collegamenti con il mondo islamico avvengono attraverso Spagna, Sicilia e Impero d'Oriente durante le Crociate.

L'Europa si mostra più aperta verso la matematica araba che verso la geometria greca, probabilmente perché più elementare.

Robert di Chester (∼ 1150) traduce testi importanti di trigonometria araba. A lui si deve il termine «seno» come funzione trigonometrica (dal latino *sinus*, che significa "baia" o "insenatura") per un errore di traduzione dall'arabo. Pare che Aryabhata, matematico indiano, usasse il termine *ardha-jiva* ("metà-corda"), che venne abbreviato in *jiva* (sanscrito) e quindi translitterato dagli Arabi come *jiba*. I traduttori europei come Robert di Chester, nella Toledo del dodicesimo secolo, confusero *jiba* per *jaib*, che significa "baia", forse perché *jiba* e *jaib* sono scritti allo stesso modo nella scrittura araba antica che era sostanzialmente consonantica.

2.4.3 La rinascita dell'Europa: sec. XII-XIII

Con la nascita delle università (dal XII-XIII secolo in poi) e l'arrivo della matematica araba (tramite la traduzione di testi da parte di studiosi e i contatti con il mondo islamico e bizantino), il baricentro della ricerca matematica si sposta gradualmente fuori dalle mura monastiche, verso le scuole urbane e i mercanti, che hanno bisogno di una nuova aritmetica pratica (l'uso dei numeri indo-arabi e dell'abaco).

Questo nuovo periodo di fervore culturale e artistico inizia quando vengono fondate le prime università europee:

Bologna (1088)
Parigi (1150)
Oxford ($\sim$ 1167)
Salamanca (1134)
Cambridge (1209)
Padova (1222)
Napoli (1224)
Siena (1240)

che si affiancano ai monasteri dell'Alto Medioevo come centri culturali. Sorgono le grandi cattedrali gotiche (Notre Dame, Westminster, Reims...) e operano rilevanti figure come Alberto Magno, Tommaso d'Aquino, Ruggero Bacone. E' epoca di grandi invenzioni (polvere da sparo, bussola, lenti da vista, orologi meccanici).

Nel XIII sec. si presentano due filoni di attività e sensibilità per i matematici: scuole ecclesiastiche/università e commercianti. Entrambi diffondono le cifre indo-arabiche e la nuova notazione posizionale (allora chiamata "algoritmo"). Alcuni matematici lo rendono molto popolare.

John of Halifax ($\sim$1200 - 1256), inglese (noto anche come Giovanni Sacrobosco), astronomo, redige il *Tractatus de spherae*, testo universitario che resisterà 4 secoli. Nel suo *Algorismus* prende posizione a favore delle cifre indo-arabiche e tratta anche il concetto di media e l'estrazione di radice.

Alexandre de Villedieu (1175-1240), monaco, grammatico e matematico, scrive il *Carmen de Algorismo*, testo largamente diffuso: un poema in cui vengono ampiamente descritte le operazioni tra gli interi.

Il più grande matematico dell'epoca medievale è comunque un italiano, al quale è dedicato il prossimo paragrafo.

2.4.4 Fibonacci

Leonardo Pisano detto **Fibonacci** (1170 - 1242), dopo una giovinezza passata a viaggiare in Egitto, Siria, Grecia e forse nel Lontano Oriente, continua a proporre le cifre indo-arabiche anche se contemporaneamente utilizza la forma retorica della matematica.



Il suo testo più noto è il *Liber abaci* (1202), che non tratta dell'abaco ma di problemi algebrici. Afferma che "l'aritmetica e la geometria sono connesse tra loro" (seguendo le impostazioni di Boezio e al-Khuwarizmi), ma in realtà tratta di algebra e utilizza la geometria come strumento. Introduce la sbarra orizzontale per rappresentare le frazioni $\left(\frac{2}{3}\right)$ e le usa sia con notazione decimale, sia sessagesimale, sia egizia (con numeratore 1). Tratta estrazioni di radici e una serie di problemi vivaci, nonché la "serie di Fibonacci". Questo testo non è molto apprezzato nelle università perché troppo difficile; infatti verrà dato alle stampe solo nel XIX secolo. Ma nell'opera affronta anche transazioni commerciali e cambi di valuta, rendendola sotto questo aspetto molto popolare tra i commercianti.

