

Capitolo 19

Trasmissione del calore per irraggiamento

1

Obiettivi del capitolo

In questo capitolo verranno approfonditi gli argomenti introduttivi riguardanti l'irraggiamento e si presenta un metodo per la trattazione dello scambio termico per irraggiamento su superfici selettive e all'interno di cavità.
Gli obiettivi di questo capitolo sono:

- Comprendere appieno i fondamenti della radiazione termica
- Sviluppare una metodologia per eseguire bilanci energetici su una superficie con proprietà selettive
- Sviluppare relazioni che consentano di calcolare lo scambio termico radiativo tra superfici (comprese cavità)

2

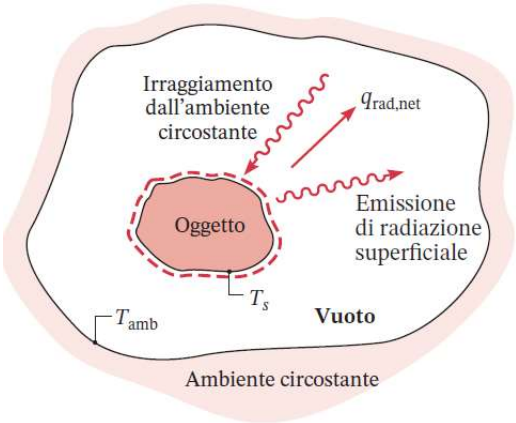
Sommario

- Concetti fondamentali
- Quantità e processi legati alla radiazione
- Radiazione di corpo nero
- Proprietà radiative delle superfici reali
- Fattore di vista
- Scambio per irraggiamento tra corpi neri
- Scambio per irraggiamento tra superfici grigie e diffuse in una cavità

3

Concetti fondamentali

- Si associa la radiazione termica con la potenza emessa da un corpo a causa della sua temperatura.
- Il meccanismo di emissione è legato all'energia presente nelle oscillazioni e nelle transizioni degli elettroni che compongono la materia



4

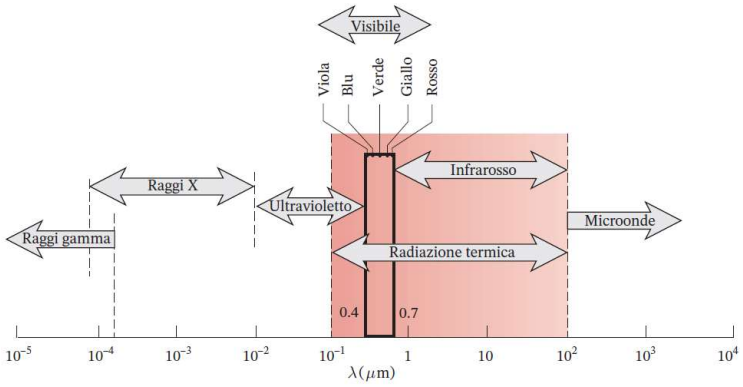
Concetti fondamentali

- Si attribuiscono alla radiazione termica le caratteristiche tipiche di un'onda, come la frequenza v e la lunghezza d'onda λ.
- Per un'onda le due proprietà sono legate da $\lambda = c/v$, dove c è la velocità della luce nel mezzo (nel vuoto $c_0 = 2.998 \times 10^8$ m/s).
- L'unità di misura della lunghezza d'onda è solitamente il micrometro (μm)

5

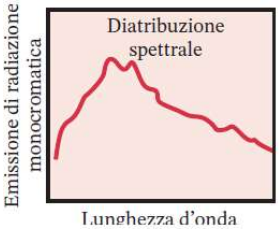
Concetti fondamentali

La radiazione della zona intermedia dello spettro elettromagnetico, che va da circa 0.1 a 100 μm e include una parte dei raggi UV, tutta la radiazione visibile e gli infrarossi (IR), è detta radiazione termica.

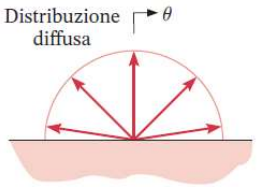


6

Concetti fondamentali



L'ampiezza della radiazione varia con la lunghezza d'onda e si usa il termine spettrale per riferirsi a questa dipendenza. La radiazione emessa consiste in una distribuzione continua ma non uniforme di componenti monocromatiche. Ampiezza della radiazione in ciascuna lunghezza d'onda e distribuzione spettrale variano con la natura e con la temperatura della superficie emittente.



La superficie è detta emettitore diffuso quando si ha una distribuzione direzionale della radiazione emessa uniforme in tutte le direzioni

7

Quantità e processi legati alla radiazione

Generalità

- Tre quantità: potere emissivo, irradianza e radiosità.
- Si ipotizza che la radiazione sia diffusa.
- Distinzione fra quantità spettrali (o monocromatiche) e totali.
- Si introdurrà il bilancio energetico superficiale in due forme diverse.

8

Quantità e processi legati alla radiazione

Potere emissivo

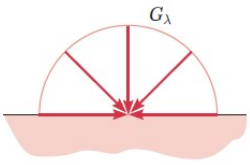
- Il concetto di potere emissivo viene introdotto per misurare la potenza emessa sotto forma di radiazione per unità di superficie.
- Il potere emissivo spettrale E_λ ($W/m^2 \cdot \mu m$) è definito come la potenza emessa alla lunghezza d'onda λ nello spazio in tutte le direzioni nella calotta emisferica, per unità di superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda dλ attorno a λ
- Il potere emissivo totale E (W/m^2) è la potenza alla quale viene emessa la radiazione per unità di superficie in tutte le direzioni e a tutte le lunghezze d'onda

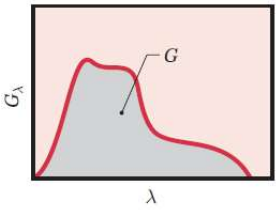
$$E = \int_0^\infty E_\lambda(\lambda) d\lambda$$

9

Quantità e processi legati alla radiazione

Irradianza





- La radiazione incidente rappresenta un flusso radiativo, chiamato irradianza, che comprende la radiazione incidente da tutte le direzioni.
- L'irradianza spettrale G_λ ($W/m^2 \cdot \mu m$) è definita come la potenza alla quale la radiazione di lunghezza d'onda λ incide su una superficie, per unità di area della superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda dλ attorno a λ.
- L'irradianza totale G (W/m^2) rappresenta la potenza alla quale la radiazione incide per unità di area da tutte le direzioni e a tutte le lunghezze d'onda

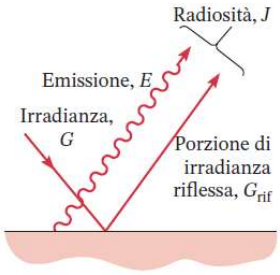
$$G = \int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda$$

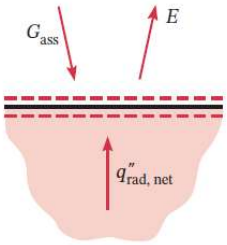
10

Quantità e processi legati alla radiazione

Radiosità

- Il terzo flusso radiante di interesse, detto radiosità, rappresenta l'energia radiante che lascia una superficie.
- Poiché questa radiazione include la parte riflessa dell'irradianza, come pure quella emessa direttamente, la radiosità è generalmente diversa dal potere emissivo.





