Capitolo 5

Primo Seicento

E' il periodo glorioso dei "grandi geni" con cui si inaugura una matematica che parla ancora al nostro tempo.

Possiamo individuare due estremi simbolici:

1635-1665

che sono le date dei seguenti eventi

- 1635: pubblicazione della *Geometria indivisibilibus* di Cavalieri
- 1665: morte di Pierre de Fermat.

5.1 Quadro generale

Nelle prime decadi del Seicento la matematica europea riceve un forte impulso. Sebbene non esistano ancora organizzazioni ufficiali che coordinino le attività dei matematici di professione, in alcuni stati europei si formano spontaneamente alcuni gruppi scientifici, come l'*Accademia dei Lincei* in Italia (1603), l'*Académie Française* in Francia (1635) e la *Royal Society* in Inghilterra (1660). A lato delle accademie, vengono istituite le prime cattedre di matematica nelle università.

Questo favorisce sicuramente lo sviluppo della matematica, accanto al sorgere di figure rilevanti o eccezionali.

Si delineano con più precisione gli ambiti della ricerca, anche se gli studiosi non si specializzano in un particolare settore; anzi, spesso non sono esclusivamente matematici ma provengono da varie professioni (medicina e giurisprudenza, per lo più).

Nel Seicento prendono vita due grandi rami della matematica, legati a problemi e studi non totalmente nuovi (anzi secolari), ma che ricevono una spinta formidabile grazie al genio matematico di grandi figure. Grazie a loro la Francia diventa il centro indiscusso dell'attività matematica del tempo.

In primo luogo, la nascita della *geometria analitica* (come risoluzione geometrica di problemi algebrici o, soprattutto, come risoluzione algebrica di problemi geometrici) è dovuta ai francesi **René Descartes** (1596-1650) e **Pierre De Fermat** (1601-1665) che la fondano contemporaneamente, ma separatamente, spinti entrambi, anche se per ragioni diverse, da un desiderio di ritorno al passato, all'*età d'oro* della geometria, ai problemi classici dei matematici greci[1].

Si tratta ormai di una disciplina che si sviluppa più per una sua logica interna che per sollecitazioni di forze economiche, sociali o tecnologiche, ma che non tarderà tuttavia ad alimentare in seguito un vastissimo campo di applicazioni nei settori più svariati.

Tale periodo è caratterizzato anche da un intenso scambio di idee nel campo della matematica: la figura di **Marin Mersenne** (1588 -1648), frate dell'ordine dei Minimi, svolge il ruolo di centro di smistamento delle informazioni matematiche consentendone quindi una rapida diffusione.

In secondo luogo, accanto alla geometria analitica, prende forma un altro ramo fondamentale della matematica: il calcolo integrale.

Riguardo a questo tema, abbiamo accennato al problema delle *quadrature* nella matematica antica (ad esempio, Eudosso nel Paragrafo 1.4.3 e Archimede nel Paragrafo 1.5.2) e nel Medioevo (Oresme nel Paragrafo 2.5.2). Un'altra tappa importante è costituita dal lavoro di Kepler (vedi Paragrafo 4.5.2). Ma la svolta sarà impressa da uno studioso italiano: in questo periodo storico la figura di riferimento è quella di **Bonaventura Cavalieri** (1598-1647) che apre la strada ai matematici di metà Seicento (nel prossimo Capitolo 6) e ai due "giganti" di fine secolo (Capitolo 7) che getteranno le fondamenta dell'analisi matematica.

[1]Bisogna però ricordare che l'uso di coordinate risale alla più remota antichità: per esempio gli architetti egiziani per riportare in più grande scala un disegno su una parete, lo riferivano ad un reticolato a maglie quadrate oppure i primi astronomi determinavano la posizione di una stella sulla sfera celeste, mediante due numeri. In seguito lo studio della geometria attraverso il sistema di coordinate era stato abbozzato nel Medio Evo da **Nicola d'Oresme** (1323 – 1382), come accennato nel Paragrafo 2.5.2.

5.2 Cavalieri

5.2.1 Il contesto storico e le fonti ispiratrici

Bonaventura Cavalieri (1598-1647), entrato nell'ordine dei Gesuati non ancora sedicenne, viene trasferito a Pisa dove aveva seguito le lezioni di Matematica di padre Benedetto Castelli e di Pietro Antonio Castaldi, entrambi allievi di **Galileo Galilei**. Tuttavia tiene fin da subito a proclamarsi allievo di Galileo stesso, infatti si rivolge ad esso chiamandolo "proprio maestro" nel lungo carteggio durato per circa venti anni a partire dal 1621. In tali lettere comunica i primi risultati delle sue ricerche, i progressi compiuti e i dubbi che via via si presentano. In una lettera del 1621 scrive: *"Vado dimostrando alcune proposizioni d'Archimede diversamente da lui, et in particolare la quadratura della parabola, divers'ancora da quello di V.S."*



Bonaventura Cavalieri (1598-1647)

Senza dubbio Cavalieri è ispirato nelle sue ricerche da Galileo (il quale lo incoraggia a organizzare le sue riflessioni sotto forma di libro), dai lavori di **Nicole Oresme** e, soprattutto, dal trattato di **Kepler** *Stereometria doliorum* in cui erano stati calcolati aree e volumi, suddividendo i corpi in infinite parti infinitesime. Il problema della quadratura dell'ellisse infatti era stato risolto già da Kepler utilizzando tali idee (vedi Paragrafo 4.5.2).

Cavalieri è sicuramente attratto da geometria, trigonometria, astronomia e ottica, come molti matematici della sua epoca e scrive perfino tavole trigonometriche con 8 decimali. Ma la sua idea centrale e costante è quella delle determinazione di aree e volumi.

5.2.2 La geometria degli indivisibili

Cavalieri sviluppa il suo metodo già a partire dal 1621 (da quanto emerge dalla lettera a Galileo); nel novembre del 1627 in un'altra lettera dice di essere in procinto di pubblicare un libro sull'argomento (segno che l'opera è già terminata) ma non lo farà, forse per rispetto al maestro, fino al 1635, dato che Galileo stesso si era riproposto di pubblicare un libro che trattasse di infinito. Comunque il trattato di Galileo avrebbe senza dubbio avuto un carattere più filosofico e speculativo, ponendo l'accento sull'infinitamente grande e l'infinitamente piccolo, temi che Cavalieri preferisce evitare.

• Le idee su cui si basa la *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, nota con il nome di *Geometria degli indivisibili* e pubblicata nel **1635** dopo esitazioni, riscritture e impedimenti, sono presenti in autori precedenti. Sostanzialmente intuisce che un'area possa essere considerata come formata da un numero indefinito di segmenti paralleli equidistanti e sottilissimi e che un volume possa essere considerato come composto da un numero infinito di aree piane parallele; questi elementi sono appunto chiamati "indivisibili di area" e "indivisibili di volume".

Cavalieri si rende conto che il numero di indivisibili che costituiscono un'area o un volume deve essere infinitamente grande, ma non cerca di approfondire questo fatto né di darne una spiegazione precisa. Questo è lo stesso ragionamento che Archimede stesso aveva utilizzato nel suo *Metodo*, che a quella data non è ancora stato scoperto.

5.2.3 Il Principio di Cavalieri

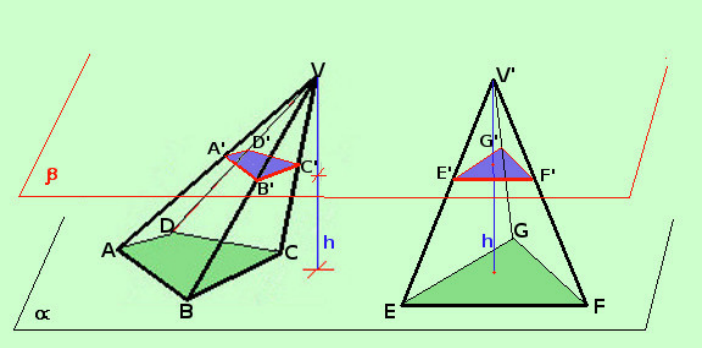
Cavalieri parla a proposito delle superfici come formate dalla "totalità di tutte le linee" e dei solidi come formati dalla "totalità di tutti i piani". Questo gli consente di introdurre un'affermazione nota oggi come "Principio di Cavalieri" con il quale arriva ad elaborare un potente e nuovo strumento per la determinazione di aree e volumi.

