CAPITOLO 11

Studiamo la statica di un CORPO RIGIDO.

CORPO RIGIDO → corpo in cui la distanza tra due punti rimane costante

CORPI RIGIDI E LORO EQUILIBRIO

EQUILIBRIO CORPO RIGIDO → se ogni suo punto è in quiete e rimane in quiete.

$$\vec{a}_{CM} = \vec{0} \rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$ EQUILIBRIO TRASLATORIO

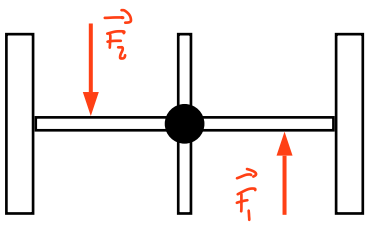
MOTO TRASLATORIO → un corpo rigido si muove di moto traslatorio se, in qualunque intervallo Δt, ogni punto del corpo subisce lo stesso spostamento, cioè la $\vec{r}$ è la stessa

c'è anche un EQUILIBRIO ROTATORIO, in cui il corpo non ruota.

EQUILIBRIO STATICO → IL CORPO RIGIDO NON TRASLA E NON RUOTA

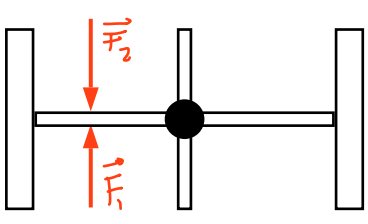
Vediamo degli esempi di come cambia la condizione di equilibrio quando ho un corpo rigido.

(ex) PORTA GIREVOLE VISTA DALL'ALTO



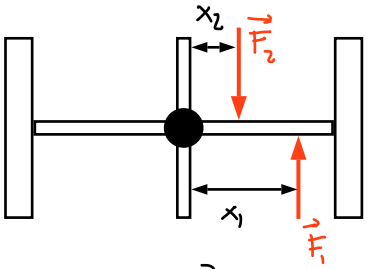
$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

RUOTA



$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

EQUILIBRIO STATICO



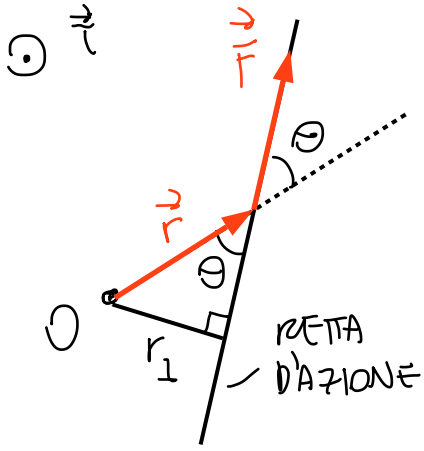
$|\vec{F}_1| \neq |\vec{F}_2|$

$x_1 F_1 - x_2 F_2 = 0$

EQUILIBRIO STATICO

MOMENTO DI UNA FORZA RISPETTO AD UN ASSE

CORPO RIGIDO → è importante il punto di applicazione di una forza rispetto ad un asse, cioè il MOMENTO DELLA FORZA

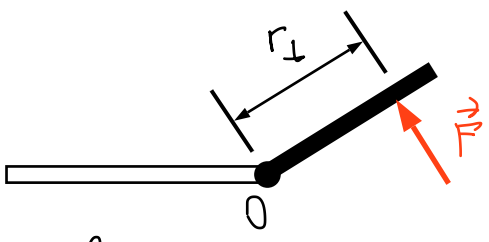


O = punto d'intersezione tra il piano contente $\vec{F}$ ed $\vec{r}$ ed un asse perpendicolare

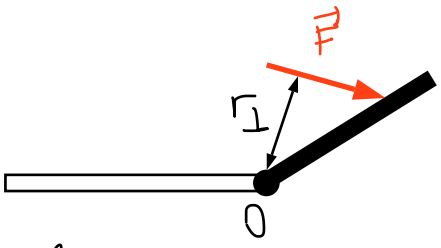
r_1 = braccio della forza

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = r_\perp (\sin\theta) F \hat{k}$ = MOMENTO DELLA FORZA

