

Capitolo 17

Trasmissione del calore per convezione

1

Obiettivi del capitolo

- comprendere i fenomeni connessi allo strato limite e le caratteristiche che influenzano il coefficiente convettivo;
- apprendere una metodologia operativa per la determinazione del coefficiente convettivo;
- condurre analisi su sistemi termici in presenza di differenti regimi di moto e in compresenza di diverse modalità di trasmissione del calore.

2

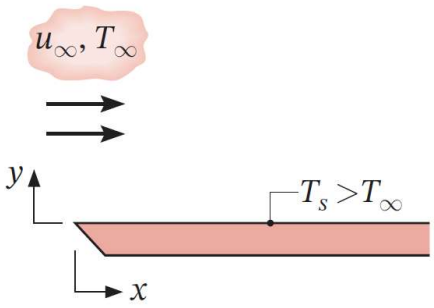
Sommario

- Problema della convezione
- Convezione forzata – Flusso esterno
- Convezione naturale

3

Aspetti fisici dello scambio termico per convezione

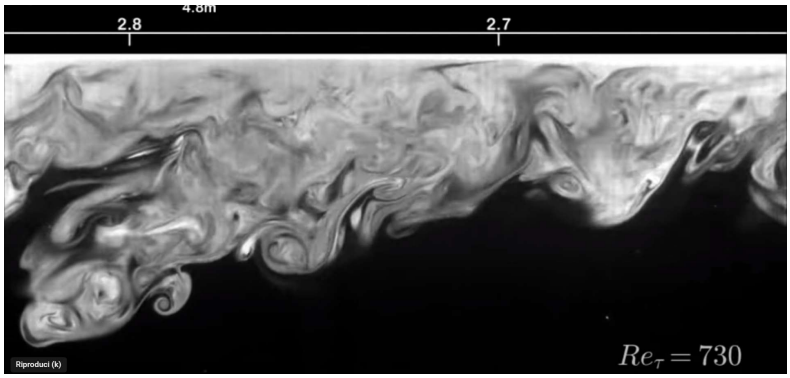
- Il problema della convezione consiste nel determinare gli effetti della geometria della superficie e delle condizioni del moto sul coefficiente convettivo, che dipende dagli strati limite che si sviluppano sulla superficie.
- Per introdurre questi effetti, si considera il regime di convezione forzata di un fluido incomprimibile, stazionario con velocità del flusso indisturbato u_∞ e temperatura T_∞, che fluisce parallelamente a una piastra piana con una temperatura uniforme $T_s > T_\infty$.



4

Strato limite dinamico (di velocità)

- Visualizzazione sperimentale dello strato limite su una lastra piana.

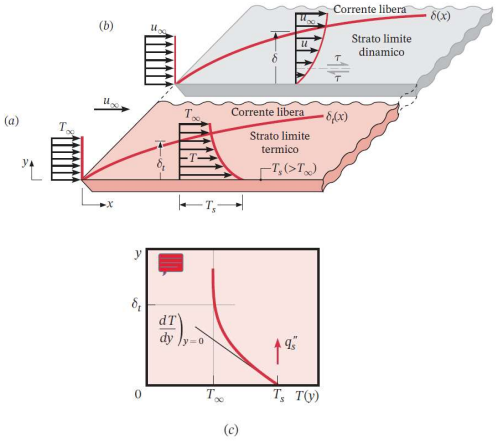


5

Strato limite termico - 1

- Proprio come per lo strato limite fluidodinamico, si forma uno strato limite termico se le temperature della corrente libera e della superficie sono diverse.

- Si consideri un moto in regime laminare sulla piastra piana. In corrispondenza del bordo d'attacco, il profilo di temperatura è uniforme con $T(0, y) = T_\infty$
- Le particelle di fluido che vengono in contatto con la superficie raggiungono la temperatura T_s della lastra piana. Si sviluppa un gradiente di temperatura all'interno del fluido.



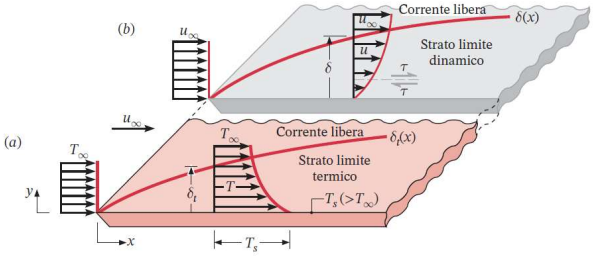
6

Strato limite termico - 2

- La regione di fluido in cui si ha il gradiente di temperatura è lo strato limite termico e il suo spessore δ_t è definito come il valore di y per cui:

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} = 0.99$$

- Al crescere della distanza del bordo di attacco, gli effetti dello scambio termico penetrano progressivamente nella corrente libera e lo strato limite cresce come lo strato limite fluidodinamico.



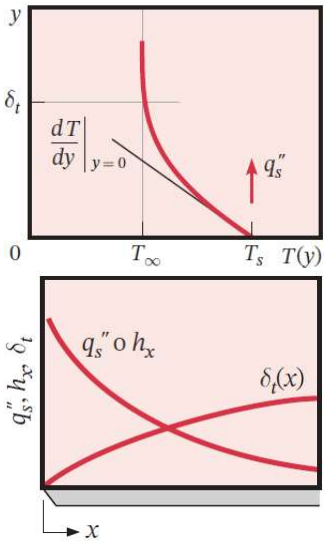
7

Strato limite termico - 3

- Per ogni valore di *x* dal bordo, il flusso termico specifico si ricava applicando il postulato di Fourier al fluido ad *y* = 0:

$$q_s'' = -\lambda \cdot \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

- Mentre δ_t aumenta con *x*, il gradiente di temperatura decresce con *x*.
- Di conseguenza $\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$ diminuisce con *x* e quindi q_s'' e h_x decrescono con *x*.



8

Strato limite termico - 3

- Il flusso termico superficiale è uguale al flusso termico convettivo per cui si ottiene:

$$q_s'' = q_{conv}'' = h_x \cdot (T_s - T_\infty)$$

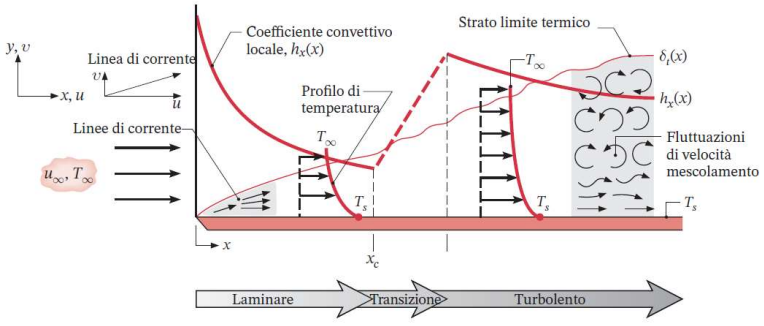
- Combinando le equazioni precedenti, si ottiene un'espressione del coefficiente convettivo locale:

$$h_x = \frac{-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}\right)}{T_s - T_\infty}$$

9

Strato limite termico - 4

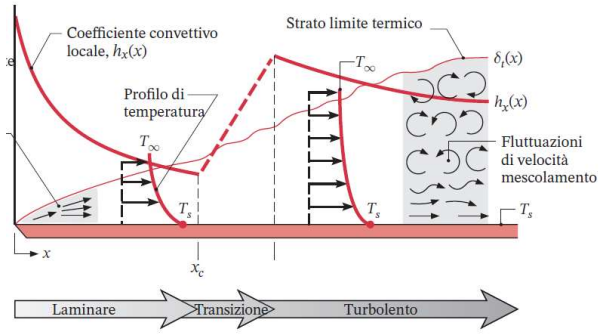
- Lo strato limite termico presenta caratteristiche del flusso e profili di temperatura che dipendono dal comportamento dello strato limite fluidodinamico.
- Nella regione laminare, il moto del fluido è ordinato e caratterizzato dalle componenti di velocità nelle direzioni *x* e *y*. Il profilo di temperatura risultante cambia in modo graduale nello spessore dello strato limite.



10

Strato limite termico - 5

- A una certa distanza dal bordo di attacco lo strato limite diviene turbolento.
- Il moto del fluido nella regione turbolenta è fortemente irregolare e caratterizzato da oscillazioni di velocità, che aumentano lo scambio di energia; gli strati limite diventano più spessi a causa della miscelazione del fluido risultante dalle fluttuazioni, tuttavia i gradienti di temperatura sulla superficie solida risultano più intensi rispetto al caso laminare.