Principio di Cavalieri

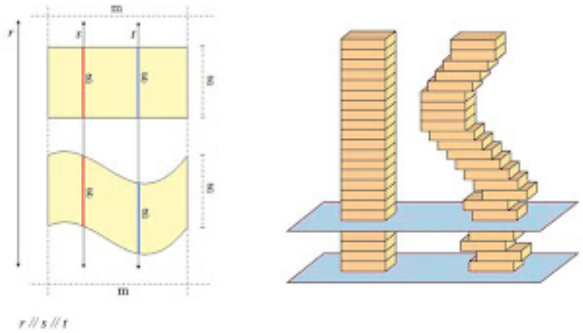
Se due solidi hanno uguale altezza e se le sezioni tagliate da piani paralleli e ugualmente distanti da queste stanno sempre in un dato rapporto, anche i volumi dei solidi stanno in questo rapporto.

Cavalieri utilizza tale principio per calcolare aree e volumi confrontando le proprietà di due figure (ad esempio, le aree di due superfici o i

volumi di due solidi) sulla base del rapporto fra gli indivisibili staccati dall'una e dall'altra sopra un medesimo fascio di rette parallele o di piani paralleli. Il procedimento consiste cioè nell'accoppiare sistematicamente gli elementi di una configurazione con i corrispondenti elementi di un'altra configurazione senza tralasciarne alcuno.



Applica il metodo per verificare la validità di alcuni problemi risolti da Archimede con il metodo di esaustione sul calcolo dei volumi dei solidi (ad esempio il volume del cono è 1/3 di quello del cilindro circoscritto). In modo analogo tratta l'area compresa fra due curve considerando le aree come somma delle ordinate, e se le ordinate stavano in certo rapporto allora secondo il suo principio anche le aree stanno nello stesso rapporto.



Bisogna osservare che Cavalieri aveva successo nell'ottenere risultati corretti perché applicava il suo principio al calcolo di rapporti di aree e volumi in cui i rapporto fra gli indivisibili che li costituivano era costante.

Cavalieri mostra di conoscere il metodo di esaustione, ma è convinto della superiorità del metodo degli indivisibili rispetto ad esso, mosso

anche da motivazioni logiche: l'esaustione fa uso essenzialmente della dimostrazione per assurdo, mentre il metodo degli indivisibili porta a realizzare delle dimostrazioni costruttive, anzi è un "metodo costruttivo" per calcolare aree e volumi.

Inoltre il metodo di esaustione non può essere impiegato per la ricerca di un risultato, ma solo per la dimostrazione di una tesi: una limitazione molto pesante, davvero insostenibile per una comunità scientifica lanciata verso la precisazione di procedimenti nuovi, verso la matematizzazione di larghi settori del sapere umano.

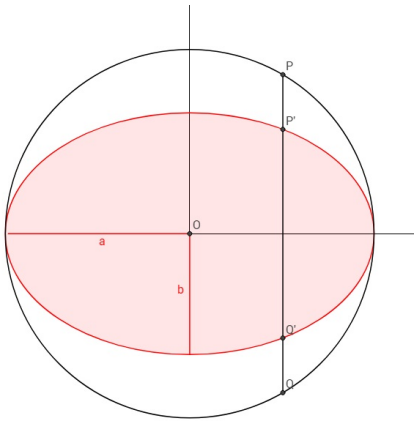
5.2.4 Calcoli di quadrature

Con la teoria degli indivisibili, Cavalieri prova un risultato significativo sulla "quadratura" delle "parabole" di ogni ordine; in linguaggio moderno può essere espresso nel modo seguente:

$$\int_0^a x\,dx = \frac{a^2}{2} \quad , \ldots , \quad \int_0^a x^n\,dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}.$$

Un altro esempio significativo è la determinazione, con il metodo degli indivisibili, dell'area racchiusa dall'ellisse (anche se già determinata da Kepler).

Utilizzando le notazioni attuali, si considerino un'ellisse di asse maggiore $2a$ e asse minore $2b$ e una circonferenza avente come diametro l'asse maggiore dell'ellisse.



Ogni retta ortogonale all'asse maggiore intercetta sul cerchio un segmento PQ e sull'ellisse un segmento $P'Q'$ (gli *indivisibili* delle due curve).

In un sistema di riferimento opportuno, la circonferenza e l'ellisse hanno equazioni rispettive

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

e le rette hanno equazione $x = k$. Si ottengono facilmente le coordinate dei punti e quindi le misure dei due segmenti intercettati:

$$PQ = 2\sqrt{a^2 - k^2} \quad \text{e} \quad P'Q' = 2\frac{b}{a}\sqrt{a^2 - k^2}.$$

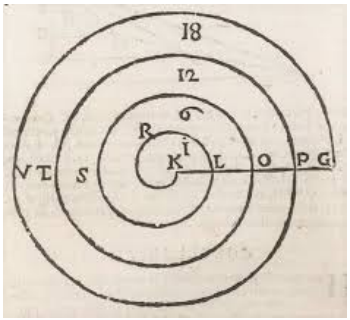
Il loro rapporto è costante e indipendente da k:

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{a}{b}.$$

Allora, per il Principio di Cavalieri, un uguale rapporto deve intercorrere fra l'area del cerchio e quella dell'ellisse in quanto il cerchio è la totalità dei segmenti PQ e l'ellisse la totalità dei segmenti $P'Q'$.

Indicando con A l'area dell'ellisse, avremo dunque $\pi a^2 : A = a : b$ e quindi $A = \pi ab$.

5.2.5 La rettificazione della spirale di Archimede



La parabola $x^2 = ay$, con la sostituzione $x = r$ e $y = r\theta$, diventa in coordinate polari la spirale di Archimede $r = a\theta$.

Cavalieri prova che l'area tra la parabola, l'asse x e la retta verticale passante per il punto $(r, \theta) = (2a\pi, 2\pi)$ e l'area compresa nel primo giro della spirale sono uguali.

5.3 Descartes



René Descartes (1596-1650) in un ritratto di Frans Hals del 1649

5.3.1 Biografia e opere

Le origini famigliari

René Descartes nasce nel 1596 a La Haye en Touraine, in una casa «delle più nobili, delle più antiche e delle più in vista della Turenna». Il nonno Pierre Descartes era un medico e il figlio Joachim, che esercita l'avvocatura a Parigi, acquista la carica di consigliere del Parlamento di Bretagna, dove si trova quando la moglie Jeanne Brochard partorisce il terzo figlio René.

Il bambino viene subito affidato a una balia, che si prende a lungo cura di lui, gli sopravvive e percepisce dal filosofo un vitalizio. La madre muore nel 1597, l'anno dopo la sua nascita, dando alla luce un figlio che le sopravvive solo tre giorni. Il vedovo Joachim Descartes si risposa intorno al 1600 con Anne Morin, una bretone conosciuta a Rennes, dalla quale ha altri due figli.

La curiosa inesattezza circa la morte della madre, l'oscura allusione alla malattia materna, da lui ereditata, i rapporti forse non particolarmente affettuosi con il padre: tutto questo può far pensare a un'infanzia non solo malaticcia, ma anche intimamente turbata.