11

Quantità e processi legati alla radiazione

Radiosità

La radiosità spettrale J_λ (W/m^2·μm) è definita come la potenza alla quale la radiazione di lunghezza d'onda λ lascia un'unità di area superficiale per unità di intervallo di lunghezza d'onda dλ attorno a λ

$$J_\lambda = E_\lambda + G_{\lambda,\mathrm{rif}}$$

La radiosità totale J (W/m^2) associata a tutto lo spettro può essere espressa come integrale delle quantità spettrali

$$J = \int_0^\infty J_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \left(E_\lambda + G_{\lambda,\mathrm{rif}}\right) d\lambda$$

$$J = E + G_{\mathrm{rif}}$$

12

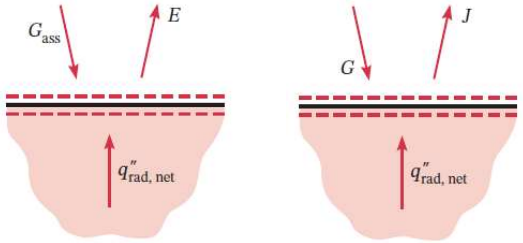
Quantità e processi legati alla radiazione

Bilancio energetico superficiale con processi di radiazione

Bilancio energetico superficiale $q''_{rad,net} = E - G_{ass}$

$q''_{rad,net}$ = flusso radiativo netto che lascia la superficie
E = potere emissivo totale della superficie
G_{ass} parte assorbita dell'irradianza totale G
J = radiosità

$$q''_{rad,net} = J - G$$



13

Radiazione di corpo nero

Un corpo nero è una superficie ideale avente le seguenti proprietà:

1. Un corpo nero assorbe tutta la radiazione incidente, indipendentemente dalla sua lunghezza d'onda e dalla sua direzione
2. Per una determinata temperatura e lunghezza d'onda, nessuna superficie può emettere più energia di un corpo nero
3. Anche se la radiazione emessa da un corpo nero è funzione della lunghezza d'onda e della temperatura, essa è indipendente dalla direzione: il corpo nero è un emettitore diffuso

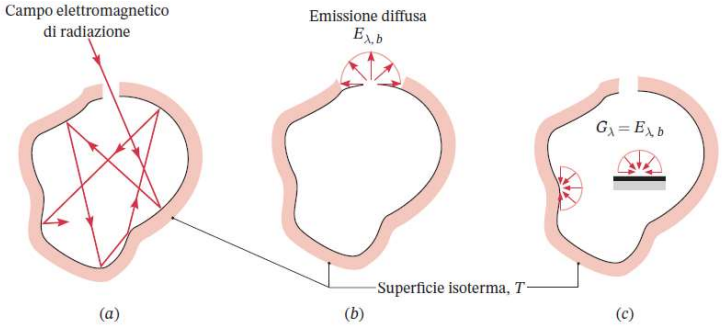
Essendo assorbitore perfetto ed emettitore diffuso, il corpo nero funge da riferimento rispetto al quale vengono confrontate le proprietà radiative delle superfici reali.

14

Radiazione di corpo nero

La più vicina approssimazione ad un corpo nero è una piccola apertura di una cavità, la cui superficie interna è ad una temperatura uniforme
L'apertura in questa cavità isoterma ha le seguenti caratteristiche:

- Assorbimento completo
- Emissione del corpo nero
- (L'emissione del corpo nero è diffusa e ha il potere emissivo spettrale del corpo nero $E_{\lambda,n}$)
- Irraggiamento del corpo nero su superfici interne



$$G_\lambda(\lambda, T) = E_{\lambda,n}(\lambda, T)$$

15

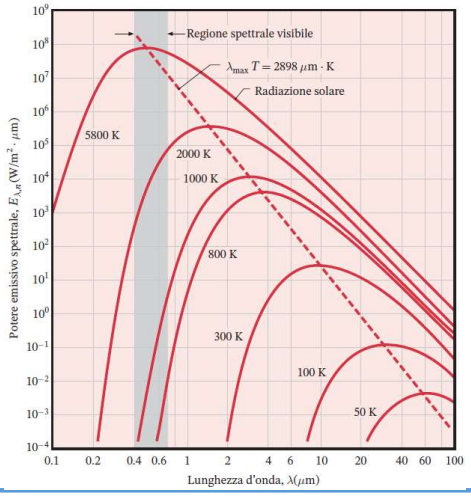
Radiazione di corpo nero

Distribuzione di Planck

Distribuzione spettrale dell'emissione di un corpo nero è stata determinata da Planck

$$E_{\lambda,n}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1\right]}$$

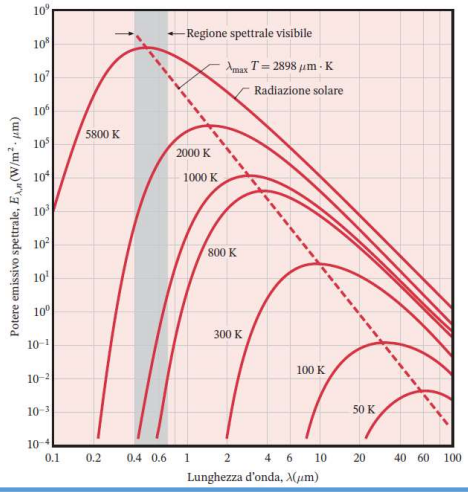
ove
$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.742 \times 10^8$ W μm^4/m^2
$C_2 = (hc_0/k) = 1.439 \times 10^4$ μm K
T temperatura assoluta
h costante di Planck
k costante di Boltzmann
c_0 velocità della luce nel vuoto



16

Radiazione di corpo nero

Distribuzione di Planck



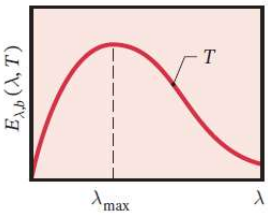
- La radiazione emessa varia con continuità con la lunghezza d'onda
- Per ogni lunghezza d'onda l'entità della radiazione emessa aumenta con la temperatura
- La regione spettrale in cui si concentra la radiazione dipende dalla temperatura
- Una frazione significativa della radiazione emessa dal sole, che può essere approssimata da quella di un corpo nero a 5800 K, si trova nella regione visibile dello spettro.
- Viceversa, per T ≤ 800K, l'emissione avviene in modo predominante nella regione dell'infrarosso dello spettro, e pertanto non è visibile ad occhio nudo.