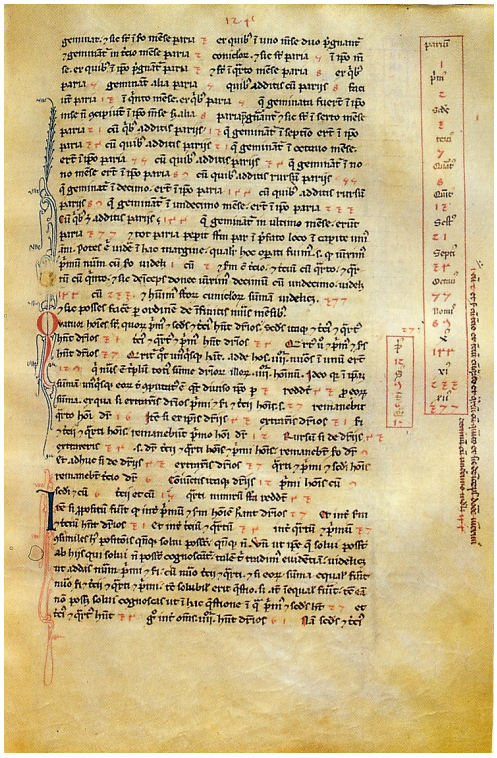
Grazie a questa opera Fibonacci è considerato il più grande matematico del XIII secolo, anche se non isolato.

La *Serie di Fibonacci* è la successione $\{F_n\}_n$ definita da

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

i cui primi termini sono

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \ldots$$



Manoscritto su pergamena del *Liber abbaci* [2]

• Nell'opera *Flos* (1225) Fibonacci affronta sia problemi indeterminati (tipo Diofanto) che determinati (tipo Euclide e arabi). Arriva a cimentarsi con alcuni tipi di equazioni di III grado e cerca di esprimere radici (positive) con metodi di approssimazioni che dureranno alcuni secoli.

• Altre sue opere rilevanti sono *Liber quadratorum* (∼1225), dove espone lineamenti di algebra diofantea e problemi aritmetici, e *Practica geometriae* (∼1220), basato su traduzioni arabe di testi euclidei. Anche qui il suo approccio è algebrico.

[2] E' conservato nella Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze. Il foglio qui riprodotto contiene, nel riquadro a destra, i primi tredici numeri, in cifre indo-arabiche, della Serie di Fibonacci.

2.4.5 Verso la meccanica: sec. XIII

Come accennato nel Paragrafo 2.4.3, questo è un secolo di grandi invenzioni e quindi nasce l'esigenza di formulare una matematica adeguata.

Di **Giordano Nemorario** (1225-1260) non si hanno elementi biografici (casi di omonimia hanno confuso le informazioni su di lui). Si è occupato di scienza dei pesi, cioè degli inizi della meccanica (*legge del piano inclinato*), algoritmi, aritmetica, algebra, geometria. Per primo usa lettere invece di cifre, anche se in modo confuso, rendendo possibile enunciare teoremi di algebra e quindi esprimendo l'idea di "generalità", sottintesa da Euclide e al-Khuwarizmi ma mai esplicitata prima. Ha il merito di aver enunciato per primo la formula risolutiva per le equazioni di II grado.

Giovanni Campano da Novara (1220-1296) è un astronomo e matematico molto noto nella sua epoca, traduce e commenta gli *Elementi* di Euclide dall'arabo al latino; ne abbiamo una edizione a stampa del 1482. Commenta anche l'*Almagesto* (vedi anche Paragrafo 1.5.1).

Un grande evento del XIII secolo è la scoperta degli scritti di **Archimede**, sostanzialmente sconosciuti agli arabi, nella loro versione originale. **Willem van Moerbeke** (1215 – 1286), arcivescovo cattolico e traduttore fiammingo, viene a contatto con questa versione e ne fornisce la traduzione dal greco al latino nel 1269. Il suo manoscritto originale fu scoperto nella Biblioteca Vaticana nel 1884.