Orfano di madre e con il padre spesso assente, a prendersi cura di René sono soprattutto la nonna materna e la nutrice. Trascorre l'infanzia con i

due fratellastri a La Haye, ove un precettore privato gli impartisce l'istruzione elementare: il costante pallore e una frequente tosse secca, che fanno pensare ai medici che non sarebbe vissuto a lungo, ritardano l'inizio dei suoi studi regolari.

Gli studi

Solo nel 1607 entra nel collegio gesuita di La Flèche che già gode di alta rinomanza e dove il fratello ha iniziato gli studi qualche anno prima. Nello stesso collegio studia il teologo e scienziato **Marin Mersenne**, che Descartes conoscerà probabilmente solo nel 1622, di cui sarà amico per tutta la vita e che si occuperà dei suoi affari in Francia quando Descartes si trasferirà in Olanda.

Gli studenti, provenienti da ogni parte della Francia senza distinzione di classe sociale, sono tenuti al solo pagamento della pensione e i corsi prevedono grammatica, studi umanistici e filosofia. Coloro che avessero voluto intraprendere la carriera ecclesiastica vi avrebbero continuato a studiare per altri cinque anni la teologia e le Scritture con studi propriamente filosofici o filosofico-scientifici: logica, fisica, matematica, morale e metafisica. L'insegnamento ha come base Aristotele. Scarso è l'insegnamento della matematica, impartito per meno di un'ora al giorno ai soli studenti del secondo anno di filosofia.

I libri che Descartes cerca di evitare sono quelli di filosofia, e particolarmente i grandi e oscuri libri della Scolastica vecchia e nuova. Della poesia conserva sempre intatta l'ammirazione, pur considerando poesia ed eloquenza doni dell'ingegno, piuttosto che frutti dello studio.

La Logica e la Metafisica erano insegnate in latino; la Fisica e la Matematica, a partite dalla seconda metà del XVII secolo, in francese. Descartes si mostrerà poi deluso dell'insegnamento ricevuto: «Sono stato allevato nello studio delle lettere fin dalla fanciullezza, e poiché mi si faceva credere che con esse si poteva conseguire una conoscenza chiara e sicura di tutto ciò che è utile nella vita, avevo un estremo desiderio di apprendere. Ma non appena ebbi concluso questo intero corso di studi, al termine del quale si è di solito annoverati tra i dotti, cambiai completamente opinione: mi trovavo infatti in un tale groviglio di dubbi e di errori da avere l'impressione di non aver ricavato alcun profitto, mentre cercavo di istruirmi, se non scoprire sempre più la mia ignoranza».

Sono le considerazioni del Descartes maturo che scrive il suo *Metodo* e lamenta che nelle scuole non si promuova lo spirito critico degli allie-

vi; una tale volontà di ricerca personale è già presente nel giovane René: «Da giovane, quando mi si presentava qualche scoperta ingegnosa, mi domandavo se io stesso non fossi in grado di trovarla da solo, anche senza apprenderla dai libri».

Tuttavia l'anno successivo, in una lettera a un amico che gli chiede consigli in merito all'educazione del figlio, il giudizio di Descartes sugli studi condotti a La Flèche sarà molto più positivo.

Uscì dal collegio gesuita nel 1615, conservando un affetto riconoscente nei confronti del rettore e per il regime di vita osservato nella scuola, durante il quale la sua salute si ristabilisce completamente.

Si stabilsce a pensione presso un sarto di Poitiers per studiare giurisprudenza nella Università di quella città, dove il fratello si è laureato tre anni prima: nel **1616** ottiene il baccalaureato e, il giorno dopo, la laurea *in utroque iure*. Si riunisce alla famiglia che, dopo il secondo matrimonio del padre, vive presso Nantes.

La vita militare e l'incontro con Isaac Beeckman

Raggiunta la maggiore età, con una salute recuperata e il desiderio di conoscere cose nuove, ai primi del **1618** Descartes si arruola volontario in uno dei due reggimenti francesi di stanza a Breda, nei Paesi Bassi, sotto il comando del principe d'Orange. È un periodo di tregua della guerra che oppone le Province Unite alla Spagna: Descartes ha un valletto al suo servizio, ma l'ignoranza e la volgarità dei compagni, e l'ozio forzato a cui è spesso costretto non gli fanno amare l'ambiente militare. Tuttavia quel soggiorno si rivelerà importante sotto un altro aspetto: conosce casualmente il medico Isaac Beeckman ed entrambi si trovano a cercare di risolvere un problema matematico. Il trentenne Beeckman esercita naturalmente una forte attrazione intellettuale su René e ne nasce un'amicizia che, pur contrastata negli anni, orienterà gli interessi di Descartes verso le scienze matematiche.

In un problema postogli da Beeckman – conoscendo lo spazio percorso da un grave in due ore, determinare lo spazio percorso dal medesimo in un'ora – la risposta (erronea) di Descartes è che la velocità del grave aumenta all'aumento dello spazio percorso, anziché del tempo trascorso.

• René conclude nel 1618 un breve trattato sulla musica intitolato *Compendium musicae* che offre a Beeckman come regalo per il nuovo anno. In questo testo, Descartes si dice convinto che le diverse passioni suscitate dalla musica abbiano una giustificazione nella variazione delle misure dei

suoni e nei rapporti tonali: se alla base dell'effetto emotivo prodotto dalla musica sull'ascoltatore sono meri rapporti quantitativi, egli riconosce che occorrerebbe una più precisa analisi della natura dell'anima umana e dei suoi movimenti per comprendere compiutamente le emozioni indotte dalla musica.

I due amici rimangono in contatto epistolare: nel 1619 René informa Beeckman di aver inventato dei compassi grazie ai quali ha potuto formulare nuove dimostrazioni sui problemi relativi alla divisione degli angoli in parti uguali e alle equazioni cubiche, ripromettendosi di sviluppare queste scoperte in un trattato in cui avrebbe esposto «una scienza del tutto nuova, con la quale si possano risolvere in generale tutte le questioni proponibili in qualsiasi specie di quantità, sia continua sia discreta». È la prima testimonianza dell'intuizione della geometria analitica.

L'incontro con Beeckman è decisivo per Descartes: comunque lo si voglia valutare, costitusce una scossa e un incitamento. Ma nel 1629 Descartes sarà durissimo; infatti Mersenne gli riferisce che Beeckman si vantava di avergli insegnato fisica e matematica, dieci anni prima. E' la conclusione ingiusta di una amicizia breve ma profonda. Beeckman e Descartes si riconcilieranno in seguito.

I viaggi e la notte della Mirabilis Scientia

Nel **1619** René s'imbarca da Amsterdam per Copenaghen: conta di visitare la Danimarca, poi la Polonia e l'Ungheria per raggiungere di qui la Boemia, ma rinuncia al lungo viaggio per dirigersi alla fine di luglio a Francoforte, dove assiste all'incoronazione di Ferdinando II.

Con la ripresa di quella che verrà definita la *Guerra dei trent'anni*, sembra che Descartes si arruoli nell'esercito di Massimiliano di Baviera e passi l'inverno a Neuburg, nel nord della Baviera, in una confortevole e ben riscaldata casa sulla riva del Danubio: qui, un giorno prende «la decisione di studiare anche in sé stesso e d'impiegare tutte le forze del suo spirito a scegliere le strade che doveva seguire». Viaggia inquieto e dalle vicende reali è come stranamente distaccato.

Nella notte fra il 10 e l'11 novembre 1619 e poi negli stessi giorni dell'anno successivo, Descartes fa un sogno: questa esperienza gli sembra decisiva. Ecco le parole con cui si apre la seconda parte del *Discorso*:

«Ero allora in Germania, dove mi aveva chiamato l'occasione delle guerre che non vi sono ancora finite; e mentre dall'incoronazione dell'imperatore facevo ritorno all'esercito, l'inizio dell'inverno mi costrinse a fermarmi in un alloggio dove,

non trovando conversazione che mi distraesse, e non avendo d'altra parte, per fortuna, né cure né passioni che mi turbassero, me ne restavo tutto il giorno chiuso da solo in una stanza riscaldata, dove avevo tutto l'agio d'intrattenermi con i miei pensieri»[2].