17

Radiazione di corpo nero

Legge dello spostamento di Wien

La distribuzione spettrale di un corpo nero ha un massimo e che la corrispondente lunghezza d'onda λ_{max} dipende dalla temperatura



Legge dello spostamento di Wien $\lambda_{\max} T = C_3 = 2897.8\ \mu\text{m K}$

Il massimo potere emissivo spettrale si sposta verso lunghezze d'onda inferiori con l'aumento della temperatura.
Per la radiazione solare, l'emissione massima è al centro dello spettro visibile (λ = 0.50 µm), dato che il sole emette approssimativamente come un corpo nero a 5800 K.

18

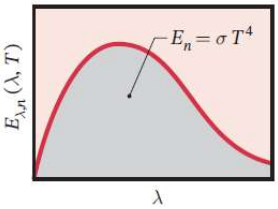
Radiazione di corpo nero

Legge di Stefan-Boltzmann

Il risultato ottenuto dall'operazione di integrazione della distribuzione di Planck si chiama legge di Stefan-Boltzmann

$$E_n(T) = \int_0^\infty E_{\lambda,n}(\lambda, T)d\lambda = \int_0^\infty \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1\right]} d\lambda$$

$$E_n(T) = \sigma T^4$$



$\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/(}\ m^2\ \mathrm{K^4)}$ costante di Stefan–Boltzmann

Questa legge consente di calcolare il potere emissivo totale di corpo nero conoscendone la temperatura

19

Radiazione di corpo nero

Ludwig Boltzmann



Ludwig Eduard Boltzmann (Vienna, 20 febbraio 1844 – **Duino, 5 settembre 1906**) è stato un fisico, matematico e filosofo austriaco.

È stato uno dei più grandi fisici teorici di tutti i tempi. La sua fama è dovuta alle ricerche in termodinamica e meccanica statistica, ad esempio, l'equazione fondamentale della teoria cinetica dei gas e il secondo principio della termodinamica. Diede importanti contributi anche in meccanica, elettromagnetismo, matematica e filosofia.[2]

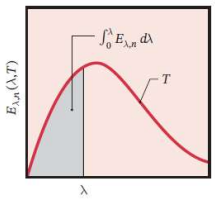
20

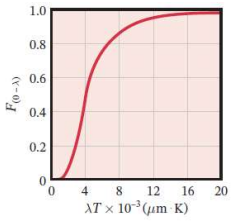
Radiazione di corpo nero

Banda di emissione di corpo nero

Per una temperatura fissata e nell'intervallo di lunghezze d'onda da 0 a λ, la frazione di emissione nella banda è data dal rapporto tra la sezione ombreggiata e l'area totale racchiusa dalla curva del corpo nero

$$F_{(0\to\lambda)} \equiv \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,n}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,n}\, d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,n}\, d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,n}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T)$$





21

Radiazione di corpo nero

Banda di emissione di corpo nero

La frazione di emissione nella banda può essere utilizzata anche per ottenere la frazione della radiazione di corpo nero nella regione spettrale tra due lunghezze d'onda 1 e 2

$$F_{(\lambda_1\to\lambda_2)} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,n}\, d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,n}\, d\lambda}{\sigma T^4} = F_{(0\to\lambda_2)} - F_{(0\to\lambda_1)}$$

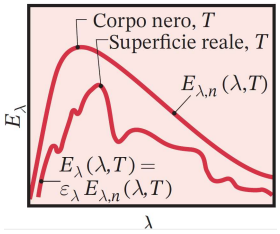
22

Proprietà radiative delle superfici reali

Emissione superficiale: emissività

L'emissività spettrale ε_λ è definita come il rapporto tra il potere emissivo spettrale di una superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura e alla stessa lunghezza d'onda

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{\lambda,n}(\lambda, T)}$$



L'emissività totale ε è definita come il rapporto tra il potere emissivo totale di una superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura

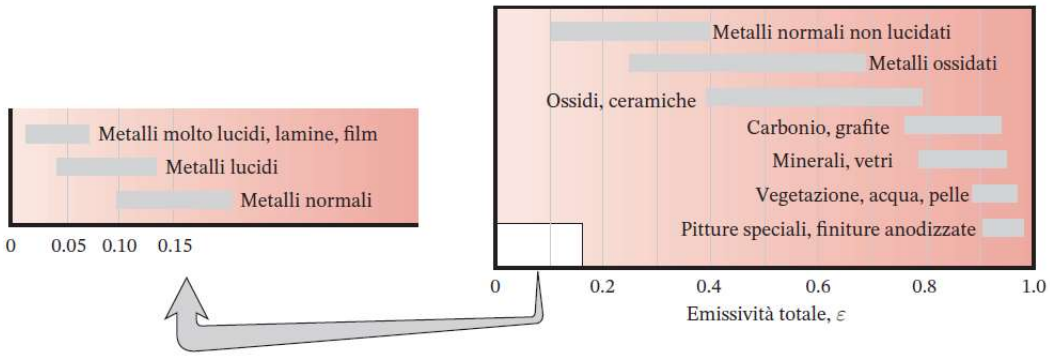
$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{\lambda,n}(\lambda, T) d\lambda}{E_n(T)}$$