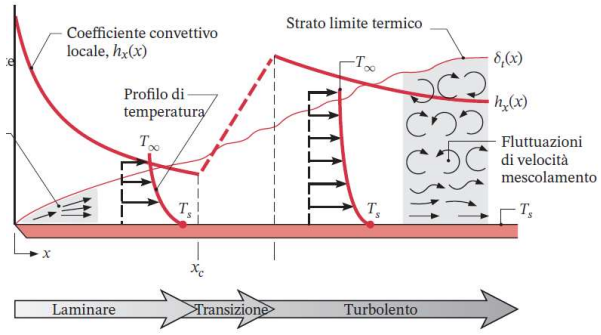


11

Strato limite termico - 6

- Nell'analisi del comportamento dello strato limite per la lastra piana, si considera che la transizione avvenga alla posizione x_c.
- Il numero di Reynolds critico $Re_{x,c}$ è variabile fra 10^5 e $3 \cdot 10^6$ a seconda della scabrezza della superficie e del livello di turbolenza della corrente libera. Nei calcoli si assume un valore rappresentativo di:

$$\mathrm{Re_{x,c}} = \frac{u_\infty \cdot x_c}{\nu} = 5 \times 10^5$$



12

Coefficiente convettivo locale medio - 1

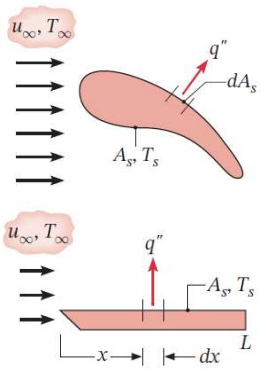
Si consideri una superficie di forma arbitraria ed area A_s con una temperatura superficiale uniforme T_s esposta al moto di un fluido con velocità di corrente libera u_∞ e temperatura $T_\infty<T_s$. Il flusso termico monodimensionale q'' e lo scambio termico totale sull'area A_s della superficie piana possono essere espressi come:

$$q'' = h_x \cdot (T_s - T_\infty)$$ flusso termico specifico (locale)

$$q = \bar{h} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty)$$ potenza termica (totale)

$$\bar{h} = \left(\frac{1}{A_s}\right) \cdot \int_{A_s} h_x \cdot dA_s$$ coeff. conv. medio su A_s

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x} \cdot \int_0^x h_x \cdot dx$$ coeff. conv. medio da 0 a x



13

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 1

- Il problema principale della convezione è la determinazione del coefficiente convettivo per le differenti condizioni di flusso, geometrie e fluidi.
- Come si può facilmente verificare, ci sono numerose variabili associate ad ogni condizioni di moto.
- È importante identificare delle funzioni universali tra gruppi adimensionali per ogni condizione di moto convettivo.

14

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 2

Numero di Nusselt

Numero di Nusselt *Nu*: rappresenta il gradiente di temperatura adimensionale sulla superficie e fornisce una misura del coefficiente convettivo, è definito come:

$$Nu_L = \frac{h \cdot L}{\lambda}$$

dove *L* è la lunghezza caratteristica della superficie analizzata.

Può essere interpretato come *rapporto fra flusso termico convettivo e flusso termico conduttivo* quando, per quest'ultimo, il fluido è in quiete.

Per la convezione forzata, i coefficienti convettivi locale e medio possono essere espressi da equazioni del tipo:

$$Nu_x = f(x^*, Re_x, Pr) \qquad \overline{Nu_x} = f(Re_x, Pr)$$

dove il pedice *x* è stato aggiunto per enfatizzare l'interesse per le condizioni in un particolare posizione *x* sulla superficie identificata dalla distanza adimensionale *x**.

15

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 3

Numero di Reynolds *Re*: è il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscose, viene utilizzato per caratterizzare lo strato limite:

$$\mathrm{Re}_x = \frac{w \cdot x}{\nu}$$ Numero di Reynolds locale

$$\mathrm{Re}_L = \frac{w \cdot L}{\nu}$$ Numero di Reynolds (globale)

dove *w* rappresenta la velocità del fluido, *L* è la lunghezza caratteristica della superficie e *v* è la viscosità cinematica del fluido. *x* è la distanza (posizione) dal bordo d'ingresso o altro punto caratteristico.

16

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 4

Numero di Prandtl

Numero di Prandtl *Pr*: è una proprietà di trasporto del fluido e fornisce una misura dell'efficacia relativa del trasporto di massa dovuto alla quantità di moto rispetto al trasporto di energia negli strati limite dinamico e termico, rispettivamente:

$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

dove μ è la viscosità dinamica e α è la diffusività termica del fluido. Per un gas il numero di Prandtl è vicino all'unità (la diffusione della quantità di moto e dell'energia sono paragonabili) mentre per alcuni oli e liquidi $Pr >> 1$ (prevale la diffusione della quantità di moto).

17

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 5

Numero di Prandtl

$$\mathrm{Pr} = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Il valore di Pr influenza fortemente lo sviluppo dello strato limite dinamico e termico. Per lo strato laminare è stato dimostrato che

$$\frac{\delta}{\delta_t} = \mathrm{Pr}^n$$

dove n è una costante positiva (generalmente $n = 1/3$). Per un gas $\delta \approx \delta_t$ mentre per un olio $\delta >> \delta_t$.

Tuttavia per i fluidi nella regione turbolenta ci si aspetta $\delta \approx \delta_t$

18

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 7

Correlazioni empiriche

Le funzioni per il calcolo del numero di *Nu* sono generalmente determinate empiricamente da misure sperimentali o simulazioni di alta fedeltà ed opportunamente validate.. Tali funzioni sono definite correlazioni empiriche e sono sempre accompagnate da specifiche riguardanti la geometria della superficie e le condizioni di flusso.

La correlazione più generale per la convezione forzata esterna su una piastra piana e su altre geometrie immerse ha la forma:

$$\overline{Nu_x} = C \cdot \mathrm{Re}_x^m \cdot \mathrm{Pr}^n$$

dove *C*, *m* ed *n* sono indipendenti dal fluido ma dipendenti dalla superficie e dalle condizioni del moto (laminare o turbolento).

19

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 8

Convezione naturale

- Nella convezione naturale, la formazione dello strato limite è indotta dalle forze di galleggiamento derivanti dalla differenza di temperatura T_s della superficie e della temperatura T_∞ del fluido adiacente.
- Numero di Grashof *Gr*: è il rapporto tra le forze di galleggiamento e quelle viscose:

$$Gr_L = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu^2}$$

dove *g* è l'accelerazione di gravità e β è il coefficiente di dilatazione cubica.

- I coefficienti di locale e medio di convezione sono correlati, nel problema della convezione naturale, da equazioni del tipo:

$$Nu_x = f(x*, Gr_x, \mathrm{Pr}) \qquad \overline{Nu_x} = f(Gr_x, \mathrm{Pr})$$

20

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 9

Numero di Rayleigh

Numero di Rayleigh *Ra*: è il prodotto dei numeri di Grashof e di Prandtl (Rayleigh ha la stessa interpretazione fisica di Grashof):

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha}$$

I parametri chiave sono le differenze di temperatura ed il coefficiente volumetrico di dilazione termica β, che è una proprietà termodinamica legata alla variazione di densità con la temperatura: $\beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$

Per un gas ideale (T è la temperatura assoluta): $\rho = \frac{p}{R \cdot T} \Rightarrow \beta = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{p}{R \cdot T^2} = \frac{1}{T}$

Per liquidi e gas non ideali, β si ricava da apposite tabelle.

21

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 1

La selezione e l'applicazione delle correlazioni per la convezione per qualunque tipo di moto sono facilitate dalle seguenti semplici regole:

1. *Identificare la geometria della superficie*. Il problema si riferisce a superfici piane, cilindriche o di altra forma? Il flusso all'interno di una tubazione attraversa una sezione circolare o non circolare? Individuare L, w e (T_s-T_∞).
2. *Specificare la temperatura di riferimento opportuna e valutare le proprietà del fluido pertinenti a quella temperatura*. Per moderare le differenze di temperatura, potrebbe essere usata a questo proposito la temperatura di film $T_f \rightarrow T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$
3. *Calcolare il numero di Reynolds* (o di *Grashof/Rayleigh*).
4. *Capire se si richiede un coefficiente locale o medio sulla superficie*.
5. *Selezionare la correlazione adeguata.*

22

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 2

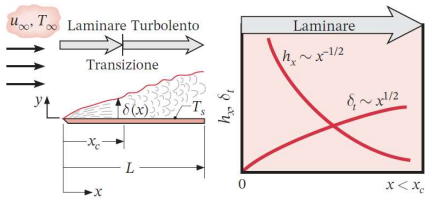
Regime laminare

- Lo spessore δ dello strato limite fluidodinamico è definito come il valore $\delta(x)$ per cui u/u_∞=0.99 e può essere espresso come

$$\delta = 5 \cdot x \cdot \mathrm{Re}_x^{-1/2}$$

dove la lunghezza caratteristica del numero di Reynolds è x la distanza dal bordo di attacco:

$$\mathrm{Re}_x = \frac{u_\infty \cdot x}{\nu}$$



- Il numero di Nusselt locale è del tipo: $Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{\lambda} = 0.332 \cdot \mathrm{Re}_x^{1/2} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \quad [0.6 \le \mathrm{Pr} \le 50]$