In quel momento preciso Descartes colloca ancora la propria *radicale riforma del sapere* e la decisione di sradicare dalla propria mente tutte le opinioni apprese fino ad allora, e di ricostruire, secondo un sicuro metodo di razionalità, chiarezza e distinzione, tutto ciò che può essere oggetto di apprendimento e conoscenza da parte della mente umana e l'elaborazione del proprio metodo.

Per intanto, egli non avrebbe accolto nessuna cosa per vera se non si fosse presentata alla mente «con tale chiarezza e distinzione da non avere alcun motivo di dubitarne». Poi, ogni problema doveva essere diviso in quante più parti possibili per meglio risolverlo e, «cominciando dagli oggetti più semplici e più facili da conoscere, salire a poco a poco, per gradi, fino alla conoscenza dei più complessi». Infine, fare «enumerazioni così complete e rassegne così generali da esser sicuro di non aver omesso nulla». Queste sono parole scritte circa quindici anni dopo, nel *Discorso sul metodo*.

Probabilmente, proseguendo le sue ricerche sulle corrispondenze dell'algebra con la geometria, raggiunge la convinzione che il sapere possa essere unificato in un'unica scienza della quale le singole discipline formano una branca particolare, come scriverà nelle *Regulae ad directionem ingenii*.

Lascia Neuburg nel marzo del 1620 e inizia a girovagare.

Viaggio in Italia e ritorno in Francia

Lasciato l'esercito, nel **1622** torna presso la famiglia a Rennes e si trasferisce nei primi mesi del **1623** a Parigi, ospite di un amico. In autunno parte per un lungo viaggio in Italia. Secondo alcuni biografi, Descartes sarebbe andato a Loreto per visitare la Casa di Nazareth, poi a Roma, a Firenze e a Venezia.

Rientra in Francia attraverso il passo del Moncenisio e qui ha occasione di assistere alla caduta di valanghe, un fenomeno che tratterà nel libro sulle *Météores*. Nel complesso non ricava una buona impressione della

[2] L'ambasciatore francese in Svezia, dettando il suo epitaffio, si riferirà a questo episodio: *nel riposo dell'inverno, avvicinandosi ai misteri della natura con le leggi matematiche, osò sperare di aprire i segreti dell'una e dell'altra con la stessa chiave*.

penisola e dei suoi abitanti: «la calura del giorno è insopportabile, il fresco della sera malsano e l'oscurità della notte copre furti e omicidi». Giunge a Parigi nel maggio del **1625**.

Da questo momento Descartes adotta uno stile di vita che osserverà per sempre: avendo rinunciato alla carriera militare e a occupare qualsiasi magistratura, vivrà dei proventi dei suoi possedimenti terrieri, che gli assicurano una condizione libera dal bisogno e gli permettono di dedicarsi ai suoi studi. Si mantiene in corrispondenza con Beeckman ed entra in relazione epistolare con matematici, con letterati e con Padre Mersenne, già autore di un trattato sull'ottica, la cui sollecitazione può averlo indotto a studiarne i problemi, giungendo a determinare la legge della costanza del rapporto dei seni degli angoli di incidenza e di rifrazione.

• Nel 1627, per lavorare con maggiore tranquillità, parte per la Bretagna e poi si trasferisce in una sua proprietà nel Poitou dove redige le *Regulae ad directionem ingenii*. In quest'opera Descartes identifica la «matematica universale» nella «scienza dell'ordine», ossia quella scienza alla quale tutte le altre fanno capo. Il testo è lasciato incompiuto; Descartes darà lo sviluppo organico del tema del metodo della conoscenza nel successivo *Discorso sul metodo*.

In Olanda: filosofia, fisica e "Metodo"

Torna a Parigi nel 1628 e nel **1629** riparte per l'Olanda: si stabilsce a Franeker, ove si iscrive all'Università per frequentare i corsi di filosofia. Continua a lavorare sui problemi dell'ottica e in agosto viene messo a conoscenza dell'osservazione sul fenomeno ottico-astronomico dei pareli, effettuata dall'astronomo gesuita Christoph Scheiner. La descrizione di quel fenomeno verrà ripresa da Descartes nelle *Météores*.

• Nel **1629** compone un *Petit traité de métaphysique* (opera perduta) i cui punti principali sono di provare l'esistenza di Dio e l'immortalità delle nostre anime quando sono separate dai corpi.

• Dal 1630 comincia a lavorare a *Le Monde ou traité de la lumière* che avrebbe dovuto essere l'esposizione della propria filosofia naturale, ma la notizia della condanna, nel 1633, di **Galileo Galilei** e della messa all'Indice del *Dialogo sopra i due massimi sistemi* lo dissuade dal completare e pubblicare l'opera che in più parti sposava le tesi di Copernico condannate dalla Chiesa. Il trattato sarà pubblicato postumo nella versione originale francese a Parigi nel **1664**. In quest'opera affronta il problema della fisica, individuando il principio al quale tutti i fenomeni fisici obbediscono: la

conoscenza «chiara e distinta» degli elementi semplici che costituiscono i corpi.

Nel 1635 René diventa padre con la nascita della figlia Francine avuta da una domestica. Descartes però riconosce Francine, che muore a soli 5 anni, come figlia sua.

• Nel **1637** pubblica il suo capolavoro e uno dei testi più importanti nella Storia della Scienza. E' un volume con tre famose appendici: il *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la verité dans les sciences. Plus la Dioptrique. Les Meteores. Et la Géométrie. Qui sont des essais de cette Methode*. Le appendici sono dedicate, rispettivamente, alla Diottrica, alle Meteore e alla Geometria.

• Nel 1641 consegna alle stampe la prima edizione, in latino, delle *Meditazioni metafisiche*.

Nel 1643 la filosofia cartesiana viene condannata dall'Università di Utrecht in quanto accusata di pelagianesimo e persino di ateismo da parte di ambienti calvinisti.

Contemporaneamente Descartes comincia una lunga corrispondenza con la principessa Elisabetta di Boemia.

• Nel 1644 compone i *Principia philosophiae* e compie un viaggio in Francia. Nel 1647 la corona di Francia gli riconosce una pensione.

Precettore di filosofia in Svezia e morte

Nel **1649** Descartes si trasferisce a Stoccolma accettando l'invito della regina Cristina di Svezia, sua discepola, desiderosa di approfondire i contenuti della sua filosofia. Quell'anno dedica alla principessa Elisabetta il trattato *Le passioni dell'anima*.

L'inverno svedese e gli orari ai quali Cristina lo costringe a uscire di casa per impartirle le lezioni - alle cinque del mattino, quando il freddo era più pungente - ne minano il fisico. Secondo il racconto tradizionale e l'ipotesi più accreditata, Descartes muore l'11 febbraio **1650** per una sopraggiunta polmonite.

La condanna della Chiesa cattolica nei confronti del pensiero cartesiano non tarda a venire, con la messa all'Indice nel 1663 delle sue opere (poste nell'*Index* con la clausola attenuante *suspendendos esse, donec corrigantur*).

Nel 1801 la sua città natale sarà ribattezzata *La Haye-Descartes* e, nel 1966, solo *Descartes*. In paese esiste ancora la casa natale, che nel 1974 è

stata trasformata in museo e successivamente nel 2005 è stata ampliata con un suggestivo percorso, pensato per far rivivere ai visitatori l'atmosfera dell'epoca oltre che conoscere la vita e il pensiero dello scienziato.

Le ossa di Descartes

Dopo la morte, il corpo di Descartes venne tumulato in un piccolo cimitero cattolico a nord di Stoccolma dove rimase fino al 1666 quando i resti vennero riesumati per essere portati a Parigi e inumati nella chiesa di Sainte Geneviève-du-Mont dove rimase sino al 1819, quando la salma fu nuovamente trasferita e inumata nella chiesa di Saint-Germain-des-Prés. Ma aprendo la bara, alla presenza dei rappresentanti dell'*Académie des Sciences*, i presenti si resero conto che qualcosa non andava, in quanto allo scheletro del filosofo mancava misteriosamente il cranio.