23

Proprietà radiative delle superfici reali

Emissione superficiale: emissività

Valori tipici dell'emissività totale per alcune classi di materiali



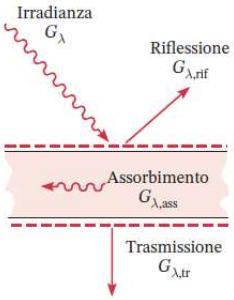
24

Proprietà radiative delle superfici reali

Irradiazione: coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione

Si considera la ricezione della tale radiazione da parte di un mezzo semitrasparente. In questa situazione generale, porzioni della radiazione spettrale possono essere riflesse (rif) e/o assorbite (ass) e/o trasmesse (tr).

$$G_\lambda = G_{\lambda,rif} + G_{\lambda,ass} + G_{\lambda,tr}$$



Per un mezzo opaco, la radiazione spettrale è sia assorbita sia riflessa dalla superficie, da cui:

$$G_{\lambda,tr} = 0$$

25

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di assorbimento

Il coefficiente di assorbimento è la frazione di irradianza incidente che viene assorbita. Si definisce coefficiente di assorbimento spettrale $\boldsymbol{\alpha_\lambda(\lambda)}$

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,ass}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

Il coefficiente di assorbimento totale $\boldsymbol{\alpha}$ rappresenta il valore integrato su tutte le lunghezze d'onda e viene definito come la frazione dell'irradianza totale che viene assorbita dalla superficie.

$$\alpha = \frac{G_{ass}}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda}$$

26

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di assorbimento

$\boldsymbol{\alpha}$ dipende dalla distribuzione spettrale della radiazione incidente (G_λ) e dalla natura della superficie che la assorbe ($\boldsymbol{\alpha}_\lambda$).
In generale, $\boldsymbol{\alpha}_\lambda$ dipende poco dalla temperatura superficiale del mezzo, e quindi il coefficiente di assorbimento $\boldsymbol{\alpha}$ può essere considerato indipendente dalla temperatura della superficie.
Di contro, l'emissività totale ε è fortemente dipendente dalla temperatura superficiale.

27

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di assorbimento solare

Poiché la distribuzione spettrale della radiazione solare è quasi proporzionale a quella dell'emissione di un corpo nero a Ts = 5800 K

$$G_{\lambda,s} \sim E_{\lambda,n}(\lambda, T_s)$$

Il coefficiente di assorbimento totale della radiazione solare, detto coefficiente di assorbimento solare $\boldsymbol{\alpha}_s$, può essere approssimato come

$$\alpha_s \approx \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) E_{\lambda,n}(\lambda, 5800\ \mathrm{K})\, d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda,n}(\lambda, 5800\ \mathrm{K})\, d\lambda}$$

28

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di riflessione

Il coefficiente di riflessione è la frazione della radiazione incidente che viene riflessa da una superficie. Il coefficiente di riflessione spettrale $\rho_\lambda(\lambda)$ è definito come la frazione dell'irradianza spettrale che viene riflessa dalla superficie

$$\rho_\lambda(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,\mathrm{rif}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

Coefficiente di riflessione totale

$$\rho = \frac{G_{\mathrm{rif}}}{G} = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda}$$

La riflessione da parte delle superfici può essere rappresentata come diffusa (uniforme in tutte le direzioni, superfici ruvide) o speculare (come da uno specchio, superfici lisce). L'ipotesi di superfici diffuse è ragionevole per la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche.

29

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di trasmissione

Il coefficiente di trasmissione rappresenta la frazione della radiazione incidente che viene trasmessa attraverso un materiale semitrasparente. Il coefficiente di trasmissione spettrale $\tau_\lambda(\lambda)$ è definito come la frazione dell'irradianza spettrale che viene trasmessa attraverso il mezzo

$$\tau_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\mathrm{tr}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

Coefficiente di riflessione totale

$$\tau = \frac{G_{\mathrm{tr}}}{G} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda}$$

30

Proprietà radiative delle superfici reali

Relazioni tra le proprietà radiattive

Dal bilancio della radiazione nel mezzo discende che: $\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1$

Proprietà totali sull'intero spettro: $\rho + \alpha + \tau = 1$

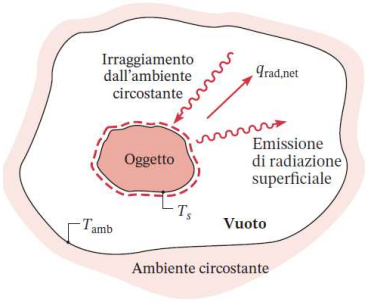
Proprietà totali sull'intero spettro per mezzo opaco: $\rho_\lambda + \alpha_\lambda = 1$ $\rho + \alpha = 1$

31

Proprietà radiative delle superfici reali

Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kichhoff

Si consideri un piccolo oggetto di area superficiale A, emissività totale ε, coefficiente di assorbimento totale α. Il corpo si trova all'interno in una grande cavità isoterma con cui esso è in condizione di equilibrio termico. Se l'oggetto è sufficiente piccolo, esso non interferisce con i fenomeni che permettono di approssimare la cavità come un corpo nero. Sotto queste condizioni l'irradianza incidente sulla superficie dell'oggetto è uguale al potere emissivo della cavità, che è a sua volta pari al potere emissivo di un corpo nero alla temperatura *T*



$G = E_n(T) = \sigma T^4$

Essendo l'oggetto in equilibrio termico con la cavità

$E - G_{ass} = 0$

$\boldsymbol{E} = G_{ass} \rightarrow \varepsilon\sigma T^4 = \alpha\sigma T^4 \rightarrow \varepsilon = \alpha$

32

Proprietà radiative delle superfici reali

Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kichhoff

L'emissività totale di una superficie alla temperatura T è uguale al coefficiente di assorbimento totale per una radiazione proveniente da un corpo nero alla stessa temperatura, (legge di Kirchhoff). Tale legge ha validità fino a quando l'ambiente in cui è inserito l'oggetto è simile a una cavità e la sua differenza di temperatura con l'oggetto non supera i 100 K. Ripetendo la dimostrazione precedente considerando le proprietà monocromatiche delle superfici, si ottiene la forma monocromatica della legge di Kirchhoff:

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$$

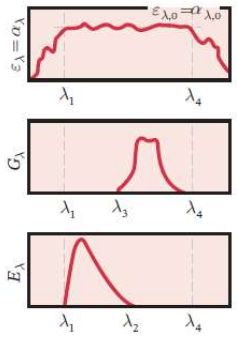
Tale legge è valida per superfici diffuse o irradianza diffusa, mentre per superfici in cui si ha un dipendenza direzionale delle proprietà radiative la legge deve essere ulteriormente generalizzata nella forma direzionale monocromatica.
Per una superficie opaca e diffusa è sufficiente conoscere una proprietà tra ε_λ, α_λ *e* ρ_λ per ricavare le altre due, se è valida la legge di Kirchoff.