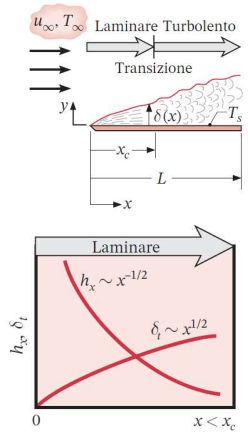
Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 3

Regime laminare

- Il rapporto fra lo spessore dello strato limite fluidodinamico e lo spessore dello strato limite termico è dato da:

$$\delta/\delta_t \approx \mathrm{Pr}^{1/3}$$

- L'espressione per il coefficiente convettivo medio per superfici più corte di x_c risulta:



$$\overline{h_x} = \frac{1}{x}\int_0^x h_x \cdot dx = 0.332 \cdot \left(\frac{\lambda}{x}\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \cdot \int_0^x \frac{dx}{x^{1/2}}$$

$$\overline{h_x} = 0.332 \cdot \left(\frac{\lambda}{x}\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \cdot 2x^{1/2} = 2h_x$$

$$\overline{Nu_x} = \frac{\overline{h_x} x}{\lambda} = 0.664 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \qquad [0.6 \le Pr \le 50]$$

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 4

Regime turbolento

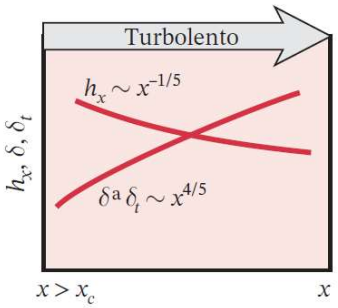
- Per regimi turbolenti, con ragionevole approssimazione, lo spessore dello strato limite fluidodinamico può essere espresso come:

$$\delta = 0.37 \cdot x \cdot \mathrm{Re}^{-1/5}$$

- Il numero di Nusselt locale è dato:

$$Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{\lambda} = 0.0296 \cdot \mathrm{Re}^{4/5} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \quad \begin{bmatrix} \mathrm{Re_x} \leq 10^8 \\ 0.6 \leq \mathrm{Pr} \leq 60 \end{bmatrix}$$

dove tutte le proprietà sono valutate alla temperatura di film T_f.



25

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 5

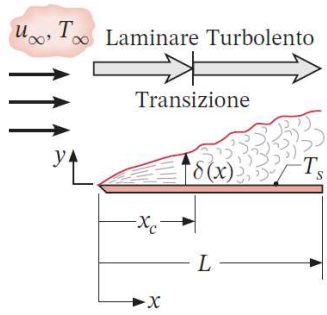
Confronto regime laminare - turbolento

- Nel regime laminare, il rapporto tra gli spessori dello strato limite fluidodinamico e dello strato limite termico dipende dal Pr.
- Nel regime turbolento, lo sviluppo dello strato limite è fortemente influenzato dalle fluttuazioni di velocità e meno dal moto delle molecole. Per questo motivo, l'aumento relativo dello strato limite non dipende dal numero di Prandtl e gli spessori dello strato limite fluidodinamico e termico sono circa uguali tra loro.
- La crescita dello strato limite termico nella direzione del moto è più rapida nel caso di regime turbolento che nel caso di regime laminare.
- Il coefficiente convettivo è maggiore nel regime turbolento che nel regime laminare, a causa del maggiore livello di mixing nello strato limite.
- In regime turbolento, la diminuzione del coefficiente di convezione nella direzione del moto è più graduale che per il regime laminare.

26

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 6

Condizioni di strato limite misto



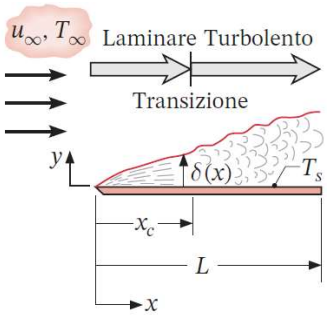
Nelle situazione di strato limite misto, si può ottenere il coefficiente di convezione medio per l'intera piastra integrando sulla regione laminare ($0 \le x \le x_c$) e sulla regione turbolenta ($x_c \le x \le L$), avendo assunto che la transizione avvenga improvvisamente per $x = x_c$

$$\overline{h_L} = \frac{1}{L} \cdot \left(\int_0^{x_c} h_{lam} \cdot dx + \int_{x_c}^{L} h_{turb} \cdot dx \right)$$

27

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 7

Condizioni di strato limite misto



$$\overline{h_L} = \frac{1}{L} \cdot \left(\int_0^{x_c} h_{lam} \cdot dx + \int_{x_c}^{L} h_{turb} \cdot dx \right)$$

$$\overline{h_L} = \left(\frac{\lambda}{L}\right) \cdot \left[0.332 \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \int_0^{x_c} \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}}} + 0.0296 \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot \int_{x_c}^{L} \frac{dx}{x^{\frac{1}{5}}} \right] \cdot \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

$$\overline{Nu_L} = \left[0.664 \cdot \mathrm{Re}_{x,c}^{1/2} + 0.037 \cdot \left(\mathrm{Re}_L^{4/5} - \mathrm{Re}_{x,c}^{4/5} \right) \right] \cdot \mathrm{Pr}^{1/3}$$

$$\overline{Nu_L} = \left(0.037 \cdot \mathrm{Re}_L^{4/5} - A \right) \cdot \mathrm{Pr}^{1/3}$$

dove la costante $A = 0.037 \cdot \mathrm{Re}_{x,c}^{4/5} - 0.664 \cdot \mathrm{Re}_{x,c}^{1/2}$

28

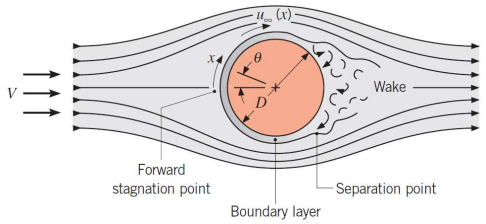
Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 1

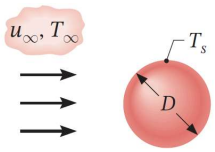
Considerazioni fluidodinamiche:

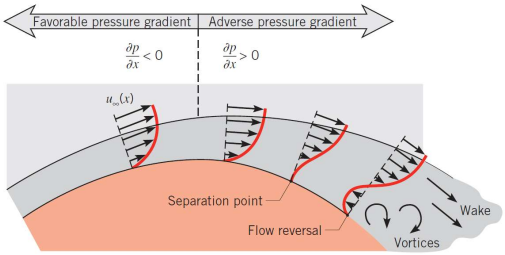
- Differenza fra V e u_∞

$$Re_D \equiv \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

$$C_D \equiv \frac{F_D}{A_f(\rho V^2/2)}$$





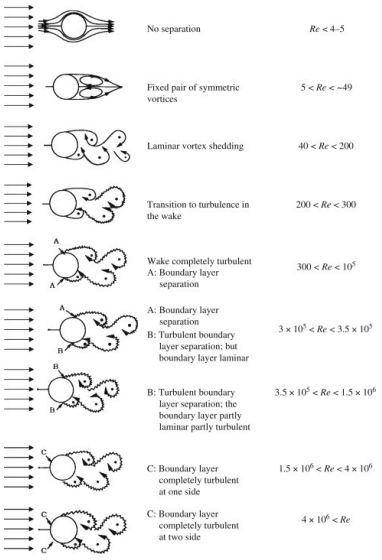


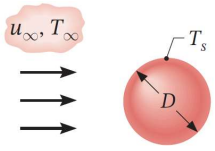
29

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 2

Considerazioni fluidodinamiche:

Flow pattern al variare di Re_D



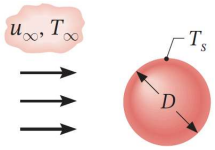


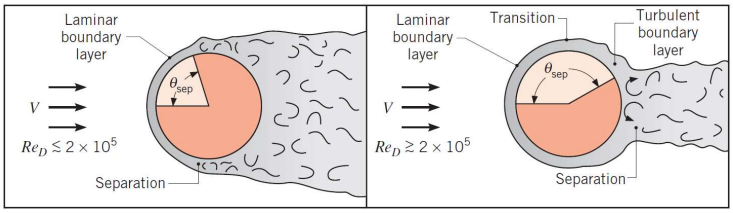
30

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 3

Considerazioni fluidodinamiche:

- Il coefficiente di resistenza C_D (drag coefficient) è funzione del numero di Reynolds Re_D.
- Per $Re_D < 2$ non vi è separazione e la resistenza è solo dovuta all'attrito.
- Per Re_D crescenti gli effetti della separazione, e quindi della resistenza di forma, diventano via via più importanti.
- La notevole riduzione di C_D che ha luogo per $Re_D \geq 2 \times 10^5$, è dovuta alla transizione laminare-turbolenta dello strato limite, che ritarda la separazione e quindi riduce la larghezza della scia e in ultima analisi il valore di C_D.