Si scoprì che gli svedesi ne avevano asportato la testa, che ricomparve a Stoccolma a un'asta, ove il cranio fu acquistato e donato alla Francia. Sul teschio, privo della mandibola e della parte inferiore, compaiono le firme dei suoi proprietari dalla fine del Seicento al momento della vendita. Secondo l'uso del tempo gli intellettuali tenevano sulla scrivania un teschio, meglio se di un illustre personaggio, a memento della morte comune e inevitabile.

Il teschio, attribuito a Descartes sia per l'età sia per le ricostruzioni fatte in base ai ritratti del filosofo, continuò a rimanere separato dal resto del corpo ed è tuttora esposto al *Musée de l'Homme* a Parigi.

5.3.2 La matematica di Descartes

Nel paragrafo precedente sono tracciate la vita e le opere di un filosofo, non di un matematico di professione. Tuttavia Descartes lascia un segno perenne nel progresso della matematica.

E' interessante osservare che, tanto è rivoluzionario in filosofia riguardo al metodo scientifico, quanto è conservatore in matematica: si rivolge alla tradizione greca più che a quella medievale, consapevole che la matematica procede per aggiunte e accumulazioni di nuovi risultati e idee.

- Nel **1619** enuncia la *Formula di Eulero* per poliedri:

$$V + F = S + 2.$$

- In una sua lettera del 1628 esprime una regola per costruire le radici

di equazioni di III e IV grado con l'ausilio delle parabole (riprendendo quanto prodotto da Omar Khayyam nel XII secolo).

◦ Intorno a questi anni ha probabilmente già concepito i fondamenti della geometria analitica. Infatti quando, nei primi anni Trenta, gli propongono un problema che generalizza quello dei "luoghi di 3 rette" (vedi Paragrafo 1.5.3):

Problema di Pappo generale

Date $2n$ rette, trovare il luogo dei punti tali che il prodotto delle distanze dalle prime n rette sia uguale al prodotto delle distanze dalle rimanenti.

lo risolve in alcuni casi: è il banco di prova per i nuovi metodi.

• L'unica opera matematica che pubblica è *La Géométrie*, una delle tre appendici del *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison...* (**1637**). E' convinto che il dubbio sistematico porti alla verità e applica questo metodo anche alla matematica: tutto si può spiegare, dice, con le leggi della meccanica. Il suo studio non vuole avere alcuna utilità pratica, ma essere pura speculazione. Contrariamente a quanto si pensi, non vuole ridurre la geometria all'algebra ma delineare costruzioni geometriche.

Un secondo ordine di problemi riguarda come trovare una opportuna costruzione geometrica quando riga e compasso non sono sufficienti e quali curve accettare nella costruzione. Nella sua speculazione, divide le curve in due tipi: *geometriche* (oggi diremmo "algebriche"), come le coniche, la cissoide e la concoide, e le curve *meccaniche* (da Leibniz in poi dette "trascendenti"), come la spirale logaritmica, la cicloide, la quadratrice.

Fa anche qualche errore, pensando che le prime siano "tracciabili esattamente" ma le seconde no, e quindi non siano da considerare. Pensa, come gli antichi, che le curve algebriche non siano rettificabili e tantomeno quelle trascendenti. Quindi ignora la spirale logaritmica $r = ae^{b\theta}$ come possibile traiettoria; sarà solo Torricelli a provvedere a riguardo.

La novità dell'opera è la sistematicità con cui usa l'algebra simbolica e la sua applicazione alla geometria. Il simbolismo raggiunge il suo massimo sviluppo ed è sostanzialmente quello attuale, eccetto il segno di uguale. E' moderno anche l'uso delle prime lettere dell'alfabeto per denotare i parametri e delle ultime per le incognite. Si libera dal "principio di omogeneità" degli antichi, ma interpreta ancora incognite e parametri come segmenti.

Tutti i problemi geometrici vengono ricondotti alla risoluzione di equazioni a una incognita e il suo grado determina il tipo di metodo da utilizzare. Il procedimento che usa è il seguente:

- considera un problema geometrico;
- lo traduce in una equazione algebrica;
- risolve l'equazione con metodi geometrici.

Nella *Géométrie* c'è ben poco della geometria analitica odierna:
- non usa un sistema di coordinate ortogonali fisso con un asse x e un asse y tracciati sul piano in modo sistematico;
- utilizza spesso riferimenti geometrici unici o rette oblique anziché una coppia fissa di assi perpendicolari (quindi non c''e la distanza, la misura degli angoli, il punto medio di un segmento);
- non contempla i numeri negativi (le ascisse negative), ma lavora solo con lunghezze positive e segmenti geometrici;
- non parte dalle equazioni per tracciare le curve; piuttosto usa il procedimento inverso, ossia parte da problemi geometrici per trovare relazioni algebriche.

Tuttavia Descartes espone la scoperta che le equazioni in due incognite corrispondono a luoghi geometrici.

5.3.3 Il Metodo delle tangenti

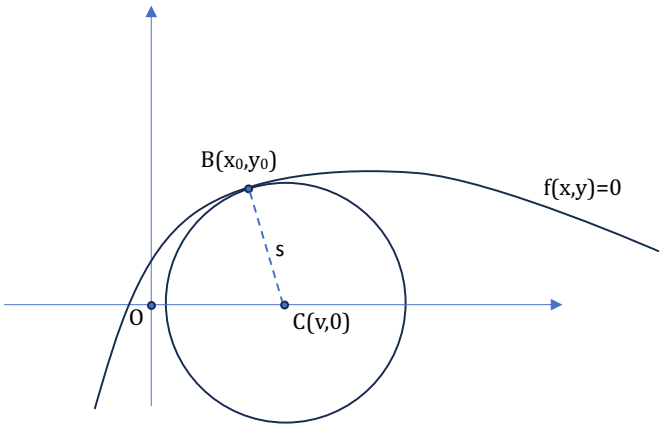
Abbiamo visto che per Descartes le curve geometriche piane sono quelle esprimibili tramite un'equazione polinomiale. Elabora un metodo generale, valido per tutte, per trovare la retta tangente a una curva in suo punto.

A tale scopo, cerca la retta normale costruendo uno dei cerchi tangenti alla curva nel punto considerato: il raggio della circonferenza tangente alla curva in questo punto individua la retta normale e quindi la retta tangente alla curva nel punto.

Si considerino una curva Γ di equazione data in un certo sistema di riferimento cartesiano:

$$f(x, y) = 0, \tag{5.1}$$

dove f è un polinomio non nullo (di grado $n \geq 2$), e il punto $B(x_0, y_0) \in \Gamma$.



Si tratta di determinare il punto C appartenente all'asse delle ascisse in modo che la circonferenza di centro C sia tangente in B alla curva.
Questo significa trovare quella circonferenza che ha in $B(x_0, y_0)$ due intersezioni con la curva coincidenti.
Posti $OC = v$ e $CB = s$ (raggio), l'equazione della circonferenza sarà

$$y^2 + (x - v)^2 = s^2.$$

Le intersezioni tra circonferenza e curva risultano dal sistema

$$\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ y^2 + (x - v)^2 = s^2 \end{cases}$$

eliminando, ad esempio, la y.
Nel caso in cui $f(x, y)$ contenga monomi in y di grado dispari, nell'equazione (5.1) si separino i termini di grado pari in y da quelli di grado dispari, trasportandoli nei due diversi membri dell'equazione. Poi si elevano a quadrato i due membri dell'equazione ottenuta, e si ottiene un'equazione del tipo $g(x, y) = 0$, con g polinomio di grado $2n$ e si elimina la y da

$$\begin{cases} g(x, y) = 0 \\ y^2 + (x - v)^2 = s^2 \end{cases}$$

sostituendo in $g(x, y)$ a y^2 il suo valore ricavato dalla seconda equazione.