33

Proprietà radiative delle superfici reali

Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kichhoff

Ipotizzando l'esistenza di una superficie diffusa, si considerano ora ulteriori condizioni che devono essere soddisfatte per garantire l'uguaglianza tra le proprietà totali. L'uguaglianza tra l'emissività totale e il coefficiente di assorbimento totale si applica se:



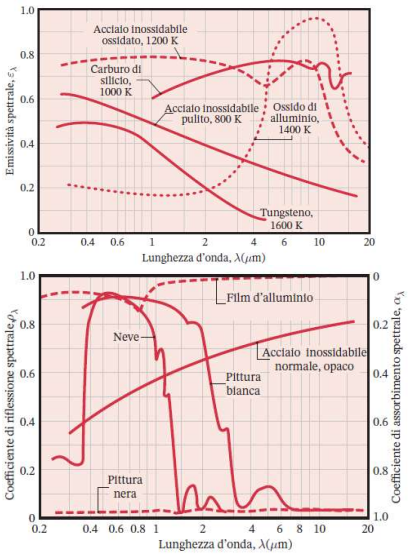
$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,n}(\lambda,T)d\lambda}{E_n(T)} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_{\lambda,n}(\lambda,T)d\lambda}{G} = \alpha$$

Con $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ discende che $\varepsilon = \alpha$ se è soddisfatta una delle seguenti condizioni:

- L'irradianza incidente corrisponde all'emissione di un corpo nero alla temperatura superficiale T, nel qual caso $G_\lambda(\lambda) = E_{\lambda,n}(\lambda, T)$ e $G = E_n(T)$ (es. equilibrio termico)
- La superficie è grigia, ovvero α_λ e ε_λ sono indipendenti da λ

34

Proprietà radiative delle superfici reali



Superfici selettive e grigie

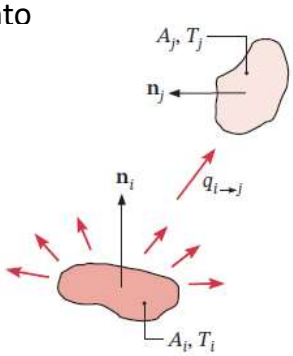
- $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$: questa uguaglianza vale in condizioni diffuse associate alla superficie e/o ai processi di radiazione.
- $\varepsilon \neq \alpha$: mentre $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$, i valori di ε e di $\boldsymbol{\alpha}$ vengono determinati separatamente dalle distribuzioni spettrali dell'emissione e dell'irradiazione. Questa superficie è detta selettiva
- $\varepsilon = \alpha$: si applica quando una qualsiasi superficie è in equilibrio termico con l'ambiente circostante, oppure la superficie è diffusa e grigia

35

Fattore di vista

Il fattore di vista, o fattore di forma, F_{ij} tiene conto delle caratteristiche geometriche nello scambio termico per irraggiamento tra due superfici ed è definito come la frazione della radiazione che lascia la superficie i che viene intercettata dalla superficie j. Considerando un'orientazione arbitraria delle superfici A_i e A_j

$$F_{ij} = \frac{\dot{Q}_{i\to j}}{A_i J_i}$$



$\dot{Q}_{i\to j}$ flusso radiativo che, lasciando A_i, viene intercettato da A_j

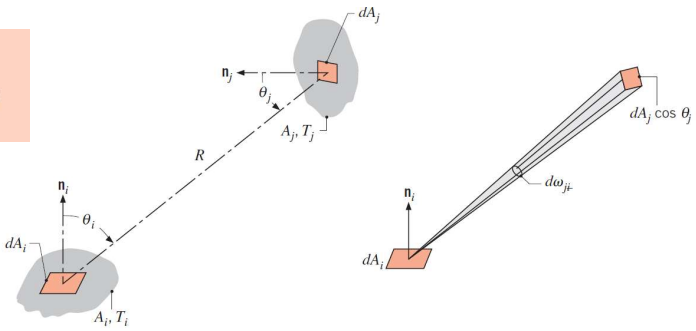
J_i radiosità della superficie A_i(flusso radiativo che lascia A_i in tutte le direzioni)

36

Fattore di vista

Espressione analitica del fattore di vista

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i}\int_{A_i}\int_{A_j}\frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2}\,dA_i\,dA_j$$



37

Fattore di vista

Si presume che le superfici siano isoterme, diffuse e che abbiano una radiosità uniforme. Si possono considerare due relazioni importanti che coinvolgono i fattori di vista.
Considerando un orientamento arbitrario delle superfici si può scrivere

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

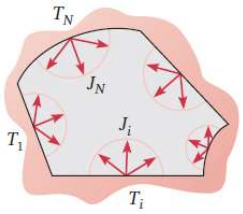
Questa espressione, definita relazione di reciprocità, è utile per determinare un fattore di vista a partire dalla conoscenza degli altri.

38

Fattore di vista

Per le superfici che formano una cavità, si può applicare a ciascuna delle N superfici nella cavità la regola della somma

$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1$$



Questa regola deriva dal fatto che necessariamente tutta la radiazione che lascia la superficie i deve essere intercettata dalle superfici della cavità. Se la superficie è concava, vede parzialmente se stessa e F_{ii} è diverso da zero. Tuttavia, per un piano o una superficie convessa, $F_{ii} = 0$.

39

Fattore di vista

Per calcolare lo scambio termico radiativo in una cavità formata da *N* superfici, è quindi richiesta la conoscenza di N^2 fattori di vista.
Tale richiesta è più evidente arrangiando i fattori di vista in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{N1} & F_{N2} & \dots & F_{NN} \end{bmatrix}$$

Tuttavia, non è necessario calcolare tutti i fattori di vista direttamente:

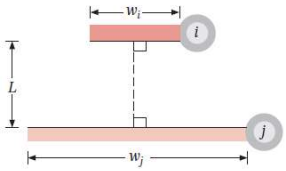
- *N* fattori di vista possono ottenersi dalla regola della somma
- Dei restanti *N(N-1)* fattori di vista, l'applicazione della relazione di reciprocità consente di determinarne la metà: *N(N-1)/2*
- Pertanto è necessario determinare direttamente *N(N-1)-N(N-1)/2 = N(N-1)/2* fattori di vista.
- Per esempio, per una cavità formata da *3* superfici, dei *9* fattori di vista sono da calcolarsi solo *3*

40

Fattore di vista

Ci sono diversi approcci per valutare i fattori di vista. In alcune situazioni, è possibile determinarli per via intuitiva, a volte è possibile conoscere la frazione di radiazione che lascia A_i e che viene intercettata da A_j. Esistono anche soluzioni analitiche per F_{ij} che sono state ottenute per molte configurazioni di superfici comuni e sono disponibili sotto forma di equazioni, grafici e tabelle.