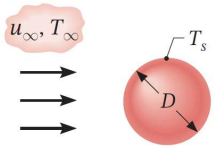


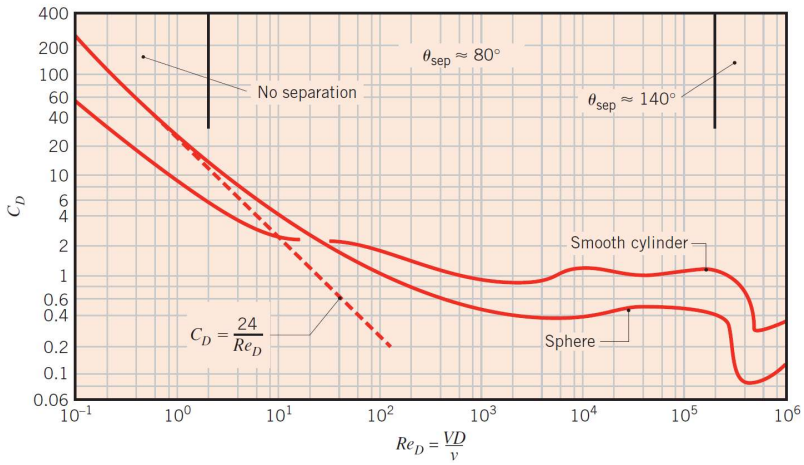


31

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 4

Andamento di C_D al variare di Re_D:



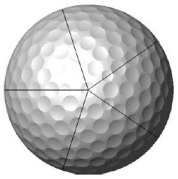


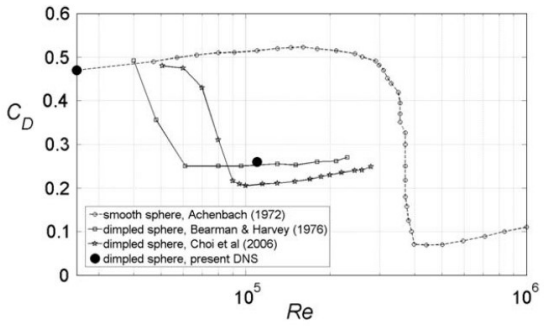
32

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 5

Esempio:
pallina da Golf







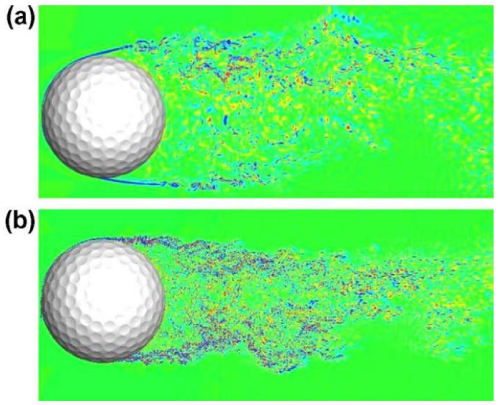
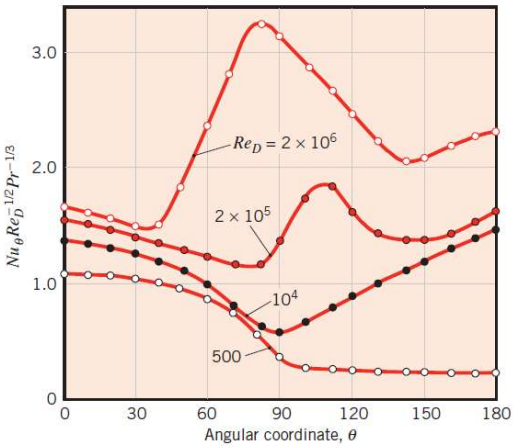


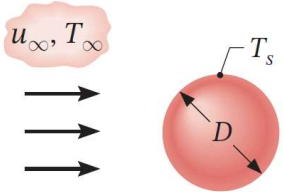
Fig. 10. Contours of azimuthal vorticity. (a) Re = 2.5×10^4; (b) Re = 1.1×10^5.

33

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 6

Andamento del numero di Nusselt locale al variare di Re_D



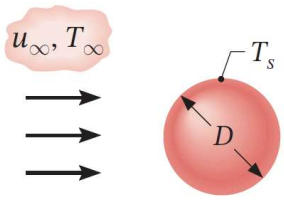


34

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 7

- In questo caso si considera un cilindro di diametro D con una temperatura superficiale uniforme T_s, investito da un flusso perpendicolare di una corrente libera di fluido alla temperatura T_∞, con una velocità della corrente indisturbata pari a u_∞. Il numero di Reynolds vale:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot D}{\mu} = \frac{u_\infty \cdot D}{\nu}$$



- Per il calcolo del numero di Nusselt medio, la correlazione di Hilpert è una delle più usate:

$$\overline{Nu_D} = \frac{\overline{h} \cdot D}{\lambda} = C \cdot \mathrm{Re}_D^m \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad [\mathrm{Pr} \geq 0.7]$$

dove le costanti C ed m sono tabulate anche per geometrie non circolari.

35

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 8

- Costanti C ed m per la correlazione di Hilpert

TABLE 7.2 Constants of Equation 7.52 for the circular cylinder in cross flow [11, 12]

Re_D	C	m
0.4–4	0.989	0.330
4–40	0.911	0.385
40–4000	0.683	0.466
4000–40,000	0.193	0.618
40,000–400,000	0.027	0.805

TABLE 7.3 Constants of Equation 7.52 for noncircular cylinders in cross flow of a gas [13, 14][a]

Geometry		Re_D	C	m
Square		6000–60,000	0.304	0.59
		5000–60,000	0.158	0.66
Hexagon		5200–20,400	0.164	0.638
		20,400–105,000	0.039	0.78
		4500–90,700	0.150	0.638
Thin plate perpendicular to flow				
	Front	10,000–50,000	0.667	0.500
	Back	7000–80,000	0.191	0.667

[a]These tabular values are based on the recommendations of Sparrow et al. [14] for air, with extension to other fluids through the $Pr^{1/3}$ dependence of Equation 7.52. A Prandtl number of $Pr = 0.7$ was assumed for the experimental results for air that are described in [14].

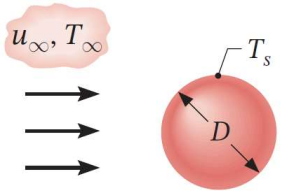
36

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 9

- Un'altra correlazione, preferibile alla correlazione di Hilbert, è la correlazione di Churchil-Bernstein, copre un vasto intervallo di variabilità dei numeri di Reynolds e Prandtl.
- L'equazione è raccomandata se è verificata la condizione $Re_D \cdot Pr > 0.2$, ed è:

$$\overline{Nu_D} = 0.3 + \frac{0.62 \cdot \mathrm{Re}_D^{1/2}}{[1 + (0.4/\mathrm{Pr})^{2/3})]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

$$[\mathrm{Re_D} \cdot \mathrm{Pr} > 0.2]$$



37

Convezione forzata: flusso su sfera

- Gli effetti di strato limite per un flusso che investe una sfera sono per molti aspetti simili a quelli per il cilindro circolare, con transizione e separazione che giocano un ruolo fondamentale e influenzano il coefficiente convettivo locale. Per il calcolo delle condizioni medie sulla superficie sferica, è raccomandata la correlazione di Whitaker:

$$\overline{Nu_D} = 2 + \left(0.4 \cdot \mathrm{Re}_D^{1/2} + 0.06 \cdot \mathrm{Re}_D^{2/3}\right) \cdot \mathrm{Pr}^{0.4} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4} \quad \begin{bmatrix} 0.71 < \mathrm{Pr} < 380 \\ 3.5 < \mathrm{Re_D} < 7.6x10^4 \end{bmatrix}$$

dove μ_s è valutata alla temperatura superficiale T_s e le rimanenti proprietà sono valutate alla temperatura della corrente indisturbata T_∞. Il rapporto (μ/μ_s) tiene conto degli effetti delle proprietà che non sono uniformi nello strato limite.