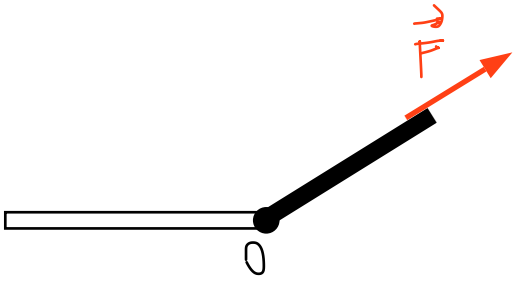
NB Il momento della forza $\vec{F}$ è uguale per ogni punto della retta d'azione.



ROTTA ANTIORARIO

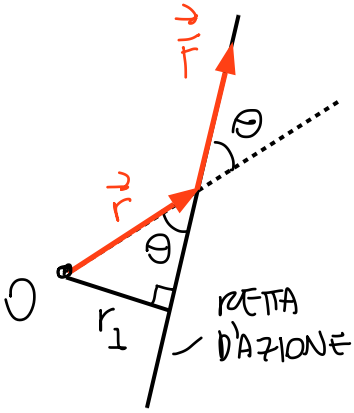


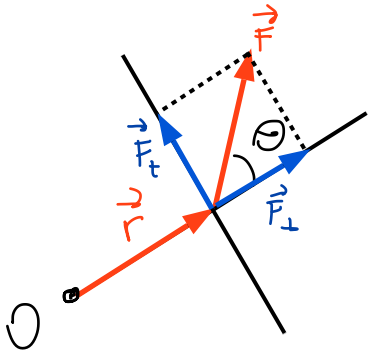
ROTTA ORARIO



STA FERMA

PROPRIETÀ → se la retta d'azione di una forza interseca l'asse, il momento della forza rispetto a quell'asse è nullo





$rF\sin\theta = r_\perp F = rF_\perp$

MOTO CIRCOLARE → possiamo vedere la velocità tangenziale $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

→ vedremo più in là come i momenti delle forze, che producono moti rotatori, sono legati a velocità angolari $\vec{\omega}$.

CONDIZIONI PER L'EQUILIBRIO STATICO

EQUILIBRIO STATICO → DEVONO ESSERE NULLE SIA LA RISULTANTE DELLE FORZE ESTERNE CHE I MOMENTI.

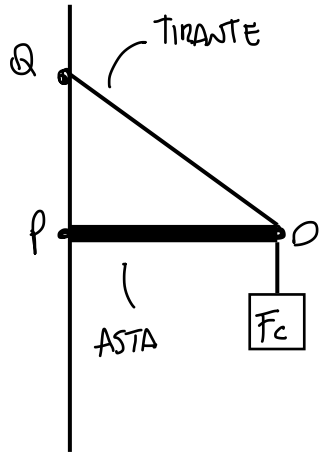
$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad , \quad \sum \vec{\tau}_{ext} = \vec{0}$$

Spesso possiamo considerare le forze come co-planari, quindi con componenti solo in x e y, e le equazioni si semplificano

$$\sum F_{x,ext} = 0 \quad , \quad \sum F_{y,ext} = 0 \quad , \quad \sum \tau_{z,ext} = 0$$

NB Conviene scegliere il polo da cui si calcolano i momenti in modo che il più forze possibili abbiano momento della forza nullo.