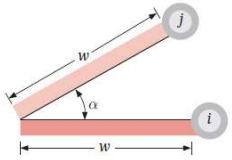
Piastre parallele con mezzeria connessa perpendicolarmente



$$F_{ij} = \frac{\left[(W_i + W_j)^2 + 4\right]^{1/2} - \left[(W_j + W_i)^2 + 4\right]^{1/2}}{2W_i}$$

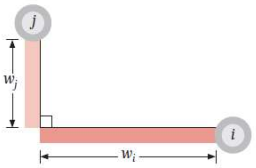
$$W_i = w_i/L,\ W_j = w_j/L \qquad (19.39)$$

Piastre inclinate parallele di uguale larghezza con un angolo in comune



$$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \qquad (19.40)$$

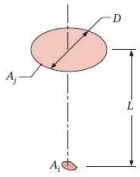
Piastre perpendicolari con un angolo in comune



$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - \left[1 + (w_j/w_i)^2\right]^{1/2}}{2} \qquad (19.41)$$

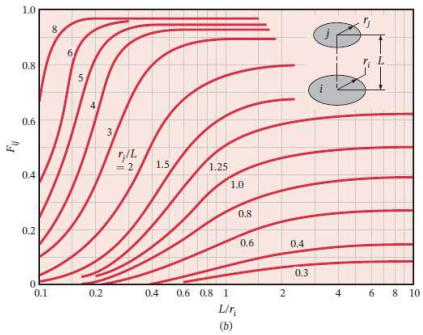
41

Fattore di vista



(a)

$$F_{ij} = \frac{D^2}{D^2 + 4L^2} \quad (A_i \ll A_j)$$



(b)

$$F_{ij} = \frac{1}{2}\{S - [S^2 - 4(r_j/r_i)^2]^{1/2}\}$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$$

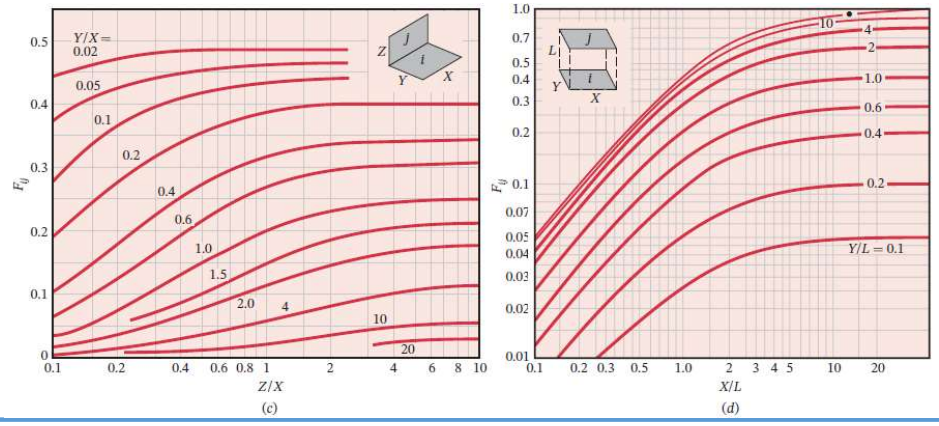
$$R_i = r_i/L,\ R_j = r_j/L$$

Fattori di vista per geometrie tridimensionali:
(a) piccola superficie parallela a un disco e coassiale a esso
(b) dischi coassiali paralleli

42

Fattore di vista

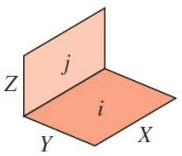
Fattori di vista per geometrie tridimensionali:
(c) rettangoli perpendicolari con un angolo in comune
(d) rettangoli allineati paralleli



Fattore di vista

I fattori di vista, quando disponibili, sono spesso caratterizzati da notevoli complessità

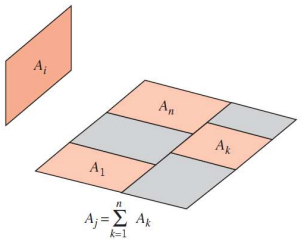
Perpendicular Rectangles with a Common Edge



$$H = Z/X,\ W = Y/X$$

$$F_{ij} = \frac{1}{\pi W}\left(W \tan^{-1}\frac{1}{W} + H \tan^{-1}\frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1}\frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4}\ln\left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2}\left[\frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$$

Fattore di vista



Metodologie di calcolo dei fattori di vista

- Per situazioni geometriche complesse è necessario ricorrere a metodologie numeriche: Monte Carlo ray-tracing, Projected contour, Scan-line, Hemi-cube etc.
- Altre relazioni utili possono ottenersi osservando la natura additiva dei fattori di vista per una superficie suddivisa come in figura:

$$F_{i(j)} = \sum_{k=1}^{n} F_{ik}$$

dove la parentesi attorno al pedice j indica che si tratta di una superficie composta.

- Vale anche la

$$F_{j(i)} = \frac{\sum_{k=1}^{n} A_k F_{ki}}{\sum_{k=1}^{n} A_k}$$

- La prima si applica al caso della superficie ricevente composta da più parti, la seconda al caso di superficie emittente scomposta in più parti

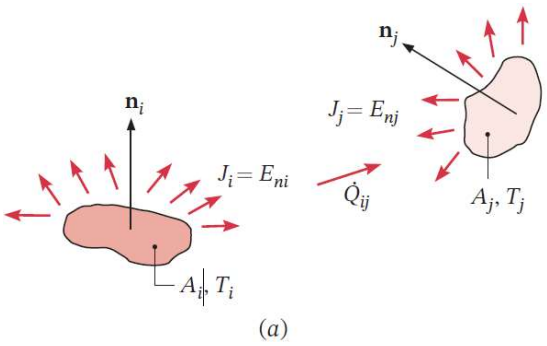
45

Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 1

Scambio netto tra due superfici

$$\dot{Q}_{i\to j} = (A_i \cdot J_i) \cdot F_{ij}$$
$$J_i = E_{ni} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q}_{i\to j} = A_i \cdot F_{ij} \cdot E_{ni}$$
$$J_j = E_{nj} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q}_{j\to i} = A_j \cdot F_{ji} \cdot E_{nj}$$

$$\dot{Q}_{ij} = \dot{Q}_{i\to j} - \dot{Q}_{j\to i} = A_i \cdot F_{ij} \cdot E_{ni} - A_j \cdot F_{ji} \cdot E_{nj}$$
$$\Rightarrow \quad \dot{Q}_{ij} = \frac{E_{ni} - E_{nj}}{(A_i \cdot F_{ij})^{-1}} = A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4)$$