38

Convezione forzata: flussi interni - 1

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- A causa degli effetti viscosi, il profilo di velocità all'interno di un tubo si modifica rispetto al profilo uniforme che ha in ingresso, fino ad una distribuzione parabolica.
- Dopo la lunghezza di ingresso idrodinamica $x_{fd,h}$ il profilo di velocità non varia e si può parlare di flusso completamente sviluppato. L'estensione della regione d'ingresso e il profilo di velocità dipendono dal numero di Reynolds, il quale per i flussi interni prende la forma:

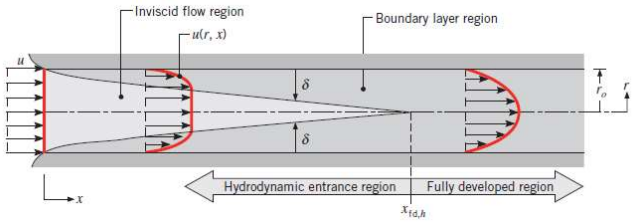
$$\mathrm{Re}_D = \frac{\rho \cdot u_m \cdot D}{\mu} = \frac{u_m \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot D \cdot \mu}$$

dove:

u_m velocità media

D diametro del tubo

$\dot{m}$ portata massica



39

Convezione forzata: flussi interni - 2

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- In un flusso completamente sviluppato il numero di Reynolds critico, corrispondente alla zona di transizione, è pari a $Re_{D,c} \approx 2300$. Tuttavia sono necessari valori del numero di Reynolds maggiori ($Re_{D,c} \approx 10000$) per raggiungere condizioni di turbolenza completa.
- Nel regime laminare ($Re_{D,c} < 2300$) la lunghezza d'ingresso fluidodinamica è data da:

$$\left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{lam} \leq 0.05 \cdot \mathrm{Re}_D$$

- Nel regime turbolento la lunghezza d'ingresso è approssimativamente indipendente dal numero di Reynolds e corrisponde in prima approssimazione a:

$$10 \leq \left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{turb} \leq 60$$

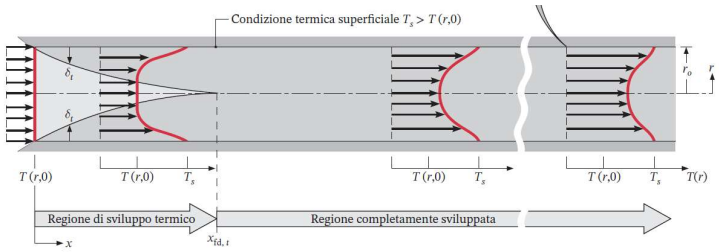
- Per semplicità si può assumere di essere in presenza di flusso completamente turbolento se viene soddisfatta la relazione $x/D > 10$

40

Convezione forzata: flussi interni - 3

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

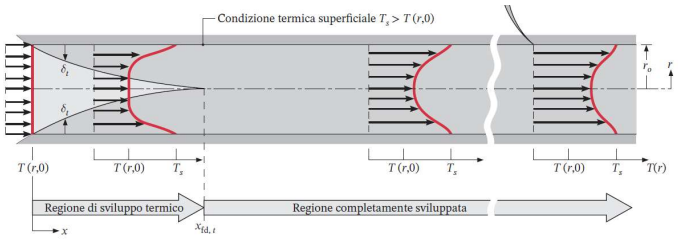
- Se il fluido entra nel tubo a $x = 0$ con una temperatura del fluido uniforme $T(r,0)$, inferiore alla temperatura uniforme T_s della superficie del tubo, si ha trasmissione del calore per convezione e si andrà a formare uno strato limite di temperatura.
- Nella *regione di ingresso termica*, la temperatura centrale del fluido all'esterno dello strato limite termico δ_t non varia, mentre all'interno di quest'ultimo la temperatura aumenta rapidamente fino a quella della superficie del tubo.



Convezione forzata: flussi interni - 4

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- In corrispondenza della lunghezza di ingresso termica $x_{fd,t}$ lo strato limite termico ha riempito tutta la sezione del tubo e la parte centrale del fluido comincia a subire un riscaldamento dove si è raggiunta la condizione di flusso completamente sviluppato.
- Il gradiente di temperatura è maggiore nella regione d'ingresso, il che implica un maggior coefficiente convettivo in tale regione.



- Le condizioni termiche nella regione termicamente sviluppata sono caratterizzate da tre aspetti chiave: la temperatura media aumenta, le forme dei profili di temperatura sono simili tra loro, il coefficiente convettivo è uniforme.

Convezione forzata: flussi interni - 5

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- Per i regimi laminari, si può individuare la lunghezza d'ingresso termico come:

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{lam} \leq 0.05 \cdot \mathrm{Re}_D \cdot \mathrm{Pr} \qquad [\mathrm{Re}_D < 2300]$$

- Nel caso di regime turbolento, la lunghezza di ingresso termica è quasi indipendente dal numero di Prandtl e può essere in prima approssimazione stimata come:

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{turb} = 10 \qquad [\mathrm{Re} \geq 10000]$$

Convezione forzata: flussi interni - 6

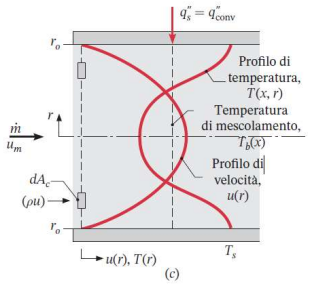
Temperatura di mescolamento

- I profili di temperatura e velocità in un determinato punto, nella direzione del flusso *x*, dipendono dal raggio *r*.
- Può essere introdotta una particolare temperatura media del fluido detta temperatura di mescolamento della massa fluida T_b *(b=bulk)*, che è definita in funzione della quantità di energia trasportata dal fluido attraverso la sezione in *x*. Per fluidi incomprimibili (*cp = cost*) T_b è definita come:

$$\rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot u_m \cdot A_c = \int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c$$

dove u_m è la velocità media, da cui:

$$T_b = \frac{\int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c}{\rho \cdot c_p \cdot u_m \cdot A_c} = \frac{\int_A u \cdot T \cdot dA_c}{u_m \cdot A_c}$$



Convezione forzata: flussi interni - 7

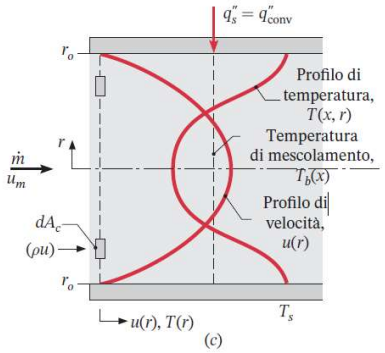
Temperatura di mescolamento – tubi circolari

- Per tubi circolari si ha:

$$u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot A_c = \int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c$$

$$u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot \pi \cdot r_o^2 = \int_0^{r_o} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr$$

$$T_b = \frac{\int_0^{r_o} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr}{u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot \pi \cdot r_o^2} = \frac{2 \cdot \int_0^{r_o} u \cdot T \cdot r \cdot dr}{u_m \cdot r_o^2}$$



Convezione forzata: flussi interni - 8

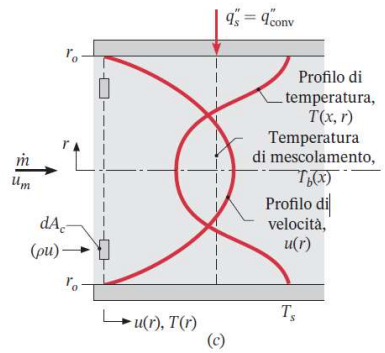
Legge di Newton del raffreddamento

- Per determinare il flusso termico convettivo sulla superficie del tubo, la legge di Newton del raffreddamento, detta anche legge di Newton per la convezione, è espressa come:

$$q_s'' = q_{conv}'' = h \cdot (T_s - T_b)$$

dove *h* è il coefficiente convettivo locale,

- In base al metodo di riscaldamento (raffreddamento) della superficie, T_s può essere uniforme o variare, ma la temperatura di mescolamento cambia sempre nella direzione del moto, mentre il coefficiente di convezione rimane invariato nella regione completamente sviluppata, come si vedrà nel seguito.



Convezione forzata: flussi interni - 9

Condizioni di completo sviluppo

- Requisito per completo sviluppo del profilo di temperatura:

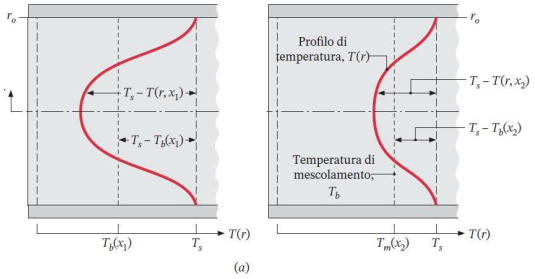
$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_s(x)-T(r,x)}{T_s(x)-T_b(x)}\right]_{fd,t}=0$$

dove:

T_s è la temperatura superficiale del tubo

T è la temperatura locale

T_b è la temperatura di mescolamento



47

Convezione forzata: flussi interni - 10

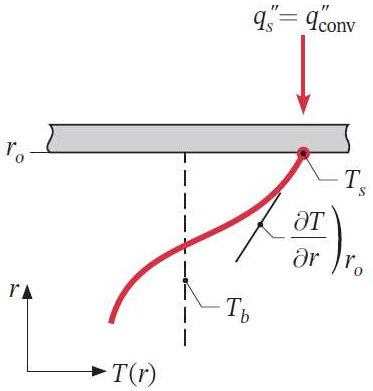
Condizioni di completo sviluppo

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{T_s-T}{T_s-T_b}\right)\Bigg|_{r=r_o}=\frac{-\partial T/\partial r\big|_{r=r_o}}{T_s-T_b}\neq f(x)$$

$$q_{s''}=\lambda\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=r_o} \quad\Rightarrow\quad \frac{h}{\lambda}\neq f(x)=\text{costante}$$

Da legge Newton — Da legge Fourier

$$q_s''=q_{conv}''=h\cdot(T_s-T_b)$$



48

Convezione forzata: flussi interni - 11

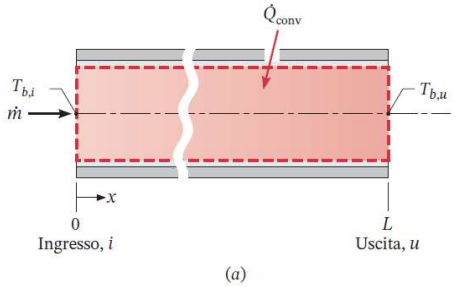
Bilancio energetico globale

- Si consideri il tubo in figura in cui scorre una portata massica costante e del calore viene trasferito per convezione attraverso la superficie della parete.
- Assumendo che la variazione di energia cinetica, potenziale ed il lavoro meccanico siano nulli e che c_p rimanga invariato, il bilancio dello scambio termico globale (indipendente dalle caratteristiche termiche della superficie e dalla condizioni di moto nel tubo) sarà:

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \left(T_{b,u} - T_{b,i}\right)$$

dove T_b è la temperatura di mescolamento

e i pedici "*i*" ed "*u*" rappresentano l'entrata e l'uscita.