ESEMPIO EQUILIBRIO STATICO CORPO RIGIDO



$|\vec{F}_c| = 1100\ N$

Peso dell'asta applicato al punto medio: 200N

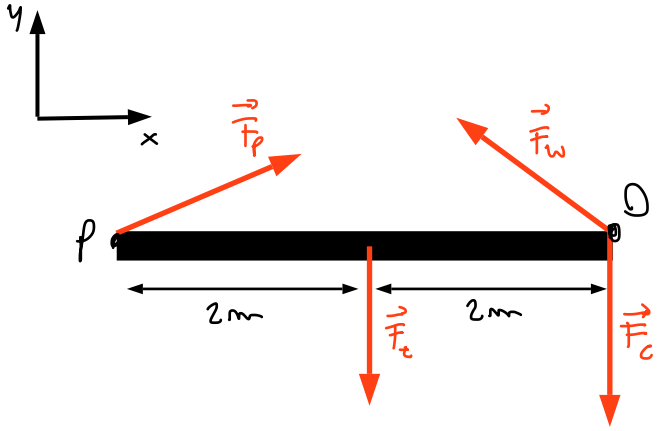
$\overline{QO} = 5.0\ m$

$\overline{PQ} = 3.0\ m$

$\overline{PO} = 4.0\ m$

(a) Determinare $\vec{F}_{P\perp}$ e $\vec{F}_{P\parallel}$

(b) Tensione del tirante



① Direzione di $\vec{F}_p$ è un'ipotesi

① Posso usare proprietà di similitudine dei triangoli

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}, \quad \sum \vec{F}_y = \vec{0}, \quad \sum \vec{\tau}_z = 0$$

Scelgo come polo per i momenti O → solo $\vec{F}_p$ e $\vec{F}_t$ hanno $\vec{\tau} \neq \vec{0}$

(x) $\vec{F}_{wx} + \vec{F}_{px} = 0$

(z) $\vec{r}_t \times \vec{F}_t + \vec{r}_p \times \vec{F}_p = \vec{0}$

(y) $\vec{F}_{wy} + \vec{F}_c + \vec{F}_{py} + \vec{F}_t = \vec{0}$

(x) $\frac{QO}{PO} = \frac{F_w}{F_{wx}} \longrightarrow F_{wx} = \frac{PO}{QO} F_w = \frac{4}{5} F_w$

(y) $\frac{QO}{QP} = \frac{F_w}{F_{wy}} \longrightarrow F_{wy} = \frac{QP}{QO} F_w = \frac{3}{5} F_w$

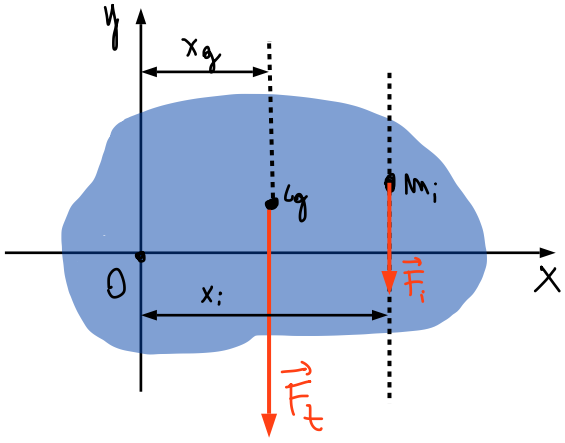
(z) $\frac{OP}{2} F_t - OP F_{py} = 0$

$$\begin{cases} F_{px} - \frac{4}{5} F_w = 0 \\ F_{py} + \frac{3}{5} F_w - F_c - F_t = 0 \\ 2F_t - 4F_{py} = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} F_{py} = \frac{1}{2} F_t = 100\ N \\ F_w = \left(\frac{1}{2} F_t + F_c\right) \frac{5}{3} = 200\ N \\ F_{px} = \frac{4}{5} F_w = 1600\ N \end{cases}$$

CENTRO DI GRAVITÀ O BARICENTRO

PESO DI UN CORPO RIGIDO → somma dei pesetti delle singole particelle

$$|\vec{F}_t| = \sum m_i g = \left(\sum m_i\right) g = Mg$$



(!) Ogni particella ha un momento della sua forza peso rispetto ad O

$$\vec{\tau}_{z_i} = \vec{r} \times \vec{F}_{t_i} = -x_i m_i g \hat{k}$$

$$\vec{\tau}_z = \sum_i (-x_i) m_i g \hat{k}$$

NB Il momento dovuto al peso di un corpo dipende da come le parti sono distribuite nel corpo