In generale, per una qualsiasi superficie di una cavità costituita da *N* superfici nere:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} (T_i^4 - T_j^4)$$

46

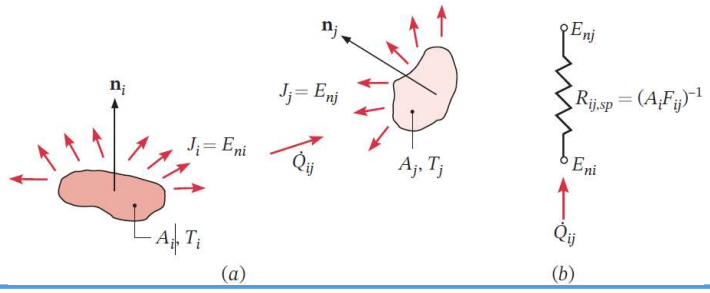
Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 2

Scambio netto tra due superfici

Rete elettrica equivalente

$(E_{ni} - E_{nj})$ potenziale

$R_{ij,sp} = (A_i \cdot F_{ij})^{-1}$ resistenza spaziale o geometrica alla radiazione



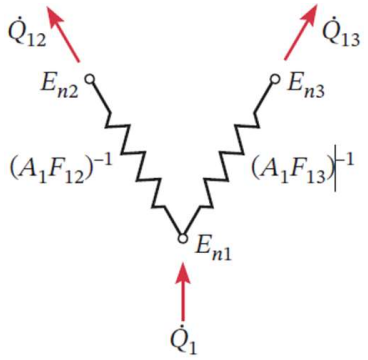
Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 3

Scambio netto tra 3 superfici di una cavità

Superfici a temperature diverse

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{13}$$

$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{(A_1 \cdot F_{12})^{-1}} + \frac{E_{n1} - E_{n3}}{(A_1 \cdot F_{13})^{-1}}$$



In generale, per una qualsiasi superficie di una cavità costituita da *N* superfici nere:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} \left(T_i^4 - T_j^4\right)$$

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 1

Relazioni dello scambio radiativo: rappresentazione mediante una rete

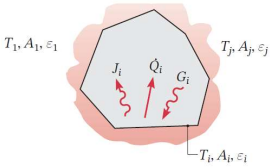
Superfici a temperature diverse

$$\dot{Q}_i = A_i \cdot (J_i - G_i) \quad J_i = E_i + G_{rif,i} = \varepsilon_i \cdot E_{ni} + \rho_i \cdot G_i$$

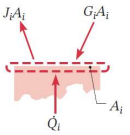
$$\Rightarrow \quad G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{\rho_i} = \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{1 - \varepsilon_i}$$

$$\dot{Q}_i = A_i \left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{1 - \varepsilon_i} \right) = \frac{E_{ni} - J_i}{\frac{(1 - \varepsilon_i)}{\varepsilon_i \cdot A_i}}$$

Potenza termica netta che lascia A_i



(a)



(b)

49

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 2

Relazioni dello scambio radiativo: rappresentazione mediante una rete

Resistenza radiativa superficiale (c)

$(E_{ni} - J_i)$ potenziale

$\frac{(1 - \varepsilon_i)}{\varepsilon_i \cdot A_i}$ resistenza radiativa superficiale

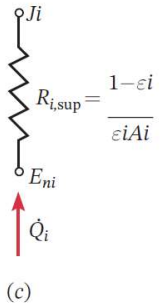
Resistenza spaziale radiativa (d)

$$\dot{Q}_{ij} = \dot{Q}_{i \to j} - \dot{Q}_{j \to i} = (A_i \cdot J_i) \cdot F_{ij} - (A_j \cdot J_j) \cdot F_{ji}$$

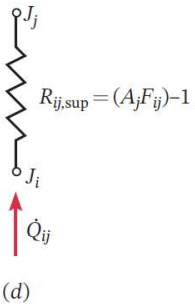
$$\Rightarrow \quad \dot{Q}_{ij} = \frac{J_i - J_j}{(A_i \cdot F_{ij})^{-1}} = \frac{J_i - J_j}{R_{i,sup}}$$

$(J_i - J_j)$ potenziale

$(A_i \cdot F_{ij})^{-1}$ resistenza radiativa spaziale o geometrica



(c)



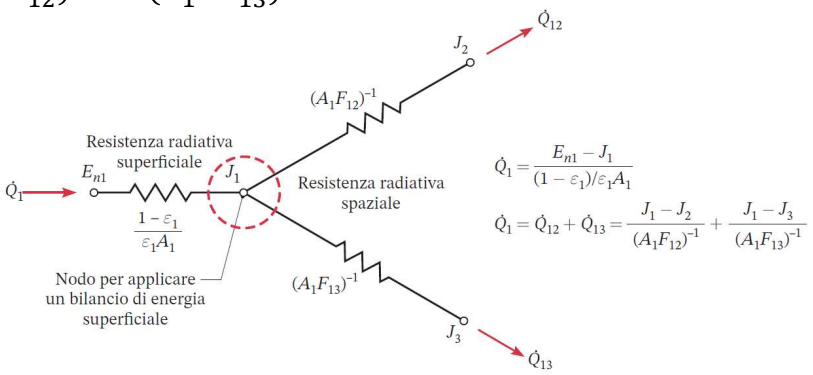
(d)

50

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 3

Bilancio energetico al nodo J_i

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{13} + \ldots = \frac{J_1 - J_2}{(A_1 \cdot F_{12})^{-1}} + \frac{J_1 - J_3}{(A_1 \cdot F_{13})^{-1}} + \ldots$$