(a)

49

Convezione forzata: flussi interni - 12

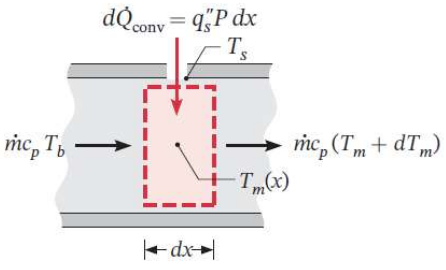
Bilancio energetico in un volume di controllo differenziale

- Nell'ipotesi di conduzione assiale nulla o trascurabile, si può applicare lo stesso bilancio a un volume di controllo differenziale:

$$d\dot{Q}_{conv} = \dot{m} \cdot c_p \cdot dT_b$$

- Introducendo il perimetro P ed il flusso termico superficiale si ottiene:

$$d\dot{Q}_{conv} = q_s'' \cdot P \cdot dx \;\Rightarrow\; q_s'' \cdot P \cdot dx = \dot{m} \cdot c_p \cdot dT_b$$



50

Convezione forzata: flussi interni - 13

Bilancio energetico in un volume di controllo differenziale

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} \qquad \left[\begin{array}{l}\text{variazione di } T_b \text{ in funzione} \\ \text{del flusso termico superficiale } q_s''\end{array}\right]$$

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{P}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot h \cdot (T_s - T_b) \qquad \left[\begin{array}{l}\text{variazione di } T_b \text{ in funzione} \\ \text{della temperatura superficiale } T_s\end{array}\right]$$

51

Convezione forzata: flussi interni - 14

Flusso termico superficiale costante

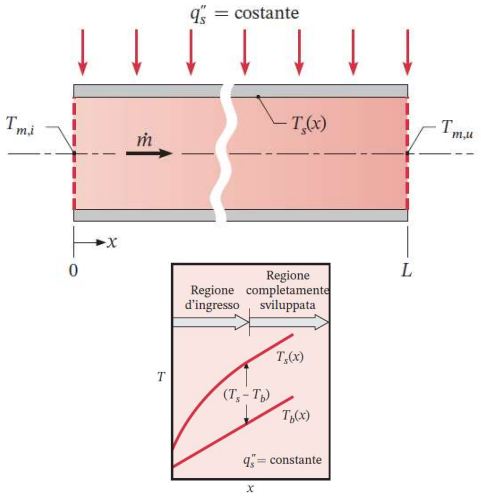
- Per condizioni di flusso termico superficiale uniforme è facile determinare il flusso termico totale:

$$\dot{Q}_{conv} = q_s'' \cdot (P \cdot L)$$

- Per flusso termico superficiale uniforme si ottiene, integrando da $x = 0$ ad una certa posizione x

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} = \text{costante}$$

$$T_b(x) = T_{b,i} + \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot x \quad [q_s'' = \text{uniforme}]$$



52

Convezione forzata: flussi interni - 15

Temperatura superficiale uniforme

$$\frac{dT_b}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h\,\Delta T$$

($T_s - T_b$) ↑ costante

Con uniforme, separando le variabili ed integrando tra l'entrata (x=0) e l'uscita (x=L) del tubo si ha:

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_u} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p}\int_0^L h\,dx \Rightarrow \ln\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p}\left(\frac{1}{L}\int_0^L h\,dx\right) = -\frac{PL}{\dot{m}c_p}\bar{h}_L$$

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{b,u}}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p}\bar{h}\right)$$

T_s=uniforme

Convezione forzata: flussi interni - 16

Temperatura superficiale uniforme

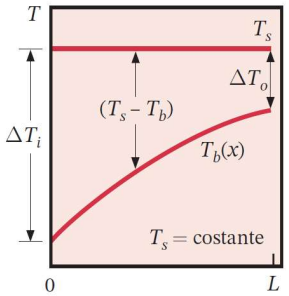
- Integrando da x = 0 fino a una qualunque posizione assiale, la distribuzione della temperatura di mescolamento $T_b(x)$ è:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{b,u}}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p}\bar{h}\right) \qquad T_s = \text{uniforme}$$

dove $\bar{h}$ è il valor medio di h dall'ingresso a x.

- Il risultato indica che la differenza di temperatura (T_s-T_b) diminuisce esponenzialmente con x.

$$\frac{T_s - T_b(x)}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p}\bar{h}\right) \qquad T_s = \text{uniforme}$$

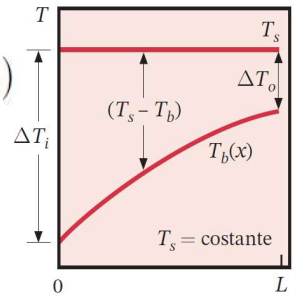


Convezione forzata: flussi interni - 17

Temperatura superficiale uniforme

- La determinazione di un'espressione per il flusso di calore totale $\dot{Q}$ è illustrata nel seguito:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p\left[\left(T_s - T_{b,i}\right) - \left(T_s - T_{b,u}\right)\right] = \dot{m}c_p\left(\Delta T_i - \Delta T_u\right)$$



Sostituendo:

$$\ln\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p}\overline{h}_L$$

Si ottiene: $A_s = (P\ L)$

$$\dot{Q} = \overline{h}A_s\,\Delta T_{ml} \quad T_s = \text{uniforme} \quad \text{con:} \quad \Delta T_{ml} \equiv \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln\left(\Delta T_u/\Delta T_i\right)}$$

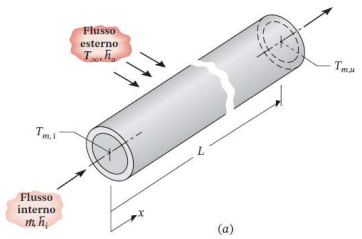
55

Convezione forzata: flussi interni - 18

Fluido esterno

In molte applicazioni è la temperatura del fluido esterno ad essere fissata e non la temperatura della superficie esterna del tubo. In tal caso si può sostituire T_s con T_∞ mentre $\overline{h}$ è sostituito con $\overline{U}$ (il coefficiente globale medio di scambio termico), per cui ne discende che:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{\overline{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right)$$



Il prodotto $\overline{U}\cdot A_s$ fornisce lo stesso risultato indipendentemente da che sia stato definito in funzione della sup. interna o esterna del tubo

$$\dot{Q} = \overline{U}A_s\,\Delta T_{ml}$$

56

Convezione forzata: flussi interni - 19

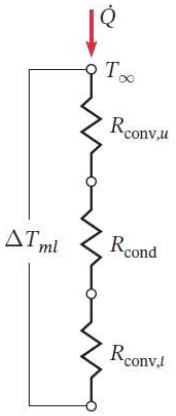
Fluido esterno

Si noti che $\left(\overline{U} \cdot A_s\right)^{-1}$ è la resistenza termica totale tra i due fluidi, per cui si ottiene:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m} c_p R_{\text{tot}}}\right)$$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{ml}}{R_{\text{tot}}}$$

In figura a lato si riporta il circuito termico che rappresenta le resistenze convettive interna ed esterna e la resistenza conduttiva nel tubo.



(b)

57

Convezione forzata: flussi interni - 20

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

Nel caso di moto in un tubo circolare caratterizzato da flusso di calore superficiale uniforme e condizioni laminari completamente sviluppate, il numero di Nusselt è una costante indipendente da Re_D.

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{\lambda} = 4.36 \quad [q_s'' = \text{uniforme}]$$

Quando la condizione termica superficiale è caratterizzata da una temperatura superficiale uniforme, i risultati sono analoghi ma con valore di Numero di Nusselt inferiore.

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{\lambda} = 3.66 \quad [T_s = \text{uniforme}]$$

58

Convezione forzata: flussi interni - 21

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

Nelle applicazioni riguardanti trasporto per convezione in tubi non circolari, si possono applicare, in prima approssimazione, le precedenti correlazioni utilizzando il diametro idraulico D_h:

$$D_h \equiv \frac{4A_c}{P}$$

dove A_c e P sono l'area trasversale e il perimetro bagnati, rispettivamente.