BARICENTRO → punto del corpo tale per cui se si applica la forza peso totale del corpo si ottiene lo stesso momento rispetto ad O.

$$\vec{\tau}_z = -x_{cg} F_t \hat{k} = -x_{cg} \sum m_i g \hat{k}$$

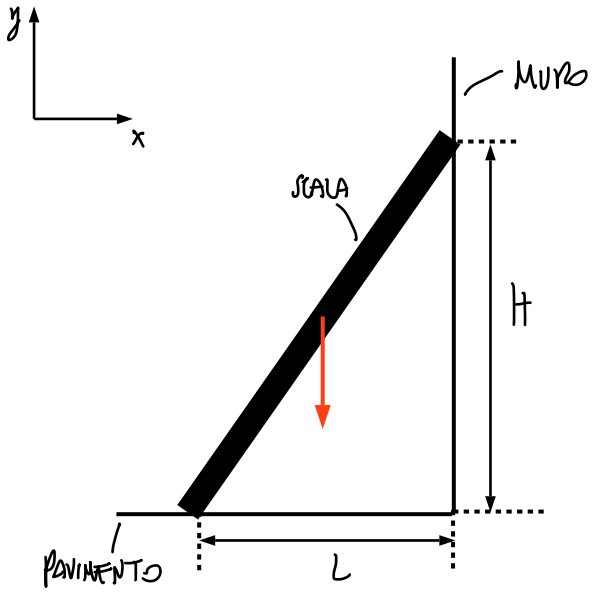
Posso determinare ora x_{cg} eguagliando le due equazioni

$$\begin{cases} |\vec{\tau}_z| = \sum_i (-x_i) m_i g \\ |\vec{\tau}_z| = -x_{cg} \sum_i m_i g \end{cases} \longrightarrow \sum_i (-x_i) m_i g = -x_{cg} \sum_i m_i g$$

$$x_{cg} = \frac{\sum_i x_i m_i g}{\sum_i m_i g} = \frac{\sum_i x_i m_i}{\sum_i m_i}$$

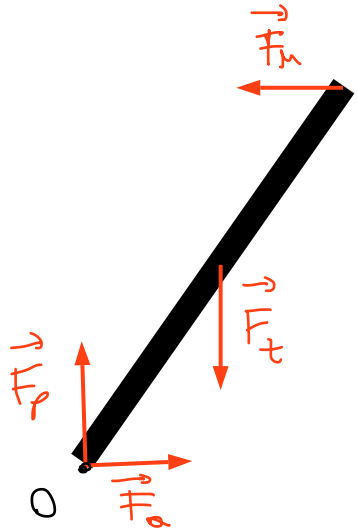
NB. SE $\vec{g}$ È UGUALE PER OGNI PARTICELLA, $x_{cg} = x_{CM}$

(ex) CORPO RIGIDO ED ATTRITO STATICO



(?) Coefficiente d'attrito statico μ_s minimo che impedisce alla scala di scivolare

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}, \quad \sum \vec{F}_y = 0, \quad \sum \vec{\tau}_z = 0$$



(x) $\vec{F}_a + \vec{F}_M = \vec{0}$

(y) $\vec{F}_p + \vec{F}_t = \vec{0}$

(z) $\vec{r}_t \times \vec{F}_t + \vec{r}_M \times \vec{F}_M = \vec{0}$

$$\begin{cases} F_a - F_M = 0 \\ F_p - F_t = 0 \\ HF_M - \frac{L}{2} F_t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_a = F_M \\ F_p = F_t \\ F_M = \frac{L}{2H} F_t \end{cases}$$

$$F_a = \frac{L}{2H} F_p$$

$$\mu_s \geq \frac{L}{2H}$$