Se invece $f(x, y)$ non contiene monomi in y di grado dispari, si sostituisce direttamente in $f(x, y)$ ad y^2 il suo valore ricavato dalla seconda equazione del sistema.

In entrambi i casi, il sistema dopo aver eliminato la y, si riduce ad una equazione nella sola x del tipo $F_{2n}(x) = 0$ (al più di grado $2n$).

Se tale equazione ha una radice doppia in $x = x_0$, allora deve poter essere riscritta nella forma

$$(x - x_0)^2 F_{2n-2}(x) = 0$$

con $F_{2n-2}(x)$ polinomio incognito di grado $2n - 2$.

Dopo di avere sviluppato e ordinato i monomi di tale equazione, si uguagliano i coefficienti così ottenuti a quelli rispettivamente di pari grado della equazione $F_{2n}(x) = 0$.

Si ottengono così equazioni che determinano s e v e quindi la retta normale cercata.

(In realtà trovare il raggio s è superfluo, dato che una volta determinato il valore di v è individuato il centro C della circonferenza: si ottiene la retta normale a Γ in B in quanto è la retta per B e C.)

5.4 Fermat



Pierre de Fermat (1601-1665)

5.4.1 Cenni biografici

Pierre de Fermat nasce a Beaumont-de-Lomagne, città a nord-ovest di Tolosa, nel **1601**.

Figlio di un mercante di cuoio, dopo aver fatto i primi studi privatamente e soggiornato a Bordeaux, consegue i gradi accademici in diritto presso l'università di Orléans nel **1631**.

Trasferitosi subito dopo a Tolosa, vi trascorre gran parte della sua vita. Nello stesso anno sposa la cugina materna Luisa de Long, dalla quale ha cinque figli.

E' consigliere al parlamento e avvocato. Lavora duramente e scrupolosamente, ma nonostante ciò nel tempo libero si occupa di letteratura, poesia e, soprattutto, di matematica.

Per questo è chiamato "il principe dei dilettanti", poiché, pur dedicandosi alla matematica solo nel tempo libero, la sua influenza sulla storia della disciplina è incredibile.

Nel 1648 diventa Consigliere del Re al Parlamento di Tolosa e mantiene tale carica per i successivi diciassette anni.

Muore nel **1665** a Castres, vicino a Tolosa, all'età di 63 anni.

5.4.2 Fermat e la geometria analitica

Le sue occupazioni non consentono a Fermat di dare forma organica alle ricerche matematiche, che vengono affidate a brevi inserti in opere di altri autori. Per questo spesso il suo lavoro è attribuito ad altri.

• In vita Fermat non pubblica nulla, eccetto un'appendice al testo di padre Antoine de la Louvère *Veterum Geometria Promota in Septem De Cycloide Libris, Et in Duabus Adiectis Appendicibus* (**1660**).

Per lo più sappiamo delle sue scoperte grazie non alle pubblicazioni ma alla corrispondenza scambiata con altri matematici, come **Descartes**, **Mersenne**, **Huygens**, **Pascal**.

• Alcuni scritti di Fermat saranno pubblicati (postumi) a Tolosa dal figlio Samuele nelle *Varia opera mathematica* (**1679**) e in una nuova edizione degli *Arithmeticorum libri sex* di Diofanto (**1670**). Infine un'edizione critica degli scritti sarà stampata a cura di Henry e Tannery, *Oeuvres de Fermat* (1891-1912).

Negli stessi anni in cui Descartes elabora, come saggio del suo "Metodo", la *Géométrie*, Fermat svolge ricerche indipendenti nella stessa direzione. Tali studi, riguardanti in particolare le equazioni delle coniche, presentano efficaci strumenti di calcolo.

• Nella corrispondenza con Mersenne e Roberval del 1636 si apprende che ha già composto il suo *Ad locos planos et solidos isagoge*, circolato in seguito nei suoi scambi epistolari, poi pubblicato postumo nel 1679 all'interno della raccolta *Varia opera mathematica*.

I *luoghi piani* del titolo sono quelli relativi a rette e circonferenze; i *luoghi solidi* (seguendo la tradizione antica) sono relativi alle coniche come iperboli, parabole, ellissi. Dunque Fermat introduce per primo quelle che oggi sono chiamate coordinate cartesiane e studia le equazioni di curve piane un anno prima di Descartes. Fermat pone l'accento sulle equazioni indeterminate, contrariamente a Descartes.

Nel testo Fermat parte da situazioni semplici: rappresentazione di una retta (anzi semiretta!) per l'origine in un sistema di coordinate. Nella no-

tazione secentesca le incognite sono rappresentate da vocali e i numeri (positivi!) da consonanti. Scrive dunque

$$D \text{ in } A \text{ aequatur } B \text{ in } E \quad \text{cioè} \quad Dx = By.$$

Poi passa alle coniche: iperboli del tipo $xy = k^2$, parabole del tipo $a^2 \pm x^2 = By$ e trova le equazioni di circonferenze e ellissi.

Nei capitoli finali fornisce metodi per determinare le soluzioni di equazioni di III e IV grado per mezzo di coniche (argomento già noto a Descartes). Ma la sua esposizione è più chiara e completa di quella del suo *competitor*; e soprattutto più esplicita.

• Sempre nel 1636, nelle sue lettere, enuncia il

Principio fondamentale della geometria analitica

Ogni qualvolta in un'equazione finale compaiono due quantità incognite si ha un luogo (geometrico), l'estremità dell'una descrivendo una linea retta o una linea curva.

• Ancora in una lettera a Mersenne del 1638 espone un suo metodo per trovare i massimi e i minimi di una funzione. Ma solo nell'edizione del **1644** del *Cursus mathematicus* del matematico francese **Pierre Hérigone**, nei volumi supplementari viene pubblicato per la prima volta il rivoluzionario metodo dei massimi e minimi ideato da Fermat. Inserendo il saggio di Fermat nei suoi supplementi, Hérigone svolge un ruolo chiave di divulgazione: tale risultato rappresenta uno dei massimi traguardi dell'analisi matematica prima dell'avvento del calcolo infinitesimale di Leibniz e Newton.

• Solo nel 1679 appare in *Varia opera mathematica* di Fermat come
- *Methodus ad disquirendam maximam et minima*, seguito dal
- *De tangentibus linearum curvarum*.

In queste due opere il ricorso a metodi "di tipo infinitesimale" è evidente: vicino al punto di contatto la tangente e la curva sono circa uguali. Nel prossimo paragrafo viene esemplificato questo innovativo approccio di Fermat.

5.4.3 Fermat e l'analisi

L'uso dei metodi infinitesimali da parte di Fermat appare ancora più chiaramente quando studia la quadratura delle cosiddette *parabole e iperboli di Fermat*:

$$y = x^n \quad \text{e} \quad y = x^{-n} \quad \text{con } n \geq 2.$$

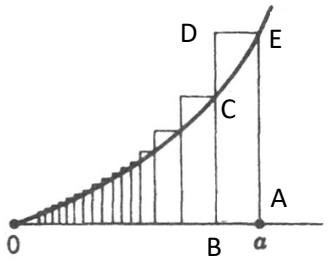
Non disponendo della nozione di limite, Fermat utilizza il *Metodo di adequazione*.

Consideriamo la curva $y = x^n$ e si voglia trovare l'area da essa delimitata nell'intervallo della x fra 0 e a (ovviamente $a > 0$).

Suddividiamo l'intervallo $[0, a]$ in k sottointervalli prendendo i punti di ascisse

$$a, ae, ae^2, ae^3, \ldots, ae^k$$

dove il numero $0 < e < 1$ è "vicino" a uno, in modo da poter usare il metodo di esaustione di Archimede: così si possono *adequare* i rettangoli del tipo $ABDE$ con i trapezoidi $ABCE$.



