CAPITOLO 10

Analizzeremo e scopriremo la QUANTITÀ DI MOTO iniziando anche a trattare i corpi non più come puntiformi.

CENTRO DI MASSA

CENTRO DI MASSA → posizione media di un corpo (se la densità è uniforme): è una media pesata sulle m_i

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} = \sum \frac{m_i}{M}\left[x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}\right]$$

$\vec{r}_i, m_i$ sono la POSIZIONE e la MASSA della i-esima particella del sistema

Si può passare al limite e, sapendo che $dm = \rho dV$, ottenere

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\, dm = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\rho dV = \frac{1}{M}\int \left[x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}\right]\rho dV$$

MOTO DEL CENTRO DI MASSA

Quando si considera un OGGETTO ESTESO, esso è la combinazione di vari moti

NB CHIAVE INGLESE → $\vec{r}_{cm}$ solo forza di gravità; resto della chiave anche il risultato delle forze esercitate dalle "particelle della chiave" su un punto

MOTO DI $\vec{r}_{CM}$ → DIPENDE SOLO DALLE FORZE ESTERNE AL SISTEMA

Possiamo dimostrarlo partendo dalla cinematica e usando poi la dinamica.

$$\vec{v}_{cm} = \frac{d}{dt}\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{a}_{cm} = \frac{d}{dt}\vec{v}_{cm} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{a}_i$$

FORZE INTERNE $\vec{F}_{ij}$ → forze esercitate da particelle del sistema su altre particelle del sistema stesso

FORZE ESTERNE $\vec{F}_{ext\,j}$ → forze esercitate su particelle interne al sistema da agenti esterni

Consideriamo il caso di UN SISTEMA COMPOSTO DA 3 PARTICELLE

$$\begin{cases} M\vec{a}_{cm} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 \\ m_1\vec{a}_1 = \sum \vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{ext\,1} \\ m_2\vec{a}_2 = \sum \vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_{ext\,2} \\ m_3\vec{a}_3 = \sum \vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{ext\,3} \end{cases}$$

$$M\vec{a}_{cm} = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{ext\,1}) + (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_{ext\,2}) + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{ext\,3})$$

3 LEGGE DI NEWTON → $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ quindi posso scrivere

$$M\vec{a}_{cm} = \vec{F}_{ext\,1} + \vec{F}_{ext\,2} + \vec{F}_{ext\,3} = \sum \vec{F}_{ext} = \sum m\vec{a}_i$$

qualunque sia il numero di particelle che compone il sistema.

IL CENTRO DI MASSA SI MUOVE COME SE TUTTA LA MASSA DEL SISTEMA SI FOSSE CONCENTRATA NEL CENTRO DI MASSA E VI FOSSERO APPLICATE SOLO LE FORZE ESTERNE.

QUANTITÀ DI MOTO

Corpi con la STESSA $\vec{v}$ e MASSA DIFFERENTE interagiscono differentemente

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \text{QUANTITÀ DI MOTO}$$

posso riformulare la 2° LEGGE DI NEWTON come

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

la quantità di moto di un corpo esteso è la somma delle singole quantità di moto e può variare

$$\vec{P} = \sum \vec{p}_i \longrightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sum_i \vec{p}_i\right) = \frac{d}{dt}\left(\sum m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}\right) =$$

$$= M\frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = M\vec{a}_{cm}$$

LA VARIAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO DEL $\vec{r}_{cm}$ È DETERMINATA SOLO DALLE FORZE ESTERNE

⊗ Non è possibile sollevarsi tirando su i lacci delle scarpe!