In questo periodo non erano disponibili le opere di Pappo e le coniche di Apollonio erano poco conosciute. L'interesse scientifico si sposta dunque verso l'ottica e la meccanica: i fisici del Tardo Medioevo sono anche matematici e viceversa.

2.5 Tardo Medioevo: sec. XIV

I nomi più famosi del secolo sono un inglese e un francese, entrambi vescovi e legati al centro più significativo del periodo, Oxford, ormai università centenaria.

Thomas Bradwardine (1290-1349), filosofo, teologo, matematico e poi Arcivescovo di Canterbury, elabora una "teoria della proporzione" (*Tractatus de proportionibus*, 1328) riguardo alla velocità di un corpo sottoposto a una forza, già ipotizzata da Aristotele ma sbagliata.

Bradwardine propone una relazione del tipo

$$v = k \log \frac{F}{R}$$

dove v è la velocità, F la forza e R la resistenza, ma non ne ha conferma sperimentale.

Altre sue opere, dove riecheggiano le ispirazioni di Boezio, Aristotele, Euclide e Archimede, sono *Arithmetica pratica* e *Geometria speculativa*: qui studia l'angolo di contatto, i poligoni stellati e qualche intuizione sulle grandezze continue.

2.5.1 Oxford nel XIV secolo

I *Calculatores* di Oxford sono un gruppo di pensatori del XIV secolo - quasi tutti iscritti al *Merton College* di Oxford (denominati per questo "Scuola di Merton"). Essi adottano uno spiccato approccio logico-matematico, applicandolo a problemi di natura filosofica. Tra essi il già citato Thomas Bradwardine, William Heytesbury, Richard Swineshead e John Dumbleton.

I progressi compiuti da questi pensatori sono inizialmente di carattere puramente matematico, ma in seguito diventeranno rilevanti anche nell'ambito della meccanica, utilizzando la logica e la fisica aristoteliche.

Studiano e tentano di quantificare ogni singola entità fisica osservabile (calore, forza, colore, densità, ecc.) anche se Aristotele era convinto che soltanto la lunghezza e il moto potessero essere quantificabili.

I *Calculatores* di Oxford fanno riferimento proprio al suo pensiero dimostrandone l'inattendibilità, essendo in grado di misurare grandezze fisiche quali la temperatura e la potenza.

Distinguono la cinematica dalla dinamica, attribuendo una maggiore importanza alla prima e indagando la velocità istantanea. Il loro contributo più noto è il *Teorema della velocità media* – sebbene attribuito successivamente a Galileo:

Un corpo che si muove a velocità costante percorre nel medesimo arco temporale la stessa distanza di un corpo accelerato se la velocità da esso raggiunta corrisponde alla metà di quella finale del corpo accelerato.

Tra i "collaboratori esterni" dei *Calculatores* spicca la mente più brillante del secolo.

2.5.2 Oresme

Nicole Oresme o d'Oresme (1323 – 1382) è un matematico, fisico, astronomo, economista, filosofo, psicologo e musicologo francese, vescovo di Lisieux.

Estende le idee di Bradwardine e anticipa i concetti di potenza razionale, includendo anche esponenti frazionari nelle leggi

$$x^m \cdot x^n = x^{n+m}, \quad (x^n)^m = x^{nm}$$

e arriva fino a considerare $\sqrt[n]{x^m}$, con n, m numeri naturali. Si cimenta nella nozione di potenza irrazionale, tentando di definire (senza riuscirci) $x^{\sqrt{2}}$. E' uno dei primi ad occuparsi di somme infinite (tema che stava affascinando molti matematici del XIV secolo), scoprendo i risultati di molte di esse e dimostrando la divergenza della serie armonica

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots .$$

Con ingegnoso procedimento grafico mostra che

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \cdots + \frac{n}{2^n} + \cdots \quad = \quad 2.$$

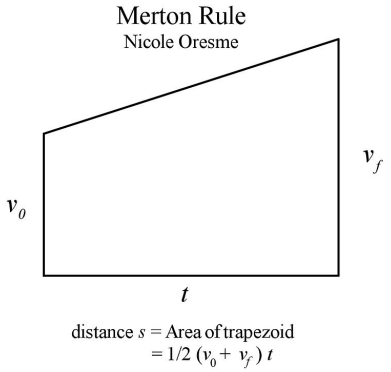
Oresme rimane una delle menti più brillanti di tutta la matematica medioevale europea, ma molte delle sue idee saranno dimenticate e dovranno aspettare secoli per essere riscoperte e rielaborate.