Area delimitata dalla *parabola di Fermat*.

La somma delle aree dei k rettangoli circoscritti, a cominciare dal più grande, è data da

$$\begin{aligned} &a^n(a - ae) + (ae)^n(ae - ae^2) + \cdots + (ae^k)^n(ae^k - ae^{k+1}) = \\ &= a^{n+1}[(1 - e) + e^n(e - e^2) + \cdots + e^{kn}(e^k - e^{k+1})] = \\ &= a^{n+1}[(1 - e) + e^{n+1}(1 - e) + \cdots + e^{k(n+1)}(1 - e)] = \\ &= a^{n+1}(1 - e)[1 + e^{n+1} + \cdots + e^{k(n+1)}]. \end{aligned}$$

Pur non disponendo della nozione di serie, Fermat sa che la somma della "serie geometrica" è

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}.$$

Quindi, al tendere di k all'infinito, la somma delle aree dei k rettangoli circoscritti si avvicina a

$$a^{n+1}(1-e)\,\frac{1}{1-e^{n+1}} = \frac{a^{n+1}}{1+e+e^2+\cdots+e^n}.$$

Al tendere di e a uno, i rettangoli sono più sottili e la somma delle loro aree si avvicina a quella richiesta, cioè

$$\text{Area} \quad = \quad \frac{a^{n+1}}{n+1}.$$

Fermat la estende a valori frazionari dell'esponente, cioè $n = p/q$.

Per valori negativi di n (tranne $n = -1$), Fermat usa un procedimento simile, con la sola differenza che e viene preso maggiore di uno, ma sempre vicino a uno.

Nella procedura mai compare qualcosa di infinitesimale o che diventi sempre più piccolo. L'impressione è sempre quella di un calcolo algebrico per il "circa uguale a".

Gli storici si chiedono come mai una mente così brillante abbia sostanzialmente trovato la formula (in notazioni moderne)

$$\int_0^a x^n\,dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

ma non si sia accorta che i processi di ≪tangente≫ e ≪area sottostante≫ fossero uno l'inverso dell'altro. Bisognerà attendere l'intuizione di Evangelista Torricelli e, indipendentemente, di Isaac Barrow per stabilirlo come teorema.

◦ Fermat deve essere anche ricordato, con Pascal, per i suoi studi sul calcolo delle probabilità in problemi di giochi d'azzardo.

◦ Notevole è anche il suo contributo (1662) all'ottica geometrica: per primo ricavò da un principio di minimo *(Principio di Fermat)* la legge della rifrazione pubblicata da Descartes nella *Dioptrique*.

5.4.4 Fermat e la teoria dei numeri

Ma il nome di Fermat è legato soprattutto ai suoi contributi alla teoria dei numeri.

Anche se tradotta precedentemente dal Regiomontano, nel **1621** compare una nuova accurata traduzione (dal greco al latino) dell'*Aritmetica* di Diofanto. Tra i contemporanei ha uno scarso successo: per alcuni è troppo teorica, per altri troppo algoritmica. Non così per Fermat, sul quale esercita un fascino irresistibile. Si dedica con entusiasmo a dimostrare vari teoremi lì enunciati, molti con «metodo della discesa infinita». Tra gli altri risultati, prova che $\sqrt{3}$ non è razionale.

Fermat è affascinato dai numeri perfetti, amicabili, figurati e dai quadrati magici. Ma soprattutto dai numeri primi. Accenniamo soltanto ad alcune delle sue celebri affermazioni e dimostrazioni.

• E' ovvio che tutti i numeri primi dispari sono del tipo $4n+1$ oppure del tipo $4n-1$. Fermat *afferma* che sono del primo tipo se e solo se esiste un'unica coppia di numeri naturali (a, b), con $a < b$, tale che

$$4n + 1 = a^2 + b^2$$

• L'*Ipotesi cinese* è un'affermazione vecchia di due millenni:

$$p \text{ primo dispari } \iff 2^p - 2 \text{ è divisibile per } p$$

e viene generalizzata (nella direzione $\Rightarrow$) da Fermat nel 1640 che scrive a un amico un'affermazione più generale, sostituendo a 2 un qualunque intero. Pierre non la dimostra[3], ma è passata alla storia come

Piccolo teorema di Fermat

Se p primo e a un naturale tale che p non divide a, allora $a^{p-1} - 1$ è divisibile per p.

Il viceversa è falso, anche nel caso cinese ($a = 2$): Sarrus, nel 1819, osserva che $2^{341} - 2$ è divisibile per 341 ma $341 = 11 \times 31$.

• Un'altra ipotesi di Fermat (poi rivelatasi falsa) è la seguente:

per ogni n naturale, il numero $2^{2^n} + 1$ è primo.

[3] Verrà dimostrato da Euler.

Anche in questo caso il controesempio è fornito da Euler: per $n = 5$, la potenza suddetta non è un numero primo. In seguito, nei casi in cui

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

è primo, verrà detto *Primo di Fermat*. A tutt'oggi non si sa se, eccetto

$$F_0, F_1, F_2, F_3, F_4$$

ci siano altri *primi di Fermat*

• Anche fuori dalla comunità matematica, ancora oggi Fermat è noto soprattutto per una affermazione che ha resistito alla scalata dei più grandi matematici, da Euler a Dirichlet.

Enunciato da Fermat in margine a un'edizione di Diofanto[4], probabilmente nel 1637, asserisce semplicemente che il Teorema di Pitagora non si può generalizzare a gradi superiori se si cercano solo soluzioni intere.

Anche se non ci è pervenuta alcuna dimostrazione di Fermat, se non per il caso $n = 4$, è passato alla storia come

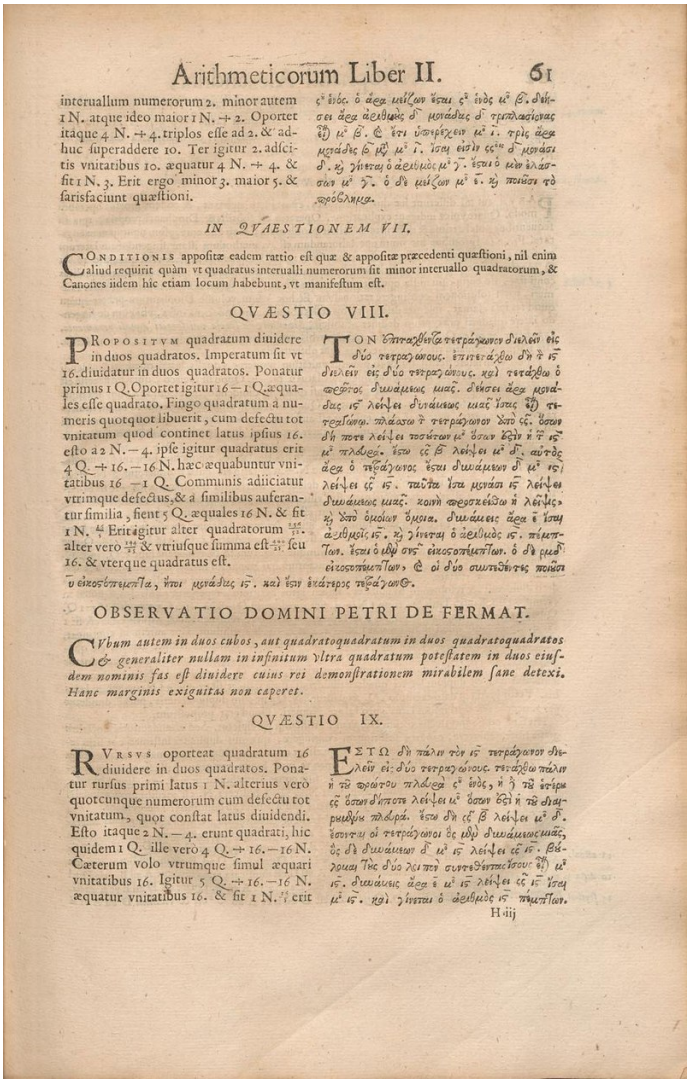
Ultimo Teorema di Fermat

Per ogni intero $n \geq 3$ non esistono tre numeri interi positivi x, y, z tali che

$$x^n + y^n = z^n.$$

I tentativi di dimostrazione hanno mosso molta matematica nei secoli seguenti. La semplicità dell'enunciato e la resistenza a ogni approccio ne hanno fatto una delle vette più inarrivabili della matematica per 357 anni.