Questo approccio non è molto accurato per i tubi non circolari con sezioni trasversali caratterizzate da angoli acuti. Sono disponibili correlazioni appropriate per questi casi specifici.

59

Convezione forzata: flussi interni - 22

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

TABLE 8.1 Nusselt numbers and friction factors for fully developed laminar flow in tubes of differing cross section

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D = \frac{hD_h}{k}$ (Uniform q_s'')	$Nu_D = \frac{hD_h}{k}$ (Uniform T_s)	fRe_{D_h}
○	—	4.36	3.66	64
a □ b	1.0	3.61	2.98	57
a ▭ b	1.43	3.73	3.08	59
a ▭ b	2.0	4.12	3.39	62
a ▭ b	3.0	4.79	3.96	69
a ▭ b	4.0	5.33	4.44	73
a ▭ b	8.0	6.49	5.60	82
Heated	∞	8.23	7.54	96
Insulated	∞	5.39	4.86	96
△	—	3.11	2.49	53

60

Convezione forzata: flussi interni - 23

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime turbolento

Un'espressione comunemente usata per determinare il numero di Nusselt locale nel caso di flusso turbolento completamente sviluppato (fluidodinamicamente e termicamente) in tubo circolare liscio è la correlazione di Dittus-Boelter:

$$\mathrm{Nu}_D = 0.023\,\mathrm{Re}_D^{4/5}\,\mathrm{Pr}^n \qquad \begin{bmatrix} 0.6 \le \mathrm{Pr} \le 160 \\ \mathrm{Re}_D \gtrsim 10\,000 \\ \dfrac{L}{D} \gtrsim 10 \end{bmatrix}$$

dove *n = 0.4* nel caso di riscaldamento *(Ts > Tb)* e *n = 0.3* nel caso di raffreddamento *(Ts < Tb)*.
Le proprietà del fluido devono essere valutate alla temperatura di mescolamento media.

La correlazione fornisce buoni risultati per differenze *(Ts – Tb)* moderate.

61

Convezione naturale - 1

- Si considerano ora le situazioni di convezione naturale (o libera) in cui non vi è alcun movimento forzato, ma la trasmissione del calore avviene a causa di correnti convettive indotte dalle forze di galleggiamento che derivano da differenze di densità causate dalla variazione di temperatura del fluido.
- Le velocità del moto in convezione naturale sono generalmente molto inferiori di quelle associate alla convezione forzata, anche i corrispondenti flussi termici sono inferiori.
- Tuttavia la convezione naturale può fornire una maggiore resistenza allo scambio termico
- È spesso il modo di trasmissione del calore sfruttato in sistemi elettronici, in virtù dei costi ridotti di funzionamento e dell'assenza di manutenzione.
- La convezione naturale è importante anche nelle scienze ambientali, dove è responsabile dei moti oceanici ed atmosferici.

62

Convezione naturale - 2

Caratteristiche fenomenologiche

- L'esistenza di un gradiente di temperatura, all'interno di un fluido in quiete, non è sufficiente ad originare un moto convettivo.

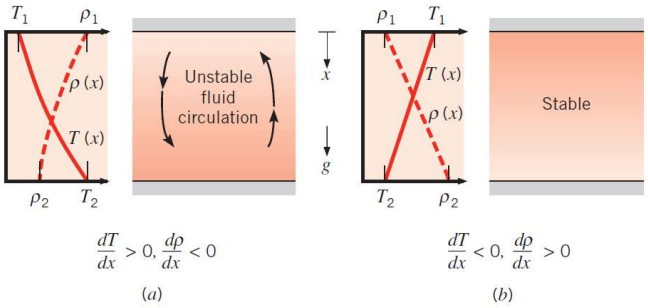


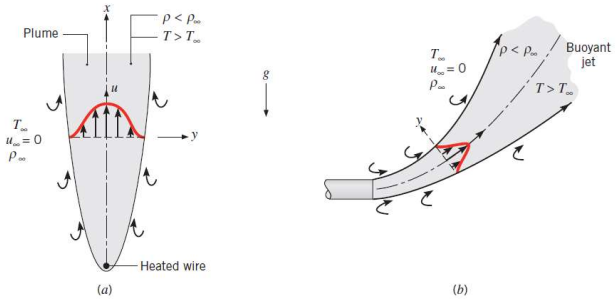
FIGURE 9.1 Conditions in a fluid between large horizontal plates at different temperatures: (*a*) Unstable temperature gradient. (*b*) Stable temperature gradient.

63

Convezione naturale - 3

Classificazione

- I problemi di convezione naturale possono essere classificati a seconda che il flusso sia contenuto da una superficie o meno.
- In assenza di una superficie, il moto può aver luogo come *plume* o *getto* (v. figura).
- Noi ci limitiamo a considerare flussi confinati da una o più pareti, e l'esempio classico è quello della convezione naturale lungo una lastra verticale riscaldata.

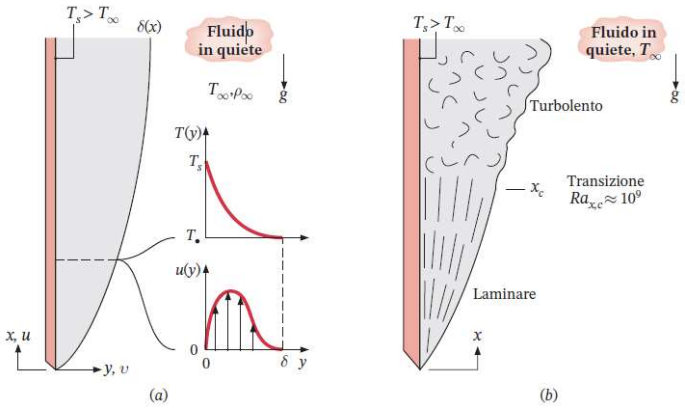


64

Convezione naturale - 4

Considerazioni termiche e sul flusso

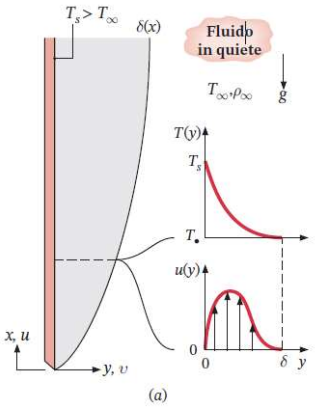
- Per illustrare la natura dello sviluppo dello strato limite nella convezione naturale, si consideri una piastra riscaldata verticale immersa nel fluido di raffreddamento esteso ed in quiete.
- Dal momento che la piastra è più calda del fluido ($T_s > T_\infty$), il fluido vicino alla piastra è meno denso del fluido nella regione in quiete.



Convezione naturale - 5

Considerazioni termiche e sul flusso

- Il gradiente di densità del fluido e il campo gravitazionale creano la forza di galleggiamento che induce il moto di convezione naturale nello strato limite in cui il fluido riscaldato risale.
- La velocità in corrispondenza della superficie è nulla (condizione di non scorrimento), con l'aumentare della distanza y dalla piastra la velocità aumenta fino ad un valore massimo per poi ridursi a zero quando $y \to \infty$.
- Queste condizioni definiscono lo spessore $\delta(x)$ dello strato limite.



Convezione naturale - 6

Considerazioni termiche e sul flusso

- È consuetudine correlare il verificarsi della transizione al numero di Rayleigh critico, che per piastre verticali è:

$$\mathrm{Ra}_{x,c} = \mathrm{Gr}_{x,c}\,\mathrm{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x_c^3}{\nu\alpha} \approx 10^9$$

- Il parametro adimensionale che caratterizza i flussi in convezione naturale è il numero di Grashof, che rappresenta il rapporto tra la forza di galleggiamento e quella viscosa:

$$\mathrm{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad \text{con} \quad \beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\rho}\frac{p}{RT^2} = \frac{1}{T}$$

coefficiente volumetrico di dilazione termica β

- Per regimi di convezione naturale, il coefficiente di convezione è funzionalmente espresso da equazioni del tipo:

$$\overline{Nu}_L = f(\mathrm{Gr}_L, \mathrm{Pr})$$

67

Convezione naturale - 7

Considerazioni termiche e sul flusso

- Le correlazioni empiriche più comuni adatte per calcoli ingegneristici si basano sulla lunghezza caratteristica *L* e hanno la forma:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = C\,\mathrm{Ra}_L^n$$

$$\mathrm{Ra}_L = \mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

- In genere *n = 1/4* per regime laminare ed *n = 1/3* per regime turbolento.
- In moto turbolento h_L è indipendente da *L*.
- Tutte le proprietà sono valutate alla cosiddetta temperatura di film: $T_f \equiv (T_s + T_\infty)/2$

68

Convezione naturale - 8

Correlazioni: la lastra verticale

- Le correlazioni seguenti sono utilizzabili per problemi di convezione naturale su piastra verticale:

Laminare

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.59\,\mathrm{Ra}_L^{1/4} \qquad \left[10^4 \le \mathrm{Ra}_L \le 10^9\right]$$

Turbolento

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.10\,\mathrm{Ra}_L^{1/3} \qquad \left[10^9 \le \mathrm{Ra}_L \le 10^{13}\right]$$

- In alternativa, si può utilizzare la correlazione di Churchill-Chu su tutta la gamma di valori di Ra_L:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \left\{0.825 + \frac{0.387\,\mathrm{Ra}_L^{1/6}}{\left[1+(0.492/\mathrm{Pr})^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$

- In regime laminare, si può ottenere una maggiore precisione applicando la correlazione seguente:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.68 + \frac{0.670\,\mathrm{Ra}_L^{1/4}}{\left[1+(0.492/\mathrm{Pr})^{9/16}\right]^{4/9}} \qquad \left[Ra_L \lesssim 10^9\right]$$

- Queste correlazioni valgono anche per cilindri verticali di altezza L se $(D/L) > \left(35/Gr_L^{1/4}\right)$ cioè se lo spessore dello strato limite δ è molto inferiore al diametro del cilindro D.