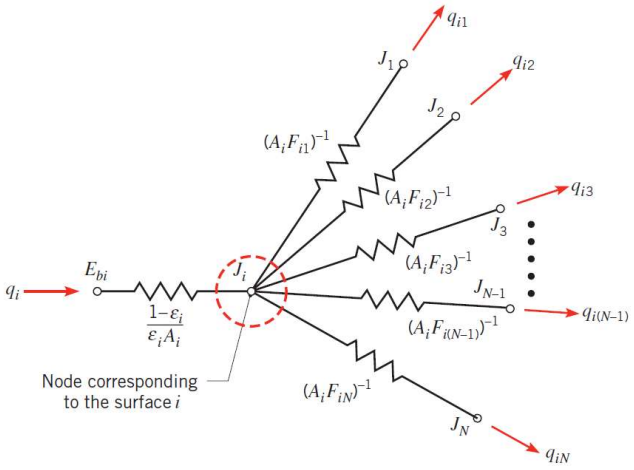
51

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 4

Bilancio energetico al nodo J_i generico

$$\frac{E_{bi} - J_i}{(1-\varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}}$$

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}}$$

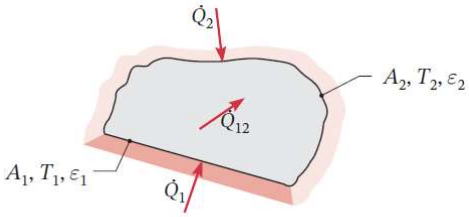


52

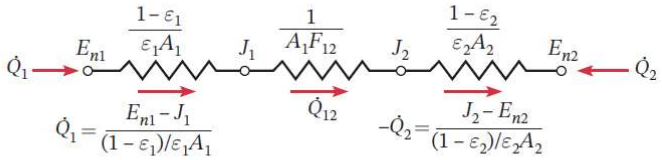
Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 5

Cavità di due superfici

$$\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2 = \dot{Q}_{12} \qquad E_n = \sigma \cdot T^4 \qquad \rightarrow \dot{Q}_1 = \frac{\sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \frac{1}{A_1 \cdot F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}}$$



(a)



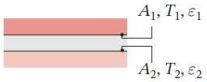
(b)

53

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 6

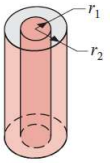
Cavità di due superfici

Piastre piane parallele molto larghe (infinite)



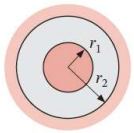
$$A_1 = A_2 = A \qquad F_{12} = 1 \qquad \dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Cilindri concentrici molto lunghi (infiniti)



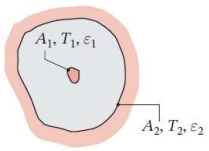
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad F_{12} = 1 \qquad \dot{Q}_{12} = \frac{\sigma A_1\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$$

Sfere concentriche



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad F_{12} = 1 \qquad \dot{Q}_{12} = \frac{\sigma A_1\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

Piccolo oggetto convesso in grande ambiente isotermo



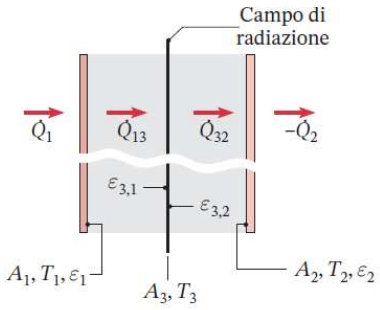
$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \qquad F_{12} = 1 \qquad \dot{Q}_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

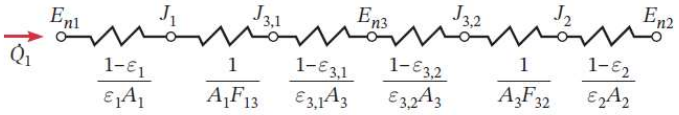
54

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 7

Schermi radiativi

$$F_{13} = F_{32} = 1 \quad \rightarrow \quad \dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \cdot \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1-\varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}} + \frac{1}{\varepsilon_2}}$$





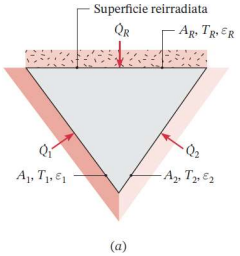
55

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 8

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante

$$\dot{Q}_R = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{nR} = J_R$$

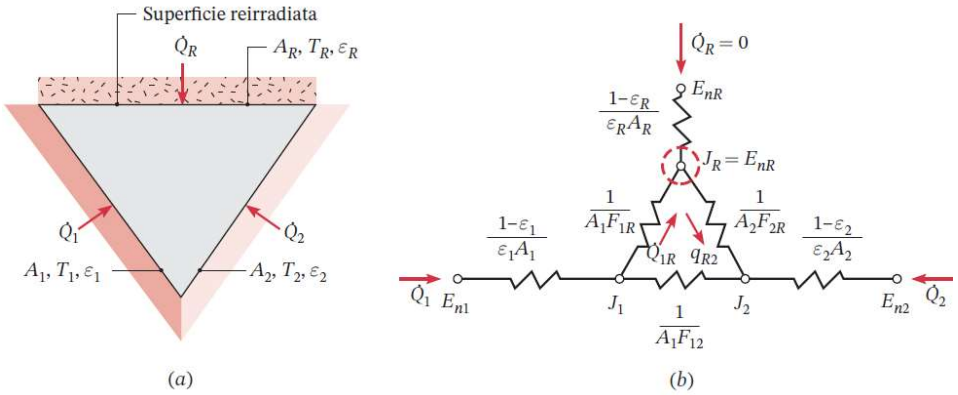
$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \frac{1}{A_1 \cdot F_{12} + \left[\left(\frac{1}{A_1 \cdot F_{1R}}\right) + \left(\frac{1}{A_2 \cdot F_{2R}}\right)\right]^{-1}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}}$$



56

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 9

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante



57

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 10

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante

Calcolo della temperatura T_R della superficie reirradiante

$$\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2 = \frac{E_1 - J_1}{\frac{(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1 \cdot A_1}} = \frac{J_2 - E_2}{\frac{(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_2 \cdot A_2}} \Rightarrow \text{si ottengono } J_1 \text{ e } J_2$$

$$\dot{Q}_{1R} - \dot{Q}_{2R} = 0 \rightarrow \frac{J_1 - J_R}{(1/A_1 F_{1R})} - \frac{J_2 - J_R}{(1/A_2 F_{2R})} = 0 \Rightarrow \text{si ottiene } J_R \Rightarrow \boxed{T_R = \left(\frac{J_R}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}}$$

58