[4] *Au contraire, il est impossible de partager soit un cube en deux cubes, soit un bicarré en deux bicarrés, soit en général une puissance quelconque supérieure au carré en deux puissances de même degré: j'en ai découvert une démonstration véritablement merveilleuse que cette marge est trop étroite pour contenir.*



Arithmeticorum Liber II. 61

interuallum numerorum 2. minor autem 1 N. atque ideo maior 1 N. + 2. Oportet itaque 4 N. + 4. triplos esse ad 2. & adhuc superaddere 10. Ter igitur 2. adscitis vnitatibus 10. æquatur 4 N. + 4. & fit 1 N. 3. Erit ergo minor 3. maior 5. & sarisfaciunt quæstioni.

ς^ ἴσὸς. ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς^ ἴσος ἐς^ β. δεῖ δὴ σει ἄρα ἀριθμὸς δ^ μονάδες δ^ τριπλασίονας ᾖ ἐς^ β. & ἔστι ὑπερέχειν μ^ ι. τρὶς ἄρα μονάδες ϛ μ^ ι^. ἴσαι εἰσὶ τῷ ἀπὸ δ^ μονάσι δ^. ϗ γίνεται ὁ ἀριθμὸς μ^ γ^. ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων μ^ γ^. ὁ δὲ μείζων μ^ ε^. ϗ ποιοῦσι τὸ προβλημα.

IN QVÆSTIONEM VII.

CONDITIONIS appositæ eadem ratio est quæ & appositæ præcedenti quæstioni, nil enim aliud requirit quàm vt quadratus interualli numerorum sit minor interuallo quadratorum, & Canones iidem hic etiam locum habebunt, vt manifestum est.

QVÆSTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum sit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur 16 — 1 Q. æquales esse quadrato. Fingo quadratum a numeris quotquot libuerit, cum defectu tot vnitatum quod continet latus ipsius 16. esto 2 2 N. — 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. — 16 N. hæc æquabuntur vnitatibus 16 — 1 Q. Communis adiiciatur vtrimque defectus, & a similibus auferantur similia, fient 5 Q. æquales 16 N. & fit 1 N. $\frac{4}{5}$ Erit igitur alter quadratorum $\frac{144}{25}$. alter vero $\frac{256}{25}$ & vtriusque summa est $\frac{400}{25}$ seu 16. & vterque quadratus est.

Τὸν δὲ τετραχῆ τὰ τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. ἐπιτετάχθω δὴ τὸ ις^ διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. καὶ τετάχθω ὁ πρῶτος δυνάμεως μιᾶς. δεήσει ἄρα μονάδας ις^ λεῖψει δυνάμεως μιᾶς ἴσας ᾗ τετραγώνῳ. πλάσω τὸ τετράγωνον ἀπὸ ς^. ὅσων δὴ ποτε λείψει τοσούτων μ^ ὅσων ἔχει τὸ ις^ μ^ πλευρά. ἔστω ις^ β^ λείψει μ^ δ^. αὐτὸς ἄρα ὁ πρῶτος ἔσται δυνάμεων δ^ μ^ ις^ λείψει ις^ ις^. ταῦτα ἴσα μονάσι ις^ λείψει δυνάμεως μιᾶς. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις. ϗ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. δυνάμεις ἄρα ε ἴσαι ἀριθμοῖς ις^. ϗ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ις^. πέμπτων. ἔστι ὁ ἑνὶ ὀνι^ εἰκοσοπέμπτων. ὁ δὲ ρμδ^ εἰκοσοπέμπτων, & οἱ δύο συντιθέντες ποιοῦσι υ εἰκοσοπέμπτα, ἤτοι μονάδας ις^. καὶ ἔστιν ἑκάτερος τετράγωνος.

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

CVbum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

QVÆSTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16 diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius verò quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. — 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. — 16 N. Cæterum volo vtrumque simul æquari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. — 16 N. æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. $\frac{4}{5}$ erit

ΕΣΤΩ δὴ πάλιν τὸν ις^ τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. τετάχθω πάλιν ἡ τοῦ πρώτου πλευρὰ ς^ ἀπὸ, ἧ ἡ τοῦ ἑτέρου ἐς^ ὅσων δήποτε λείψει μ^ ὅσων ἔχει ἡ τοῦ διαιρεθέντος πλευρά. ἔστω δὴ ις^ β^ λείψει μ^ δ^. ἔσονται οἱ τετράγωνοι ἐς ἴσῳ δυνάμεως μιᾶς, ὧν ὁ μὲν δυνάμεων δ^ μ^ ις^ λείψει ις^ ις^. βάλωμεν τὰς δύο λειπούσας συντεθέντας ἴσους ᾗ μ^ ις^. δυνάμεις ἄρα ε μ^ ις^ λείψει ις^ ις^ ἴσαι μ^ ις^. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ις^ πέμπτων.

La pagina dell'edizione del 1670 dell'*Arithmetica* di Diofanto dove è riportato, in latino, il commento di Fermat che espone il Teorema (*Observatio Domini Petri de Fermat*).

5.5 Polemiche incrociate e Roberval

Descartes aveva presentato nella *Géometrie* (1637) un metodo generale per le tangenti alle curve algebriche. Fermat ne propone un altro e, nel confronto, è chiara la propensione del primo per tecniche geometriche mentre il secondo scopre che l'inclinazione della retta tangente a una curva in un punto è il limite del rapporto incrementale.

Fermat non spiega molto, accenna solo al fatto che questo metodo è simile a quello dei massimi e dei minimi. Anche questo risultato circola in forma manoscritta: nel 1638 si sviluppa una polemica tra lui e Descartes sulla primazia. Ovviamente Descartes critica il metodo di Fermat, salvo ripensarci in seguito.

Ma se si esaminano le accuse di plagio nel Seicento, il nome più significativo è quello di un originale francese: noto per tali dispute fu infatti **Gilles Personne de Roberval**[5] (1602 - 1675).

Copre la cattedra di matematica nel *Collège Royal*, posto che conserva sino alla morte, vincendo ogni tre anni la pubblica disputa obbligatoria per la rielezione alla cattedra: la necessità di tener nascosti i nuovi risultati conseguiti per non perdere la cattedra è la ragione che adduce nelle questioni di priorità che solleva. E' membro all'*Académie Française* dalla fondazione (1665) ed è in relazione con i migliori matematici dell'epoca.

Nel 1638 difende, contro Descartes, il *Metodo dei massimi e minimi* di Fermat e fa degli appunti alla *Géometrie*. Descartes non glielo perdona, attaccandolo poi con una polemica lunga (1645-1649) e piena di acredine.

In una lettera Roberval tenta di rivendicare a sé la scoperta del *Metodo degli indivisibili* di Cavalieri, con cui calcola

$$\int_a^b \sin x \; dx = \cos a - \cos b.$$

Si ricordi, a tale proposito, che all'epoca il calcolo delle aree era considerato più semplice del calcolo delle tangenti.

Incontreremo il nome di Roberval anche nel prossimo capitolo, riguardo alle polemiche che nasceranno con Torricelli.

[5]Paragrafo in parte tratto dalla corrispondente voce dell'Enciclopedia Treccani.