69

Convezione naturale - 9

Correlazioni: la lastra verticale

- Le correlazioni seguenti sono utilizzabili per problemi di convezione naturale su piastra verticale:

Laminare

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.59\,\mathrm{Ra}_L^{1/4} \qquad \left[10^4 \le \mathrm{Ra}_L \le 10^9\right]$$

Turbolento

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.10\,\mathrm{Ra}_L^{1/3} \qquad \left[10^9 \le \mathrm{Ra}_L \le 10^{13}\right]$$

- In alternativa, si può utilizzare la correlazione di Churchill-Chu su tutta la gamma di valori di Ra_L:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \left\{0.825 + \frac{0.387\,\mathrm{Ra}_L^{1/6}}{\left[1+(0.492/\mathrm{Pr})^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$

- In regime laminare, si può ottenere una maggiore precisione applicando la correlazione seguente:

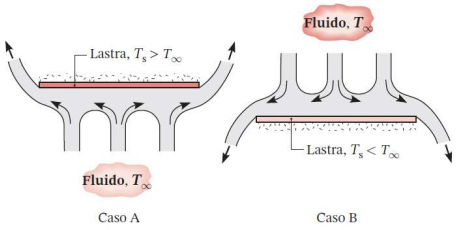
$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.68 + \frac{0.670\,\mathrm{Ra}_L^{1/4}}{\left[1+(0.492/\mathrm{Pr})^{9/16}\right]^{4/9}} \qquad \left[Ra_L \lesssim 10^9\right]$$

70

Convezione naturale - 10

Correlazioni: la lastra orizzontale

- Una lastra piana verticale induce una forza di galleggiamento e un moto diretto verso l'alto o verso il basso a seconda che la piastra sia più calda o più fredda rispetto al fluido ambiente.
- Per una superficie calda rivolta verso il basso (caso A) e una superficie fredda rivolta verso l'alto (caso B), la tendenza del fluido a salire o a scendere, rispettivamente, è ostacolata dalla piastra. Il flusso deve muoversi in orizzontale prima di poter salire o scendere dai bordi della piastra e lo scambio di calore per convezione risulta alquanto inefficace.



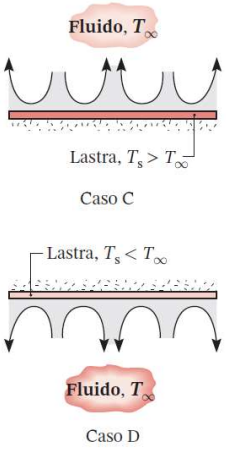
71

Convezione naturale - 11

Correlazioni: la lastra orizzontale

- Per una superficie calda rivolta verso l'alto (caso C) e una superficie fredda rivolta verso il basso (caso D), il flusso è guidato dalla particelle di fluido ascendenti e discendenti, rispettivamente.
- La conservazione della massa impone che il fluido caldo ascendente (freddo discendente) sia sostituito dal fluido freddo discendente (e caldo ascendente) e lo scambio di calore è molto più efficace rispetto ai casi A e B.
- Le correlazioni ampiamente usate per le lastre orizzontali utilizzano la lunghezza caratteristica *L* definita di seguito:

$$L \equiv \frac{A_s}{P}$$ dove A_s e P sono superficie e perimetro della piastra.



72

Convezione naturale - 12

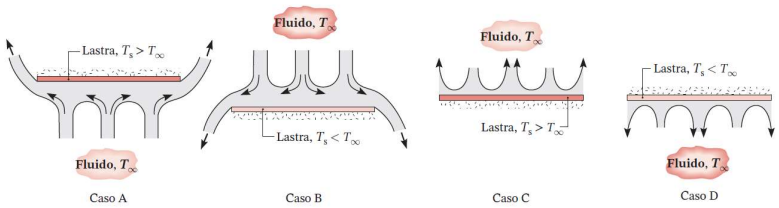
Correlazioni: la lastra orizzontale

- Le correlazioni raccomandate per il numero di Nusselt sono le seguenti:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.27\,\mathrm{Ra}_L^{1/4} \qquad \left[10^5 \lesssim \mathrm{Ra}_L \lesssim 10^{10}\right] \rightarrow \text{Casi A e B}$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.54\,\mathrm{Ra}_L^{1/4} \qquad \left[10^4 \lesssim \mathrm{Ra}_L \lesssim 10^7\right]$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = 0.15\,\mathrm{Ra}_L^{1/3} \qquad \left[10^7 \lesssim \mathrm{Ra}_L \lesssim 10^{11}\right] \rightarrow \text{Casi C e D}$$

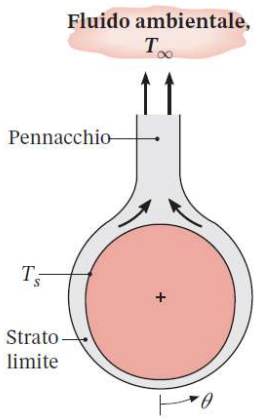


73

Convezione naturale - 13

Correlazioni: il cilindro orizzontale e la sfera

- Per un cilindro riscaldato, lo sviluppo dello strato limite inizia a θ = *0°* e termina a *ϑ < 180°* con la formazione di un pennacchio dal cilindro.
- Se il regime resta laminare su tutta la superficie, il coefficiente di convezione locale è massimo per *ϑ = 0°* e decresce con l'aumentare di *ϑ*.
- Questa diminuzione può essere alterata per $R_{aD}>10^9$ dal verificarsi della transizione alla turbolenza all'interno dello strato limite.
- Se il cilindro è più freddo dell'ambiente, si ha una scia che scende dal cilindro anziché risalire.



74

Convezione naturale - 14

Correlazioni: il cilindro orizzontale e la sfera

- Espressioni per intervalli prescritti del numero di Rayleigh sono state ricavate da Morgan per il cilindro lungo orizzontale:

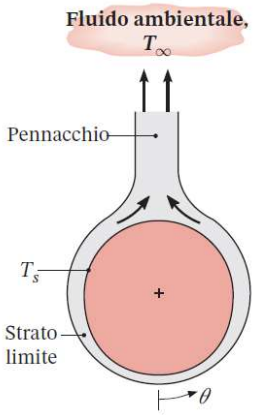
$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.850\,\mathrm{Ra}_D^{0.188} \qquad \left[10^2 \le \mathrm{Ra}_D \le 10^4\right]$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.480\,\mathrm{Ra}_D^{0.250} \qquad \left[10^4 \le \mathrm{Ra}_D \le 10^7\right]$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.125\,\mathrm{Ra}_D^{0.333} \qquad \left[10^7 \le \mathrm{Ra}_D \le 10^{12}\right]$$

- La relazione di Churchill-Chu è consigliata per una vasta gamma di numeri di Rayleigh:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = \left\{0.60 + \frac{0.387\,\mathrm{Ra}_D^{1/6}}{\left[1 + (0.559/\mathrm{Pr})^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 \qquad \left[\mathrm{Ra}_D \le 10^{12}\right]$$



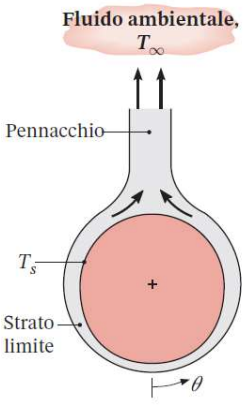
75

Convezione naturale - 15

Correlazioni: il cilindro orizzontale e la sfera

- Lo sviluppo dello strato limite per la sfera isoterma è simile a quello del cilindro con la formazione di un pennacchio.
- Si raccomanda la relazione di Churchill per la stima del coefficiente di convezione medio:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 2 + \frac{0.589\,\mathrm{Ra}_D^{1/4}}{\left[1 + (0.469\mathrm{Pr})^{9/16}\right]^{4/9}} \qquad \left[\mathrm{Pr} \ge 0.7,\ \mathrm{Ra}_D \le 10^{11}\right]$$



76