Tra i suoi contributi più innovativi, l'introduzione del "grafico" di una funzione. Infatti è il primo ad avere l'idea di rappresentare il movimento con un grafico alla maniera moderna. Si spinge fino alla soglia di rappresentazioni tridimensionali, ma qui si ferma non avendo a disposizione l'algebra necessaria.

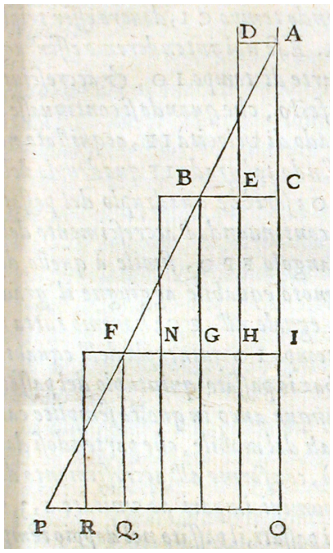
Oresme fornisce una dimostrazione geometrica del *Teorema di Merton della velocità media* intorno al **1361**: utilizza metodi grafici rappresentando la velocità in funzione del tempo, dove l'area sotto il grafico velocità-tempo rappresenta la distanza. Il suo metodo consiste nel dimostrare che l'area di un trapezio rettangolo (che rappresenta un moto uniformemente accelerato dalla velocità iniziale v_0 alla velocità finale v_f) è uguale all'area di un rettangolo con la stessa larghezza (tempo) e l'altezza corrispondente alla velocità nel punto medio dell'intervallo di tempo.

La **dimostrazione grafica** del *Teorema della velocità media* prodotta da Oresme rappresenta un balzo in avanti monumentale nello sviluppo del pensiero matematico e scientifico.

Il suo lavoro pone le basi per la successiva scoperta della geometria analitica da parte di Descartes e Fermat e per lo studio della cinematica da parte di Galileo.



La dimostrazione di Galileo della legge dello spazio percorso in caso di moto uniformemente accelerato è analoga a quella che fece d'Oresme secoli prima.



> ≪Le fonti pubblicate ora ci dimostrano incontestabilmente come le principali proprietà cinematiche del moto uniformemente accelerato - ancora attribuite a Galileo dai testi di fisica - siano state in realtà scoperte e dimostrate dagli allievi della Scuola di Merton...
>
> Le caratteristiche della fisica greca vennero fondamentalmente sostituite - almeno per quanto riguarda il moto - dalle quantità numeriche che hanno da allora dominato la scienza occidentale. Il loro contributo scientifico si diffuse rapidamente in Francia, Italia e in altre parti d'Europa. Quasi contemporaneamente, Giovanni da Casale e Nicole Oresme scoprirono come rappresentare i risultati delle loro ricerche con l'ausilio di grafici geometrici, introducendo così il collegamento tra la geometria e il mondo fisico, che divenne la seconda peculiarità del pensiero occidentale...≫ .[3]

I grandi progressi della matematica dal VII al XIV secolo non sono comunque paragonabili a quelli della Grecia antica.

La peste (1347 - 1351), la Guerra dei Cent'anni (1337 - 1453) e la Guerra delle Due Rose (1455 - 1485) devastano l'Europa, soprattutto Inghilterra e Francia, e quindi inducono il declino delle grandi università di Oxford e Parigi.

L'eredità passa quindi alle università italiane, tedesche e polacche.

[3]Clifford Truesdell (1919 - 2000), matematico, filosofo e storico della scienza statunitense.